

DOI: 10.11779/CJGE201701004

基于静载检测成果的基桩承载力几何可靠性分析

吴兴征¹

(1. 河北大学建筑工程学院, 保定 071002)

摘要: 特定场地或建筑物下的基桩承载力评估是保证上部结构物安全使用的重要环节。工程师们采用耗时费力的基桩静载试验进行检测, 获得其荷载-位移曲线。为充分利用好每根基桩的检测信息, 亟需对所有抽检基桩的检测成果进行更为全面的分析。这里采用几何可靠性算法推求基桩的承载力可靠度指标, 它不仅很好地考虑多根基桩响应曲线间的离散性, 而且给出可靠度指标的图形直观示意。结合中国尊大厦超长基桩的检测数据, 给出基桩承载力的各项评价指标。

关键词: 承载能力; 可靠度指标; 基桩; 荷载-位移曲线

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2021)01-0062-09

作者简介: 吴兴征(1971-), 男, 副教授, 博士, 主要从事岩土、防洪与海岸工程等方面的教学和科研。E-mail: xingzhengwu@163.com。

Geometric reliability analysis of bearing capacity of an individual pile through static load tests

WU Xing-zheng¹

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Hebei University, Baoding 071002, China)

Abstract: Evaluation of the bearing capacity of foundation piles under a specific site or building is an important part of ensuring the safe use of superstructures. Generally, time-consuming and laborious static load tests on foundation piles are used to obtain their load-displacement curves. In order to make full use of the test results of each foundation pile, all load-displacement data under the same site or building need to be comprehensively analyzed. In this study, the geometric reliability algorithm is used to derive the reliability index of the bearing capacity of all foundation piles. It not only takes into account the dispersion of the response curves of multiple foundation piles, but also gives an intuitive interpretation of the reliability index. The testing data of the long foundation piles for China Zun Tower building is facilitated, various evaluation indexes of the foundation pile bearing capacity are presented.

Key words: probability density contour; bearing capacity; reliability index

0 引言

单桩静载荷试验是广泛采用的确定基桩承载力的最可靠方法之一。无论堆载法或锚桩法测试, 都存在耗时费力的缺点。工程界一直致力于探究将这些来之不易的珍贵测试资料充分应用于桩基安全评估中^[1-4], 这是关乎地下工程质量评价的一个重要课题。

同一场地或建筑物下多根同类基桩进行测试得到的荷载-沉降曲线具有明显的离散性^[5], 这主要是由于地层的空间变异性所致。为处理不同场地下各种基桩测试曲线间的不确定性, Phoon 和 Kulhawy 于 2008 年采用归一化处理提出概率双曲线模型^[6], 并采用一次可靠性法求解基桩承载的可靠度指标。

有别于一次可靠性法, 几何可靠性算法^[7]也是求解可靠度指标的不确定性算法之一, 其核心优点是构

建于具有明确物理意义的随机空间中。目前该图解算法已应用于锚固^[8]、基桩^[8]、防洪堤^[7]等构筑物的评价中。针对特定场地^[9,10]与特定建筑物^[11,12]下的基桩可靠性分析, 即大样本集与极少检测数据情况均有涉及, 开发了界面友好的软件系统^[13]供工程技术人员使用。

这里结合中国尊工程的多根基桩检测数据, 进一步展示几何可靠性算法的应用, 并对分析中经常碰到的问题进行释疑。

基金项目: 河北省高等学校科学技术研究重点项目 (ZD2018216); 河北省自然科学基金面上项目 (E2019201296); 一省一校专项资助 (801260201262)

收稿日期: 2021-04-01

*通讯作者 (E-mail: xingzhengwu@163.com)

1 几何可靠性算法要点

与常规的可靠性算法无异, 几何可靠性算法需要建立抗力(承载能力)和荷载效应(实际施加荷载)间的功能函数(或极限状态方程)。考虑到材料参数的不确定性以及荷载施加的随机性, 影响基桩承载性能与响应的主要随机变量需要识别出来。几何可靠性算法在求解实施时, 在随机变量的原始物理空间中定义与展示可靠度指标, 并通过随机变量等值概率密度构型与极限状态构型之间的几何相交判断来推求可靠度指标。故求解过程低维可视, 且概念明晰, 易于为工程师们所接受。这里给出几何可靠性算法求解中涉及的几个要点: 极限状态构型、等值概率密度构型、构型相交判断等。

1.1 基桩极限承载力的确定

确定单桩极限承载力主要可由经验参数法、触探法^[14]和静载试验法。经验参数法被列入各种行业规范广泛使用, 即由估算的桩侧与桩端摩阻力得到。触探法多需建立比贯入阻力与侧阻力和端阻力的经验关系, 进而确定极限承载力值。静载试验法多在重大工程中使用。前两种方法较为类似, 这里只讨论经验参数法与静载试验法。

(1) 经验参数法

为估算特定场地下基桩的极限承载力 Q_u , 可依据该基桩周围土层的侧阻力 q_s 和桩底部的端阻力 q_b 给定

$$Q_u = \pi D \sum_{i=1}^n q_{si} l_i + q_b A_b \quad (1)$$

式中: D 为设计桩径, l_i 为第 i 层土体中的桩长, q_{si} 为第 i 层土体的极限侧阻力, q_b 为土体的极限端阻力, A_b 为桩底横断面面积, n 为总土层数。

(2) 静载试验法

若前述经验参数法不易准确地确定单桩竖向承载力时, 可由静载试验给出的荷载-沉降曲线确定。若该曲线为缓变型且采用幂函数进行拟合, 给定桩顶沉降量 s 所对应的荷载值可写为

$$Q_{ua} = p_1 s_a^{p_2} \quad (2)$$

式中: p_1 和 p_2 为基桩荷载 Q -沉降 s 曲线采用幂函数回归的两个参数, s_a 为事先给定的容许位移值, 比如取 40mm。通常静载测试未必加载至容许位移值, 极限承载力多由曲线外推得到。

1.2 基桩施加荷载的确定

上部结构传至柱脚的荷载, 即施加于基桩上的荷载 Q_{Load} , 由上部结构的自重(恒载)以及人员与物体运移、外部风力或地震力等(活载)组成, 可写为

$$Q_{Load} = Q_G + Q_L \quad (3)$$

式中: Q_G 为恒载, Q_L 为活载。

若已知静载检测曲线时, Q_{Load} 可直接由静载试验施加的最大加载值 Q_{max} 除以给定的安全系数(我国技术规范中取为 2)得到。最大加载值 Q_{max} 多由上部结构或者基桩设计工程师根据上部荷载与地质条件等综合考虑后给定。

1.3 参数不确定性

源于土体的空间变异性, 图 1 给出静载试验测得的多根荷载 Q -位移 s 曲线间呈现离散性的示意。在同一荷载量值下, 多条曲线的沉降值各不相同, 可构成一个样本集, 并服从一种概率分布形式。将拟合这些荷载-位移曲线的 p_1 和 p_2 视作随机变量, 且二者由同一测试曲线(族)同时获得, 故具有相关性。荷载-位移曲线是桩土体系各种因素(各土层侧阻力、端阻力、及桩几何形状等)的综合反映。可见, 基于检测试验成果的基桩承载不确定性分析只需主要考虑幂函数模型参数(p_1 和 p_2)即可。这实质上将采用经验参数法考虑各个地层侧摩阻力等的多维不确定性问题转化为两个回归参数间的二维问题。

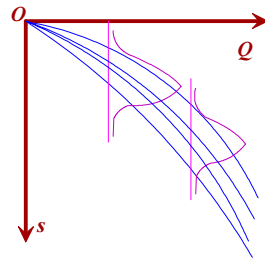


图 1 多根静载检测的荷载-位移曲线

Fig. 1 Load-displacement curves of multiple static tests

1.4 极限状态方程

综合考虑静载试验测得的单桩极限承载力表达式(2), 以及上部结构荷载式(3), 基桩的极限状态方程可写为

$$Q_{ua} - Q_{Load} = 0 \quad (4)$$

鉴于 Q_{ua} 是参数 p_1 和 p_2 的函数, 通过变动参数分析^[8], 可给出极限状态构型, 如图 2 中粗实线所示。显然, 式(4)中, 若由式(1)中的 Q_u 代替 Q_{ua} , 则该式为基于经验参数法的极限状态方程。

假定单根基桩的 Q_{ua} 与 Q_{Load} 均为定值, 则该基桩承载力的实际安全系数 $\tilde{F}_s = Q_{ua} / Q_{Load}$ 。

1.5 概率密度等值构型的离散化表征

为描述多条基桩响应曲线的离散性, 幂函数回归模型参数(p_1 和 p_2)的边缘概率密度分布多假定服从正态形式, 且考虑二者具有线性相关系数, 则其联合概率密度等值线为椭圆形状。图 2 给出单倍标准差椭圆以及多倍标准差椭圆示意。若某个概率密度等值

椭圆恰好与极限状态线相切时,则被定义为发散椭圆。在参数 p_1 轴上,该发散椭圆的公切线至均值 μ 的距离为 $\beta\sigma$ 。在参数 p_2 轴上也可得到类似示意。这里的 β 即为可靠度指标。两个几何构型的相切判断可由某点是否包含在一个多边形内来实现^[8]。此外,将概率密度等值离散点坐标代入极限状态方程(4)进行非正值判断可以直接得到切点。

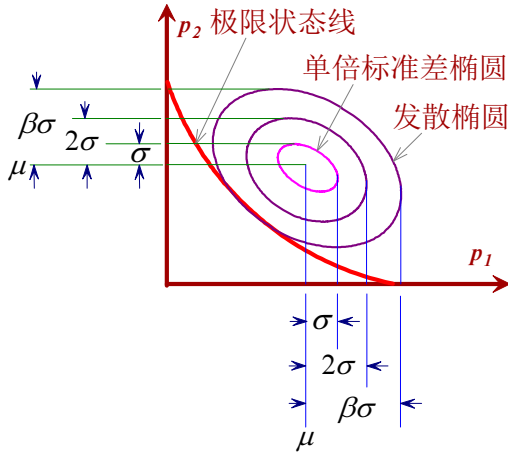


图2 极限状态构型与概率密度等值构型示意

Fig. 2 Configurations of limit state and probability density contour

1.6 几何可靠性算法实施步骤

当等值概率密度构型与极限状态构型确定后,构型相交判断可通过直接扩展法或二分求解法^[13]确定发散等值概率密度构型。具体求解步骤如下:

- (1) 确定随机变量和极限状态方程;
- (2) 确定单倍标准差椭圆;
- (3) 持续扩展概率密度等值线直至与极限状态线相切,切点即为设计点 D ;

(4) 由均值点至设计点的连线与单倍标准差椭圆的交点为伪设计点 P ;

(5) 分别定义距离比 L_D (即设计点 D 与均值点 M) 与 L_P (即伪设计点 P 与均值点 M), 得到可靠度指标 $\beta = L_D/L_P$, 如图3所示。

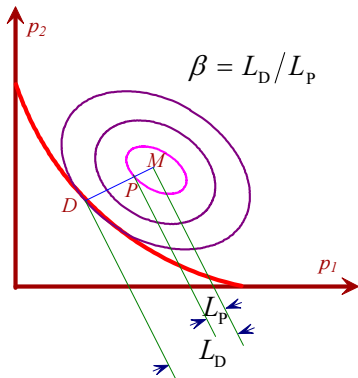


图3 设计点、距离比与可靠度指标的定义

Fig. 3 Definitions of the design point, distance ratio, and reliability

index

图4给出基于静载检测成果的基桩承载力几何可靠性分析流程。检测曲线间的差异性直接体现在回归参数集的离散性,并决定了单倍标准差椭圆的大小及发散椭圆的形状,进而直接影响可靠度指标^[10]。理想情况下,荷载-位移曲线非常接近,单倍标准差椭圆非常小,这将得到较大的可靠度指标。

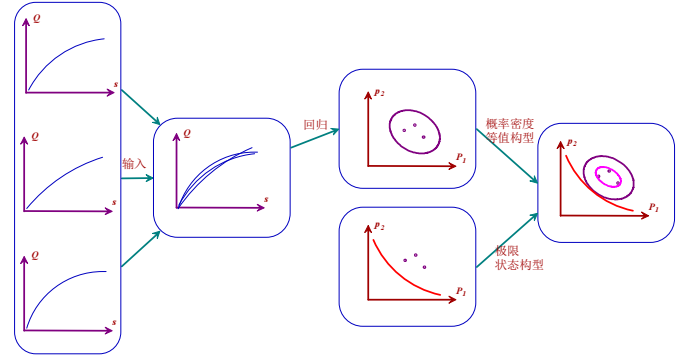


图4 基桩承载力几何可靠性分析流程

Fig. 4 Procedure of the geometric reliability analysis of bearing capacities for piles

1.7 几何可靠性算法优势

(1) 将环境变化(荷载沉降曲线回归参数集)表征与极限状态响应进行解耦,可靠度指标的解译更为简单易懂。

(2) 可靠度指标被定义为发散概率密度构型与单倍标准差构型的相对比例关系^[7],比如,轴径比、距离比、或体积比等,这使得指标大小在低维问题下直观可视。

(3) 可靠度指标的推求过程清晰简明,甚至不需要任何优化求解算法。

2 图解几何可靠性分析工况

通过绘制几何构型来解答几个可靠性分析中可能碰到的问题。

2.1 可靠度指标比安全系数更为综合的指标

事实上,几何可靠度指标可以清晰地表达两点:其一,均值点是否安全,亦相当于安全系数是否大于1。因为极限状态线通常是安全系数为1的临界线,如图2所示,若均值点位于临界线的安全区域,很显然按照安全系数的定义,由确定性分析方法可求出具体的量值。这也是我们通常表述可靠性法传承了确定性分析方法的理念就在于此。其二,发散椭圆与单倍标准差椭圆的相对关系定义可靠度指标。幂函数回归参数间的离散性决定这些椭圆的大小与形状,这种离散性是确定性安全系数无法表征的。

2.2 安全系数相等但可靠度指标迥异

若有两个建筑物分别进行三根基桩的静载检测，并通过回归（拟合）得到荷载-位移曲线的幂函数回归参数集，如图 5 所示。其中左侧图形以空心圆圈示意检测成果，其回归参数间离散性较小，这是由于荷载-位移曲线间差异小所致；而右侧图形以空心矩形示意回归参数间离散性较大。依据变动参数分析^[8]构建极限状态线，这些回归参数均具有相同安全系数，即 4.0。因而，这两个建筑物各自三根基桩平均安全系数也为 4.0。即使这两个建筑物的平均安全系数是相等的，但由于回归参数间离散性不同，它们的单倍标准差明显有别，求得的可靠度指标 β 会有很大差异。左侧建筑物的 β 值要大于右侧建筑物的，文献^[10]也给出类似的讨论。

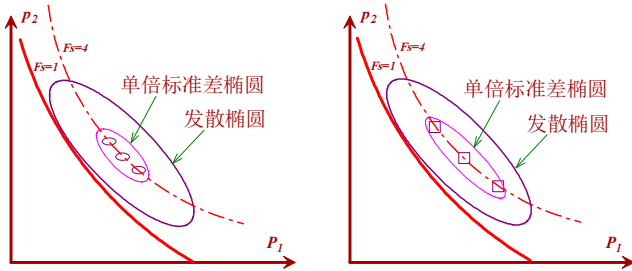


图 5 相同安全系数下得到可靠度指标明显差异

Fig. 5 Different reliability index achieved under the same safety factor

2.3 相关系数变化对可靠度指标的影响

由特定场地或特定建筑物下多根基桩检测成果得到的回归参数间具有明显负相关性，其相关系数已在文献^[9]中列示。图 6 示意相关系数分别为 -0.7 和 0.7 的情况下单倍标准差椭圆和发散椭圆的构型。若单倍标准差椭圆的大小在这两种情况下保持基本不变（即变量的均值与标准差不变），椭圆的倾向主要取决于相关系数的大小。相关系数为正值时的发散椭圆与负值时的发散椭圆具有明显差异，故可靠度指标会受到相关系数的较大影响。

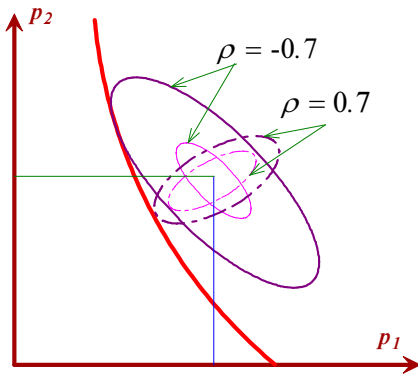


图 6 不同相关系数下概率密度等值构型的定义

Fig. 6 Definition for the iso-probability density configurations under different correlation coefficients

2.4 几种极值工况的安全系数

发散椭圆定义概率密度等值线的极大构型。更大的发散等值构型将会处于失效域，理论上可以导致结构物的破坏。发散椭圆上的存在六种极值工况： p_1 值最小 (p_1^{\min})、 p_2 值最小 (p_2^{\min})、 p_1 与 p_2 的均方根 $\sqrt{(p_1)^2 + (p_2)^2}$ 最小 (简记为 p_{12}^{\min})、 p_1 值最大 (p_1^{\max})、 p_2 值最大 (p_2^{\max})、和 p_1 与 p_2 的均方根 $\sqrt{(p_1)^2 + (p_2)^2}$ 最大 (简记为 p_{12}^{\max})，如图 7 所示。这几种极值工况下确定性安全系数的大小值得关注。

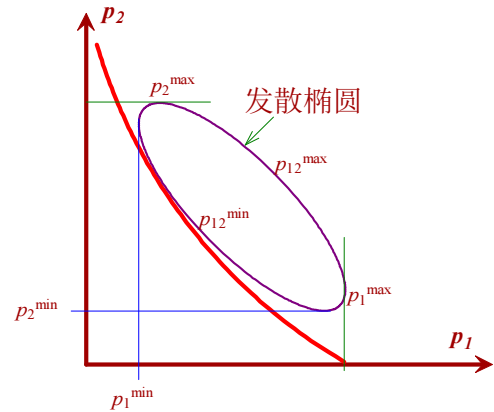


图 7 发散概率密度等值构型上的极限工况

Fig. 7 Extreme conditions of the dispersed iso-probability density configuration

3 算例分析

中国尊大厦又名北京中信大厦，2018 年竣工，是超过 500m 高的摩天大楼，其基础形式为桩筏基础。为检测工程桩的施工质量，采用锚桩反力法进行了 6 根单桩测试，其荷载-位移曲线如图 8 所示^[15]。施加于基桩上的荷载 Q_{Load} 取为定值，16372kN，即静载检测最大施加荷载（平均值）的一半。

这些钻孔灌注桩桩径为 1.2m，有效桩长均设定为 44.6m^[15]。桩端持力层为卵石和圆砾，各土层平均厚度与摩擦参数如表 1 所列^[16]。

表 1 各层土体的层厚与摩阻力

Table 1 Depth and frictional resistance of soils in each layer

场地 地层	土层名称	层厚 (m)	侧摩阻极 限 q_s (kPa)	端摩阻极 限 q_b (kPa)
7	黏土	1.83	70	/
8	卵石、圆砾	6.90	140	/
9	粉质黏土	5.23	75	/
10	中砂、细砂	12.50	80	/
11	粉质黏土	10.43	75	/
12	卵石、圆砾	12.40	160	3000

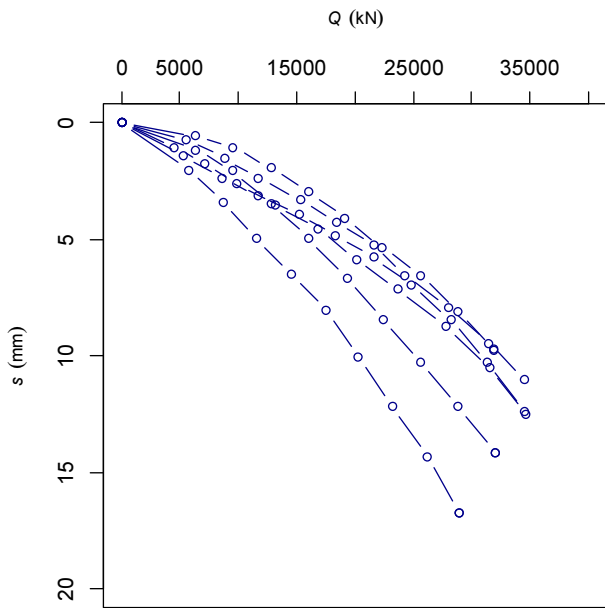


图8 中国尊大厦基桩的荷载-位移检测曲线

Fig. 8 Load-displacement curve of the piles of China Zun Tower

若将各层土体摩阻特性看作随机变量, 假定为正态分布, 变异系数取为0.15^[3], 则可构建基于经验参数法的高维极限状态方程, 采用一次可靠法^[17]可求出该建筑物下基桩的可靠度指标为3.14。

若采用几何可靠性算法, 依据前述的具体实施步骤可完成各种评估指标的计算。同样地, 也可采用作者自行开发的基于静载试验的基桩几何可靠性分析软件 PileBetaG2.15^[13], 它可展示这些基桩承载能力的总体评估成果, 比如, 平均安全系数和可靠度指标。

这六根基桩的幂函数回归系数 p_1 和 p_2 如表2所列, 由各桩的实际安全系数 \tilde{F}_s 可求得平均安全系数为4.37。由于检测曲线间的离散性, 推求的几何可靠度指标为2.9, 如图9所示。在图中, 内侧为单倍标准差椭圆, 外侧为发散椭圆, 左侧粗实线为极限状态线。

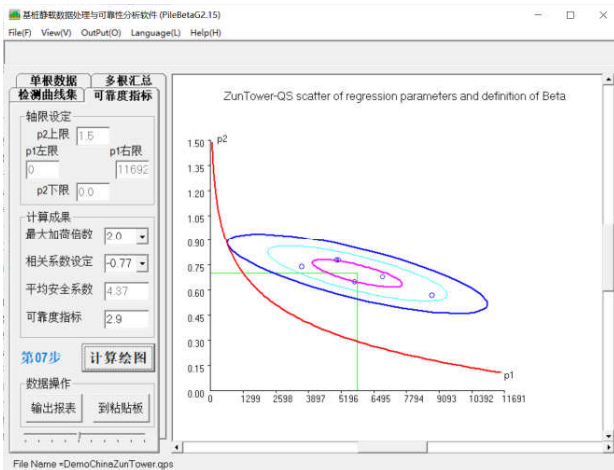


图9 回归参数的单倍标准差椭圆和发散椭圆

Fig. 9 One standard deviation and dispersed ellipses of regression

parameters

发散概率密度等值椭圆上六个极值点工况的实际安全系数可求出, 如表3所列。若安全系数较低, 将导致基础失稳等严重后果。若安全系数取值过高, 将会造成工程浪费。可以看出, p_1^{\min} 工况下得到的 \tilde{F}_s 值最低, 而 p_{12}^{\max} 工况下的 \tilde{F}_s 值最高。

图10给出安全系数 \tilde{F}_s 取不同值(由1.0至8.5, 以0.5为间隔)时的极限状态线。可以看出, 极限状态线随着安全系数的增加逐渐向安全域演化。

表2 幂函数回归系数及各根桩的实际安全系数

Table 2 Regression parameters of the power law function and the

factor of safety for each pile

ID	p_1	p_2	\tilde{F}_s
1	3625.22	0.74	3.67
2	6838.90	0.68	4.66
3	4998.93	0.78	4.93
4	5281.24	0.77	4.99
5	8797.06	0.57	4.26
6	5726.48	0.65	3.71
均值	5877.97	0.70	4.37
标准差	1770.37	0.08	0.58

表3 各极值工况的实际安全系数

Table 3 Safety factors under various extreme conditions

工况	\tilde{F}_s
p_1^{\min}	1.13
p_2^{\min}	3.26
p_{12}^{\min}	2.71
p_1^{\max}	4.52
p_2^{\max}	4.25
p_{12}^{\max}	8.47

4 讨论

案例分析中的六根基桩测试样本, 对于统计分析可谓数量极其有限, 回归参数集假定服从正态分布是无奈之举。限于特定建筑物下的检测数量不足(现行检测技术规范规定单体建筑物检测量为不少于三根), 难以进行完备的统计分析与可靠性计算, 故已有研究成果多集中于特定场地或特定区域^[6]。但是, 工程师们更为关注特定建筑物下基桩的计算分析^[11,12], 本研究为类似工程提供了范例, 今后应加强重要建筑物下基桩静载检测成果的收集。

前述公式(4)的求解中仅考虑 p_1 和 p_2 的不确定性, 这为基桩承载的二维几何可靠性问题。若再将恒载和活载的随机性纳入, 方程(4)则变为多维可靠性问题。若没有静载试验资料时, 将方程(1)代入(4)

中,考虑各层土体的侧阻力 q_s 以及端阻力 q_b 的不确定性,该问题的求解属于高维可靠性问题。在原始物理空间中,高维几何构型的表征方法及可靠度指标的求解是值得深入研究的问题。

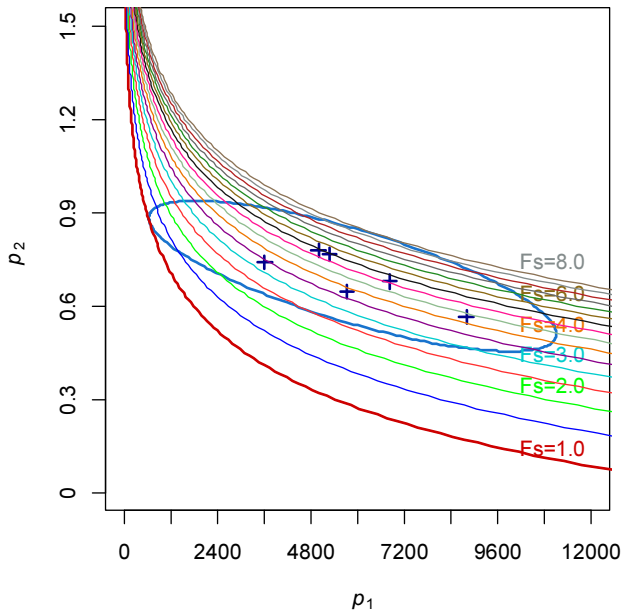


图 10 不同实际安全系数对应的极限状态线

Fig. 10 Limit state curves with different safety factors

5 总结

以基桩载荷试验数据为研究对象,采用幂函数对荷载-沉降曲线进行拟合,得到给定允许沉降量值对应的极限承载力。考虑多条检测曲线间的离散性可由幂函数拟合参数的随机性表征,构建了基桩可靠性分析的简化极限状态方程式。影响可靠度指标的几个相关因素通过概率密度几何构型的演化得以图解释疑。结合超高层工程桩的静载检测成果,采用几何可靠性算法进行了特定建筑物下基桩承载性能的可靠性评估,给出了平均安全系数和可靠度指标。这里讨论的几何可靠性算法拓展了桩基工程安全评价的可靠性基础理论,也为可靠性设计法融入岩土工程提供了新思路。

参考文献:

[1] 钟亮,林思佐.单桩竖向承载力可靠度的研究[J].建筑科学,1991,(4):22-29.(Zhong Liang, Lin Sizuo. Reliability analysis on vertical bearing capacity of the single pile[J]. Building Science, 1991, (4):22-29. (in Chinese))

[2] 叶军,吴世伟.单桩承载力可靠度分析中试桩信息的应用[J].工程力学,1993,12(4):62-70.(Ye Jun, Wu Shiwei. The application of information of trial piles in reliability analysis

of load-bearing capacity of single pile[J]. Engineering Mechanics, 1993, 10(4):62-70. (in Chinese))

[3] 张鹏飞,高大钊.软土地区钻孔灌注桩承载力的可靠度研究[J].同济大学学报,1998,26(6):644-649.(Zhang Pengfei, Gao Dazhao. Reliability analyses of ultimate bearing capacity of bored piles in the soft clay area[J]. Journal of Tongji University, 1998, 26(6): 644-649. (in Chinese))

[4] 修临天,谭晓慧,胡木子,候晓亮,刘雪莹.基于静载试验的基桩可靠度分析[C].见:高文生,王涛,查甫生等.桩基工程技术进展[M].中国建筑工业出版社,2017,pp257-260.(Xiu Lintian, Tan Xiaohui, Hu Muzi, Hou Xiaoliang, Liu Xueying. Reliability analysis of foundation pile based on load tests[C]. 2017, pp257-260. (in Chinese))

[5] 吴兴征,王瑞凯,辛军霞,冯震.特定场地地下土工构筑物荷载变形曲线的概率密度分布[J].工程质量,2017,35(9):41-46.(Wu Xingzheng, Wang Ruikai, Xin Junxia, Feng Zhen. Probability density distribution of load deformation curves of geotechnical structures at a specific site[J]. Construction Quality, 2017, 35(9):41-46. (in Chinese))

[6] Phoon KK, Kulhawy FH. Serviceability limit state reliability-based design[P]. In: Reliability-based design in geotechnical engineering: Computations and applications, Taylor and Francis, London, 2008, 344-383.

[7] Wu XZ. Geometric reliability analysis applied to wave overtopping of sea defences[J]. Ocean Engineering, 2015, 109:287-297.

[8] 吴兴征,王瑞凯,辛军霞.特定场地地下土工构筑物的几何可靠性分析[J].岩土力学,2020,41(6):2070-2080.(Wu Xingzheng, Wang Ruikai, Xin Junxia. Geometric reliability analysis of geotechnical structures at a specific site. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(6):2070-2080. (in Chinese))

[9] Wu XZ, Xin JX. Geometric reliability analysis of composite foundations comprising cement-fly ash-gravel piles at site-specific scale[J]. Journal of Testing and Evaluation, 2021, 49(4):2779-2799.

[10] Wu XZ, Liu H, Wang RK. Determination of geometric reliability index of piles at site-specific scale: Case studies. Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Geotechnical Engineering, 2022, 175(1):1-14.

[11] 吴兴征,王瑞凯,辛军霞.基于少量检测数据的特定建筑物下基桩简化几何可靠性评估[J].岩土力学,2020,41(S2):482-490.(Wu Xingzheng, Wang Ruikai, Xin Junxia. Geometric reliability assessment of foundation piles in a

- specific building based on small amount of testing data[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2020, **41**(S2):482–490. (in Chinese))
- [12] 吴兴征, 刘赫, 黄日志. 以住宅小区为例的基桩几何可靠性评估实践[J]. *建筑结构*, 2021, **51**(S1):2091–2098. (Wu Xingzheng, Liu He, Huang Rizhi. Practices of implementing geometric reliability analysis of foundation piles by taking residential community as an example[J]. *Building Structure*, **51**(S1):2091–2098. (in Chinese))
- [13] 吴兴征. 基桩静载数据处理与可靠性分析软件开发及应用[J]. *工程质量*, 2021, **39**(3):10–16. (Wu Xingzheng. Notes on a package for reliability analysis and data processing with the static load test of foundation piles[J]. *Construction Quality*, 2021, **39**(3):10–16. (in Chinese))
- [14] 蔡国军, 刘松玉, ANAND JP, 童立元. 基于CPTU测试的桩基承载力可靠性分析[J]. *岩土工程学报*, 2011, **33**(3):404–412. (Cai Guojun, Liu Songyu, Anand J Puppala, Tong Liyuan. Reliability assessment of bearing capacity of pile foundation based on CPTU data[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, **33**(3):404–412. (in Chinese))
- [15] 孙宏伟, 常为华, 宫贞超, 王媛. 中国尊大厦桩筏协同作用计算与设计分析[J]. *建筑结构*, 2014, **44**(20):109–114. (Sun Hongwei, Chang Weihua, Gong Zhenchao, Wang Yuan. Calculation and analysis of piled raft foundation interaction of China Zun Tower[J]. *Building Structure*, 2014, **44**(20):109–114. (in Chinese))
- [16] 王媛, 孙宏伟. 北京Z15地块超高层建筑桩筏基础的数值分析[J]. *建筑结构*, 2013, **43**(17):134–139. (Wang Yuan, Sun Hongwei. Geotechnical analysis of piled raft foundation of CBD-Z15 super high-rise building in Beijing[J]. *Building Structure*, 2013, **43**(17):134–139. (in Chinese))
- [17] Wu XZ. Implementing statistical fitting and reliability analysis for geotechnical engineering problems in R[J]. *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 2017, **11**(2):173–188.