

# 基于 R 的岩土三轴剪切试验数据处理方法

辛军霞<sup>1,2</sup> 吴兴征<sup>3\*</sup> 方有亮<sup>3</sup>

(1 北京市建筑工程研究院, 北京, 100039

2 北京市建设工程质量第一检测所有限责任公司, 北京, 100039

3 河北大学建筑工程学院, 保定, 071002)

[摘要]: 处理三轴剪切试验数据时, 需要绘制应力圆及强度包络线, 进而求得包络线的回归参数, 以便将这些强度参数应用于实际工程的稳定性评估中。广为采用的回归形式有: 线性和非线性两种。这里将测试值与预测值间的最小残差平方和作为最优回归模型的评估标准。通过非线性规划方法, 求解多个描述三轴试验强度包线的数学模型, 并采用 R 语言的绘图和科学计算功能进行编程实施。算法的有效性通过两个实例做了说明, 建议的实施方法可为三轴试验资料整理与模型参数确定提供便利。

关键词: R; 三轴试验; 强度参数; 优化

【中图分类号】Tu473 【文献标志码】A

## Implementation linear and nonlinear shear failure laws for geomaterials in R

Jun-xia Xin<sup>1,2</sup> Xing-zheng Wu<sup>3\*</sup> You-liang Fang<sup>3</sup>

1 Geotechnical Engineering Group, Beijing Building Construction Research Institute, 34 Fuxing Road, Haidian District, Beijing. 100039, China

2 Beijing Construction Engineering Quality First Testing Institute Co. Ltd, 34 Fuxing Road, Haidian District, Beijing. 100039, China

3 College of Civil Engineering and Architecture, Hebei University, 180 East Wusi Road, Baoding 071002, China

**Abstract:** The Mohr circles and their failure envelope of shear strength tests should be determined in order to fit a failure law of geomaterials. The regression parameters of the failure criterion can then be applied in a stability analysis of geostructures. The linear and nonlinear regression functions are commonly used. The minimal sum of squares of residual error between the measurement and the prediction is taken as the most significant measure of quality of fit for the regression models. Such a minimization assignment is formulated as a constrained nonlinear programming, which is solved by using the library function of solnp in the statistical programming language, R. Consequently, five alternative forms of the failure criterion are discussed. Application of the estimation procedure to two published data sets shows that this proposed technique is computationally efficient. The efforts of the implementation in R can obviate the need for tedious statistical and graphical work on the interpretation of triaxial test data.

**[Keywords]:** R; triaxial test; shear strength parameters; optimal algorithm

## 0 引言

在岩土工程中, 三轴试验是对试样施加恒定围压而进行的轴向剪切试验。采用状态相同的多个试样, 施加不同的围压并绘制相应的莫尔圆, 这些莫尔圆的公切线就是土样的强度包络线。描述包络线的

---

\* 通信作者

第一作者简介: 辛军霞, 女, 硕士, 高级工程师。主要从事岩土工程可靠性及地基基础检测方面的研究。

通讯作者: 吴兴征, 男, 博士, 主要从事岩土、防洪与海岸工程中不确定性模型方面的研究。E-mail: xingzhengwu@163.com

回归参数，亦称作三轴试验的抗剪强度参数，是进行土工构筑物稳定性评价的重要数据。

结合不同岩土材料的抗剪试验结果，学者们对强度包络线的回归形式<sup>[1]</sup>和方法<sup>[2, 3]</sup>进行了较多研究。其中，基于线性回归形式的 Mohr-Coulomb（莫尔-库仑）抗剪强度理论是常用的强度模型之一<sup>[4]</sup>。非线性回归形式的强度理论在描述低应力或高应力水平下的强度特性更接近试验结果<sup>[2, 5-6]</sup>。比如，在低应力作用下，土颗粒相互挤密。而在高应力作用下土颗粒会导致破碎，试样出现压缩性增加而致强度降低<sup>[7-8]</sup>。

为方便地得到这些回归模型的参数且不增加数据整理过程的复杂性，学者们探讨了其在不同的商业软件，比如 Matlab<sup>[9]</sup>，Excel<sup>[10]</sup>，Mathmatica<sup>[5]</sup>或 QBasic<sup>[6]</sup>的实施方法。本文将通过另一免费的软件包 R<sup>[11]</sup>中已有工具或宏函数来实现回归模型参数的确定。R 是跨操作平台的高级编程语言，已应用于诸多领域中<sup>[12-15]</sup>。笔者在使用 R 进行三轴试验数据整理过程中，取得了良好的收效，这里分享给大家。

## 1 几个简单的强度失效准则

### 1.1 Mohr-Coulomb 强度准则

在常规三轴试验中，通常认为围压为小主应力  $\sigma_3$ ，而轴向压力为大主应力  $\sigma_1$ 。在正应力  $\sigma$  与剪应力  $\tau$  的坐标系上绘制从  $(\sigma_3, 0)$  到  $(\sigma_1, 0)$  的半圆，即莫尔圆。将  $m$  级试验数据绘制在该坐标系中，就有  $m$  个圆。得到各圆的公切线，该切线的倾角即为内摩擦角  $\phi$ ，纵轴上的截距为粘聚力  $c$ 。这一公切线的方程式可写为

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (1)$$

上式给出剪切破坏面上的剪应力  $\tau$  是由法向应力  $\sigma$  和土的强度参数（ $c$  和  $\phi$ ）来确定的，这通常作为 Mohr-Coulomb 强度准则的经典表达式之一。

由于常规三轴试验的观测值是  $\sigma_1$  和  $\sigma_3$ ，莫尔圆的圆心和半径可分别记为， $p = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ ， $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ ，如图 1 所示。若已知土的 Mohr-Coulomb 强度参数（ $c$  和  $\phi$ ），依据图 1 中的几何关系，易推得

$$\sin \phi = \frac{L_{MT}}{L_{MO} + L_{OE}} = \frac{\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2}}{\frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} + \frac{c}{\tan \phi}} \quad (2)$$

进而可建立  $\sigma_1$  和  $\sigma_3$  之间的关系式

$$\sigma_1 = 2c \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} + \sigma_3 \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (3)$$

将  $\cos^2 \phi = 1 - \sin^2 \phi = (1 - \sin \phi)(1 + \sin \phi)$  代入上式，整理得到<sup>[16,4]</sup>

$$\sigma_1 = 2c \sqrt{\frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}} + \sigma_3 \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = 2c \sqrt{N_\phi} + \sigma_3 N_\phi \quad (4)$$

式中： $N_\phi = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$ 。该式给出了观测量值间的关系。稍后会讨论利用它来确定 Mohr-Coulomb 强度参数（ $c, \phi$ ）。

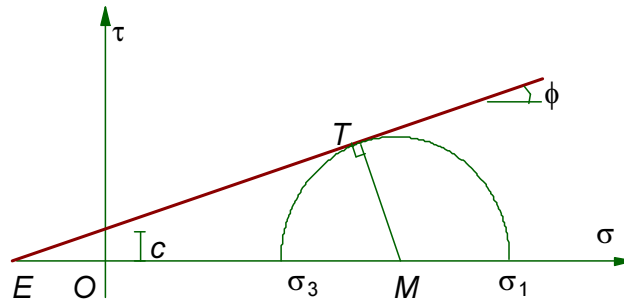


图 1 线性 Mohr-Coulomb 强度包线

Fig. 1 Linear Mohr-Coulomb failure envelope

### 1.2 非线性强度准则

尽管 Mohr-Coulomb 公式在岩土工程中应用广泛，非线性的强度破坏准则可以较好地体现有些材料在特定围压状态下的强度特性<sup>[17, 8]</sup>。其中非线性函数形式主要有双线性、双曲线和幂函数，且以幂函数应用为多。主要的幂函数形式有：De Mello<sup>[17]</sup>讨论了一种简单形式

$$\tau = a\sigma^n \quad (5)$$

式中： $a$  和  $n$  为材料常数。Anyaegebunam<sup>[6]</sup>讨论了另一种形式

$$\tau = (a + b\sigma)^n \quad (6)$$

式中： $a$ 、 $b$  和  $n$  为材料常数。Baker 于 2004 年<sup>[5]</sup>提出一种广义的幂函数形式，常规的 Mohr-Coulomb 强度准则、Griffith 强度准则以及 Hoek-Brown 强度准则均可作为其特例，并易于极限平衡分析中。它的表达式为：

$$\tau = P_a A \left( \frac{\sigma}{P_a} + T \right)^n \quad (7)$$

式中： $P_a$  为大气压强（101.325kPa）， $A$ 、 $n$  和  $T$  为材料常数，无量纲。Jiang 等人<sup>[1]</sup>给出了这些参数的物理意义： $A$  为尺度参数，控制剪切强度的大小，且  $A > 0$ ； $n$  为准则曲线的次数，用于控制曲率，有  $0.5 \leq n \leq 1$ ； $T$  为转换参数，控制强度包络线在  $\sigma$  轴上的起始位置并反映无量纲拉伸强度，有  $T \geq 0$ 。

## 2 强度参数的拟合方法

即使单个土样是均匀的，并忽略试验过程及操作手法等影响因素，单个土样的多级剪切试验得到的  $\tau$  值通常不落在一条理论直线或曲线上，如图 2 所示的其中一个莫尔圆  $i$ ，而是和直（曲）线有个距离，即残差  $\delta_i$ 。对于  $m$  个莫尔圆，基于最小二乘法的原理，回归分析时需满足该距离的平方和最小<sup>[18]</sup>，即

$\sum_{i=1}^m \delta_i^2 = \min$ 。以下结合前述强度准则的不同线型分别定义这个最小化问题。

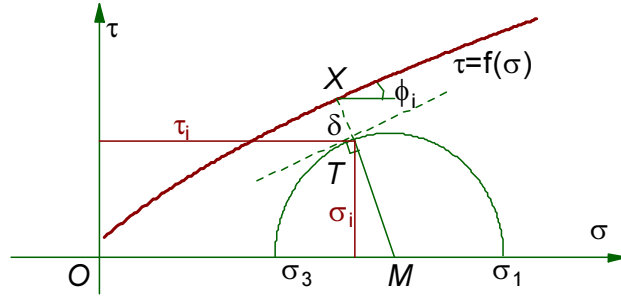


图 2 非线性强度包线

Fig. 2 Nonlinear failure envelope

### 2.1 Mohr-Coulomb 强度参数

若强度包线表达为,  $\tau = f(\sigma) = c + \sigma \tan \phi$ , 即式 (1)。当给定正应力  $\sigma_i = (\sigma_{1i} + \sigma_{3i})/2$ , 即图 2 中  $M$  点。则该测点  $M (\sigma_i, 0)$  到直线 (强度包线) 的距离可定义为<sup>[18, 10]</sup>

$$d_i = \frac{c + \sigma_i \tan \phi}{\sqrt{1 + (\tan \phi)^2}} \quad (8)$$

假如该距离  $d_i$  恰好等于莫尔圆的半径  $r_i = \tau_i = (\sigma_{1i} - \sigma_{3i})/2$ , 则残差  $\delta_i$  为零。对于  $m$  个莫尔圆的残差平方和可以定义为

$$\sum_{i=1}^m \delta_i^2 = \sum_{i=1}^m \left| \frac{c + \sigma_i \tan \phi}{\sqrt{1 + (\tan \phi)^2}} - \tau_i \right|^2 = \sum_{i=1}^m \left| \frac{c + \frac{\sigma_{1i} + \sigma_{3i}}{2} \tan \phi}{\sqrt{1 + (\tan \phi)^2}} - \frac{\sigma_{1i} - \sigma_{3i}}{2} \right|^2 \quad (9)$$

上式中两个变量  $c$  和  $\phi$ 。将  $\sum_{i=1}^m \delta_i^2$  最小值设定为目标函数, 可以求解其最小值时的变量值, 这构成非线性规划求解问题。依各变量的物理意义, 有约束条件  $c \geq 0$ ,  $0 \leq \phi \leq 90^\circ$ 。类似的推算见文献[18], 故将该算法记为 Mohr-Coulomb 的 Lisle 和 Strom 形式。

考虑到实际的三轴试验中通常保持围压恒定, 即设定  $\sigma_{3i}$ , 测定试样剪坏时的  $\sigma_{1i}$ 。由前述分析可见, 当  $\sigma_{3i}$  已知并满足 Mohr-Coulomb 条件, 可以推求大主应力  $\sigma_1 = 2c\sqrt{N_\phi} + \sigma_3 N_\phi$ , 即式 (4)。如果使得该预测值与测试值  $\sigma_{1i}$  的残差平方和最小, 同样构成一个规划问题, 可写为

$$\sum_{i=1}^m \delta_i^2 = \sum_{i=1}^m \left| 2c\sqrt{N_\phi} + \sigma_{3i} N_\phi - \sigma_{1i} \right|^2 \quad (10)$$

上式以拟合后的大主应力为研究对象, 更加迎合试验数据整理的习惯。文献[6]也强调了以大主应力残差为判定标准。类似的推演见文献[4], 故记作 Mohr-Coulomb 的 Katala 形式。

### 2.2 广义幂函数的强度参数

相比于上述的线性强度准则, 非线性强度指标随着正应力  $\sigma$  而变化。由此, 有必要建立任意法向应力  $\sigma$  和剪应力  $\tau$  与三轴试验所施加的大小主应力的关系, 见图 2 所示, 可得:

$$\begin{aligned}\sigma_i &= \frac{\sigma_{1i} + \sigma_{3i}}{2} - \frac{\sigma_{1i} - \sigma_{3i}}{2} \sin \phi_i \\ \tau_i &= \frac{\sigma_{1i} - \sigma_{3i}}{2} \cos \phi_i\end{aligned}\quad (11)$$

这里需要强调，上述公式中  $\phi_i$  为数据点  $(\sigma_{3i}, \sigma_{1i})$  的内摩擦角，亦称作切向摩擦角。也就是说，每对  $(\sigma_i, \tau_i)$  除了与对应的数据点  $(\sigma_{3i}, \sigma_{1i})$  有关外，还与  $\phi_i$  有关。将某一非线性强度准则，以式 (7) 为例，对正应力  $\sigma$  变量求导，也可得到内摩擦角随剪切面等效法向应力变化的函数关系

$$\frac{d\tau}{d\sigma} = \tan \phi = \frac{An}{(\sigma/P_a + T)^{(1-n)}} \quad (12)$$

假如  $\phi_i$  已知，由 Baker<sup>[5]</sup> 提出的广义幂函数形式，见式 (7)，可求得剪应力  $\tau$  (预测值) 与式 (11) 得到的  $\tau_i$  (视为测试值) 的残差，仍记为  $\delta_i$ 。对于  $m$  个测点的残差平方和可定义为

$$\sum_{i=1}^m \delta_i^2 = \sum_{i=1}^m \left[ P_a A \left( \frac{\sigma_i}{P_a} + T \right)^n - \tau_i \right]^2 \quad (13)$$

上式中有三个变量  $A$ ， $n$  和  $T$ 。将  $\sum_{i=1}^m \delta_i^2$  最小值设定为目标函数，求解其最小值时的变量值，即为一个非线性规划问题。类似地，该残差也可由大主应力  $\sigma_1$  的预测值与测试值定义，限于篇幅，不再赘述。

根据式 (12)，给定应力  $\sigma$  下的切向摩擦角  $\phi_i$  可由  $A$ ， $n$  和  $T$  估算。若估算的  $\hat{\phi}_i$  与事先假定的  $\phi_i$  相差无几，则可认定该应力  $\sigma$  下的  $\phi_i$ 。这个过程可由迭代法来实现<sup>[5, 8]</sup>，具体地：

- (1) 给定  $\phi_i = \phi_{i,j-1}$ ，由式 (11) 计算得到数据点  $(\sigma_i, \tau_i)$ 。
- (2) 由式 (13) 为最小值时求得第  $j$  次迭代的最优拟合参数  $(A_j, n_j, T_j)$ 。
- (3) 采用最优拟合参数代入式 (12) 重新计算内摩擦角  $\phi_{i,j}$ 。
- (4) 若前后两次迭代的最大内摩擦角之差  $(\Delta \phi_{\max})_j = \max \{ |\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}| \}$  小于设定的限值，比如  $0.01^\circ$ ， $\phi_{i,j}$

可认定为该级应力  $\sigma_i$  下的内摩擦角。否则重复上述步骤，直至收敛。

综合各级应力下的计算结果，可以确定三个变量  $A$ ， $n$  和  $T$ 。通常，初始的内摩擦角  $\phi_{i,0}$  未知，可设为 Mohr-Coulomb 强度理论的内摩擦角。其它非线性强度模型的参数确定方法与此类似。

### 2.3 程序实施

这里的非线性规划问题，如式 (9)、(10) 和 (13) 的最小取值，可由 R 中的软件包 Rsolnp<sup>[19]</sup> 求解。其中的 solnp 函数需要指定目标函数 ( $\sum_{i=1}^m \delta_i^2$  的最小值) 和约束条件 (限定各参数的取值范围)。

为增强计算结果可读性，莫尔圆可由 R 语言中的 plot 函数绘制，即将半圆分成若干等分，等分点的坐标可由式 (11) 得到。强度包线可依据求得的参数值，进而将  $\sigma$  细分为若干数值，计算相应的  $\tau$ ，用 line 函数即可绘制数值对  $(\sigma, \tau)$ 。还可采用 text 函数在图形上直接输出拟合后的公式，进而实现规范化的图形输出。

相比其它语言，在 R 中实施上述任一种模型时，只需要少量的代码，在数秒之内即可完成多个模型的比对。其精度与采用其它软件，比如 Excel 和 Matlab，基本无异。这里仅给出 Baker 强度模型的 R 源程

序，其它部分可联系作者。

```

library(Rsolnp) #solnp function
sig3<-c(2.5,3.0,5.0,16.0,26.06,36.25)
sig1<-c(17.0,27.88,40.0,88.13,93.75,112.5)
Paa<-101.25; Philimit<-0.01; Phiav<-29.29/180*pi
PhiBeg<-Phiav-0.2; if (PhiBeg<0) PhiBeg<-0.0; PhiEnd<-Phiav+0.2
PhiBa<-seq(PhiBeg,PhiEnd,0.002)
for (jPhi in 1:length(PhiBa)) {
  PhiCur<-PhiBa[jPhi]
  sigBa<-(sig1+sig3)/2- (sig1-sig3)/2*sin(PhiCur)
  tauBa<- (sig1-sig3)/2*cos(PhiCur)
  ObjFn <- function(par){ #1 A; 2 n; 3 T
    x1 <- par[1]; x2 <- par[2]; x3 <- par[3]
    tauCur<-Paa*x1*(sigBa/Paa+x3)^x2
    sum(abs(tauCur-tauBa)^2)}
  x0 <- c(1,0.8,0.2)
  Res<-solnp(x0, fun = ObjFn, LB=c(0,0.5,0), UB=c(1000,1.0,500))
  tanPhi<-Res$pars[1] *Res$pars[2] /((sigBa/Paa+Res$pars[3])^(1-Res$pars[2]))
  PhiNew<-atan(tanPhi); deltaPhi<-max(PhiNew-PhiCur)
  if (deltaPhi < Philimit) break
}
aBa<-Res$pars[1]; nBa<-Res$pars[2]; TBa<-Res$pars[3];
SOSba<-min(Res$values)

```

### 3 算例

以下给出两个算例，验证在 R 中进行剪切试验成果整理的可行性。

#### 3.1 粘土

表 1 给出一组 Oxford 粘土的固结排水三轴测试数据<sup>[2]</sup>。在低应力水平下，测得的抗剪强度包线呈曲线状。这里采用前述几种模型进行线性（Mohr-Coulomb 的 Lisle 和 Strom<sup>[18]</sup>形式和 Katala<sup>[4]</sup>形式）和非线性（De Mello<sup>[17]</sup>、Anyaegebunam<sup>[6]</sup>和 Baker<sup>[5]</sup>公式）拟合，如图 3 所示。由图可见，对于非线性模型而言，内摩擦角并非一个定值，随着围压的增加而减小。为清晰起见，图 3 只对 Lisle 和 Strom 形式以及 Baker 公式做了标注。

表 1 三轴固结剪切测试数据  
Table 1 Consolidated triaxial test data

编号	试验类型	应力	单位	加载级数					
				1	2	3	4	5	6
粘土	固结	$\sigma_3$	kPa	2.5	3.0	5.0	16.0	26.06	36.25

排水	$\sigma_1$	kPa	17.0	27.88	40.0	88.13	93.75	112.5
尾矿 固结不排水	$\sigma_3$	kPa	400	800	1200	1600	2000	3000
料 水	$\sigma_1$	kPa	1328.33	2189.58	2922.38	3637.66	4259.53	5738.29

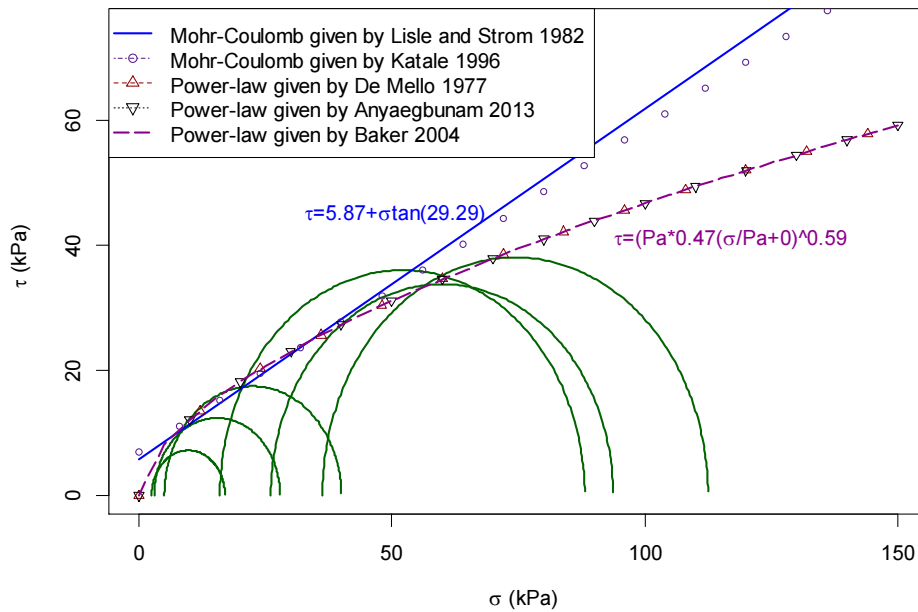


图 3 Oxford 粘土强度包线的拟合

Fig. 3 Fitting different models to peak strengths of the Oxford clay

表 2 中列出了采用这些计算模型得到的参数值。可看出，两种 Mohr-Coulomb 计算得到的  $c$  和  $\phi$  值略有差异。由于  $\sum_{i=1}^n \delta_i^2$  的公式中目标函数项有别，这两种模型的  $\sum_{i=1}^n \delta_i^2$  差异明显。

三种非线性模型得到的  $n$  参数是一致的，这与文献[2]给出的结果大致吻合，差异的原因可由与原文献采用的测试数据不同所致。此外，这三种模型的  $\sum_{i=1}^n \delta_i^2$  是一致的。

表 2 各种强度包线的回归参数

Table 2 Summary data on regression parameters of different fitted failure envelopes

项目	公式编号	公式类型	公式出处	回归参数			
				粘土	$\sum_{i=1}^n \delta_i^2$	尾矿料	$\sum_{i=1}^n \delta_i^2$
1	(1)	$\tau = c + \sigma \tan \phi$	Lisle 和 Strom, 1982 <sup>[18]</sup>	$c=5.87\text{kPa}$ $\phi=29.29^\circ$	50.64	$c=313.39\text{kPa}$ $\phi=14.83^\circ$	10077.5
2	(4)	$\sigma_1 = 2c\sqrt{N_\phi} + \sigma_3 N_\phi$	Katala, 1996 <sup>[4]</sup>	$c=7.01\text{kPa}$ $\phi=27.46^\circ$	735.9	$c=317.62\text{kPa}$ $\phi=14.72^\circ$	72631.05

3	(5)	$\tau = a\sigma^n$	De Mello, 1977 <sup>[17]</sup>	$a=3.15$ $n=0.59$	36.41	$a=8.43$ $n=0.61$	1338.94
4	(6)	$\tau = (a + b\sigma)^n$	Anyaegbunam, 2013 <sup>[6]</sup>	$a=0$ $b=7.1$ $n=0.59$	36.41	$a=0$ $b=38.17$ $n=0.6$	1231.73
5	(7)	$\tau = P_a A \left( \frac{\sigma}{P_a} + T \right)^n$	Baker, 2004 <sup>[5]</sup>	$A=0.47$ $n=0.59$ $T=0$	36.41	$A=1.39$ $n=0.61$ $T=0$	1338.94

### 3.2 尾粉砂

为测试高围压下尾矿材料的强度特性，文献[8]给出了一组三轴固结不排水剪切试验的数据，如表 1 所列。图 4 给出采用不同模型拟合尾粉砂强度包线的结果。由图可见，传统直线型 Mohr-Coulomb 强度准则不能很好地体现尾矿材料在高压下强度的弱化特征。

由表 2 中给出的回归参数值可见，两种 Mohr-Coulomb 强度准则得到的参数接近。由非线性模型计算得到的  $n$  值均约为 0.61，这与文献[8]给出的 0.64 大体吻合。即使采用同样的剪应力差值判据，非线性模型得到的  $\sum_{i=1}^n \delta_i^2$  明显小于 Mohr-Coulomb 强度准则的值，由此定量地判别了非线性模型对该种材料的适用性。

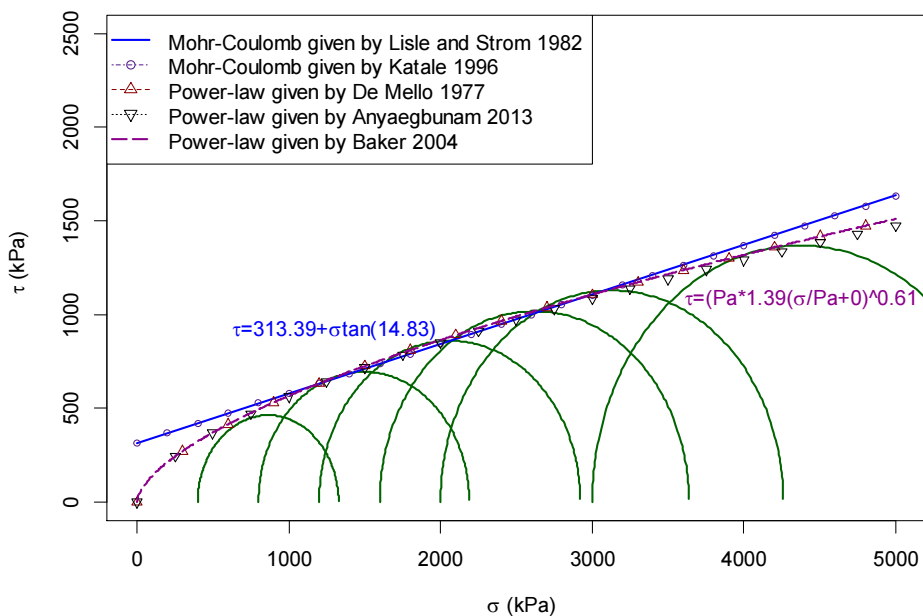


图 4 尾粉砂强度包线的拟合

Fig. 4 Fitting different models to peak strengths of the tailing silt

## 4 讨论

这里对三轴试验数据处理方法的讨论原则上适用于直剪试验，届时只须将直剪时考虑的正应力  $\sigma_i$  和剪应力  $\tau_i$  代入式 (9) 或 (13) 中即可。此外，对于直剪试验，也可以直接采用 R 中的库函数进行线性



(lm 函数) 和非线性 (nls 函数) 回归来拟合实测的应力对 $(\sigma_i, \tau_i)$ 。这与拟合桩基实测的加载-位移曲线无异<sup>[20]</sup>。

有些文献[18], 在基于最小二乘法的原理求解 Mohr-Coulomb 强度参数时, 分别对 $\partial\tau/\partial c$ 和 $\partial\tau/\partial\phi$ 求偏导数并令其为零, 进而构建二元方程组求解强度参数, 这使得简单问题变得复杂。本文对残差平方和的最小化求解处理, 更为简便。

对于同一个地质单元的强度参数确定, 每组(多级应力加载)可以给定一个强度参数对。若试验条件允许或技术规范要求, 在同一层土中要取多组土样进而确定多个强度参数对的统计均值和标准差。这些统计特性也是反映岩土材料的变异性以及后继土工可靠性计算的基本数据。笔者开发的一个 R 软件包, GeoRiskR<sup>[13-15]</sup>, 可实现多种可靠性方法的分析。其中还收集整理了一些外文文献(以强度参数不确定性为目的)中发布的岩土体抗剪强度参数的数据。值得指出, 这里不推荐将该土层取得的全部土样(多组)的剪切试验数据统一进行回归, 进而得到回归参数的均值和标准差, 文献[21]讨论了其弊端。

## 5 结语

在 R 中实现了莫尔圆绘制以及线性和非线性强度模型的参数确定, 讨论了计算实施的函数与代码。算例成果与已有文献发布的结果大致吻合, 说明采用非线性规划方法求解强度模型参数的可行性。建议的残差平方和可以定量地判别回归模型的优劣。这里的实施技术可提高试验数据处理的效率, 减少模型比选和参数确定时人为因素的影响。

## 6 参考文献

- [1] Jiang JC, Baker R, Yamagami T. The effect of strength envelope nonlinearity on slope stability computations[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, 40(2):308–325.
- [2] Perry J. A technique for defining non-linear shear strength envelopes and their incorporation in a slope stability method of analysis[J]. Quarterly Journal of Engineering Geology, 1994, 27:231–241.
- [3] 陈立宏, 陈祖煜, 李广信. 三轴试验抗剪强度指标线性回归方法的讨论[J]. 岩土力学, 2005, 26(11):1785–1789.
- [4] Katala DP. Analysis of triaxial test results[J]. Journal of Applied Science in Southern Africa, 1996, 2(1):37–46.
- [5] Baker R. Nonlinear Mohr envelopes based on triaxial data[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, 130(5):498–506.
- [6] Anyaegbunam AJ. Nonlinear power-type failure laws for geomaterials: Synthesis from triaxial data, properties and applications[J]. International Journal of Geomechanics, 2013, 15(1):04014036.
- [7] 栾茂田, 辛军霞, 赵尚传. 面板堆石坝边坡稳定性可靠性分析及其应用[J]. 大连理工大学学报, 2002, 42(4):467–471.
- [8] 刘海明, 杨春和, 张超, 冒海军, 曹净. 高压下尾矿材料幂函数型摩尔强度特性研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(7):1986–1992.
- [9] 吴云刚, 王春磊, 骆进. MATLAB 软件在求解岩土抗剪强度参数中的应用[J]. 路基工程, 2010, (4):173–174.
- [10] 阮波, 张向京, 彭意. Excel 规划求解三轴试验抗剪强度指标[J]. 铁道科学与工程学报, 2009, 6(5):57–60.
- [11] R Development Core Team. R: A language and environment for statistical computing[R]. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, ISBN:3-900051-07-0. <http://www.R-project.org>. 2013.

- [12] Kaklamanos J, Elmy KT. Development of a geotechnical engineering software package in R and its implementation in the civil engineering curriculum[P]. American Society of Civil Engineers (ASCE) Geotechnical and Structural Engineering Congress 2016, Phoenix, Arizona, USA. 2016, 635–647.
- [13] Wu XZ. GeoRiskR: data and functions for geotechnical risk assessment[R]. R package, Version: 2.1. [https://r-forge.r-project.org/R/?group\\_id=1777](https://r-forge.r-project.org/R/?group_id=1777) or <http://xingzhengwu.site88.net/down/GeoRiskR2.1.pdf>. 2013.
- [14] Wu XZ. Modelling dependence structures of soil shear strength data with bivariate copulas and applications to geotechnical reliability analysis[J]. Soils and Foundations, 2015, 55(5):1243–1258.
- [15] Wu XZ. Implementing statistical fitting and reliability analysis for geotechnical engineering problems in R[J]. Georisk: Assessment And Management Of Risk For Engineered Systems And Geohazards. <http://dx.doi.org/10.1080/17499518.2016.1201577>. 2016.
- [16] 陈仲颐, 周景星, 王洪瑾. 1994. 土力学[M]. 清华大学出版社.
- [17] De Mello VFB. Reflections on design decisions of practical significance to embankment dams[J]. Géotechnique, 1977, 27(3):281–355.
- [18] Lisle RJ, Strom CS. Least-squares fitting of the linear Mohr envelope[J]. Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology, 1982, 15:55–56.
- [19] Ghalanos A, Theussl S. Rsolnp: general non-linear optimization using augmented Lagrange multiplier method[R]. R package version 1.15. 2014.
- [20] 辛军霞, 吴兴征, 高伟, 任国家, 马骏翔, 范磊. 基于 Copula 函数的 CFG 桩复合地基载荷-变形曲线的概率分析[J]. 岩土力学, 2016, 37(S1):424–434.
- [21] 夏明诚. 再谈抗剪强度  $c, \phi$  标准值的统计方法问题[J]. 岩土力学, 1997, 18(3):88–92.