第4章：土的压缩性与地基沉降计算

✧ 本章提要

- 土的压缩性 -测试方法和指标
- 地基的最终沉降量-分层总合法
- 地基的沉降过程-饱和土渗流固结理论

✧ 本章特点

- 有一些较严格的理论
- 有较多经验性假设和公式

✧ 学习难点

- 应力历史及先期固结压力
- 不同条件下的总沉降量计算
- 渗流固结理论及参数

土的压缩性与地基沉降计算

土的压缩变形问题

- 土的压缩性测试方法 → 试验方法
- 一维压缩性及其指标 → 压缩性指标
- 地基的最终沉降量计算 → 沉降的大小
- 饱和土体的渗流固结理论 → 沉降的过程

第4章：土的压缩性与地基沉降计算

§4.0　概述

§4.1　土的压缩性测试方法

§4.2　一维压缩性及其指标

§4.3　地基的最终沉降量计算

§4.4　饱和土体的渗流固结理论

P127　4.1

工 程 实 例

左部：1709年
右部：1622年
地基：20多米厚粘土

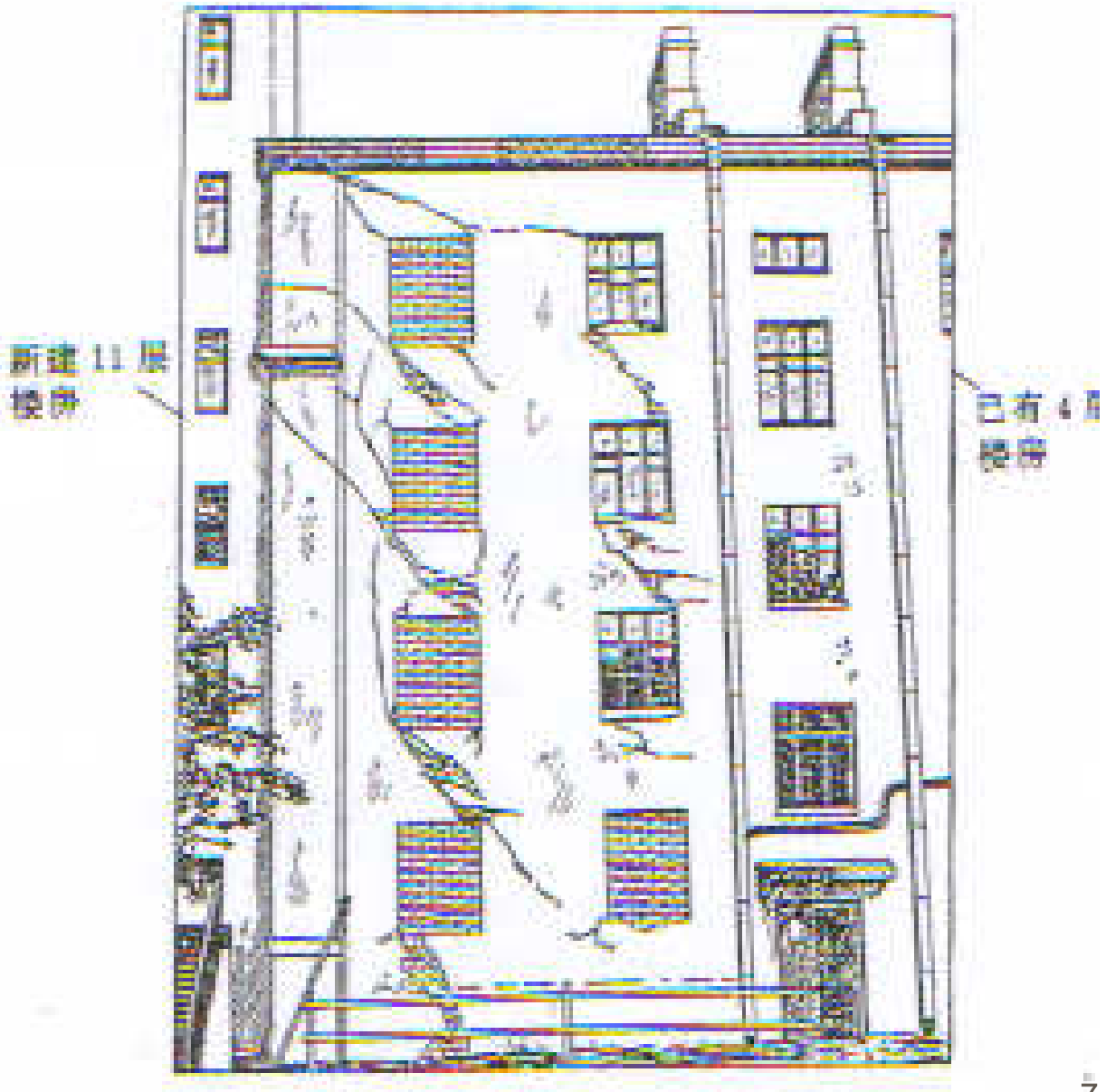
问题：
沉降2.2米，且左右两部分存在明显的沉降差。左侧建筑物于1969年加固

工 程 实 例

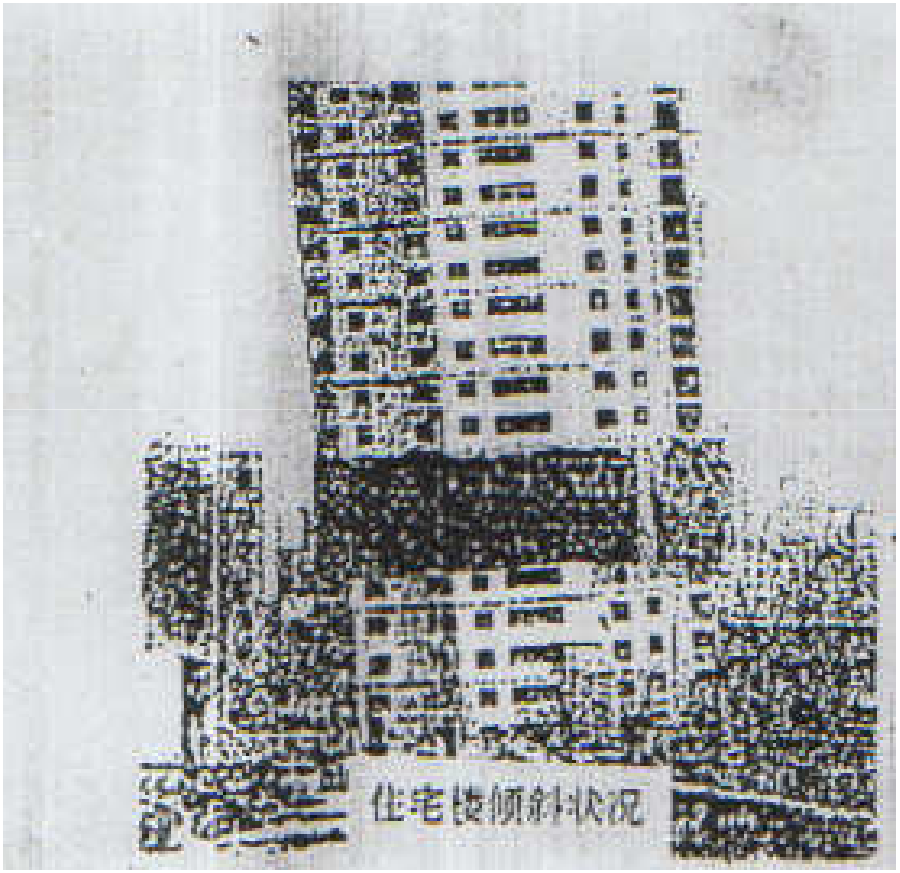
工 程 实 例

§4.0 概述

新建筑引起原有建筑物开裂



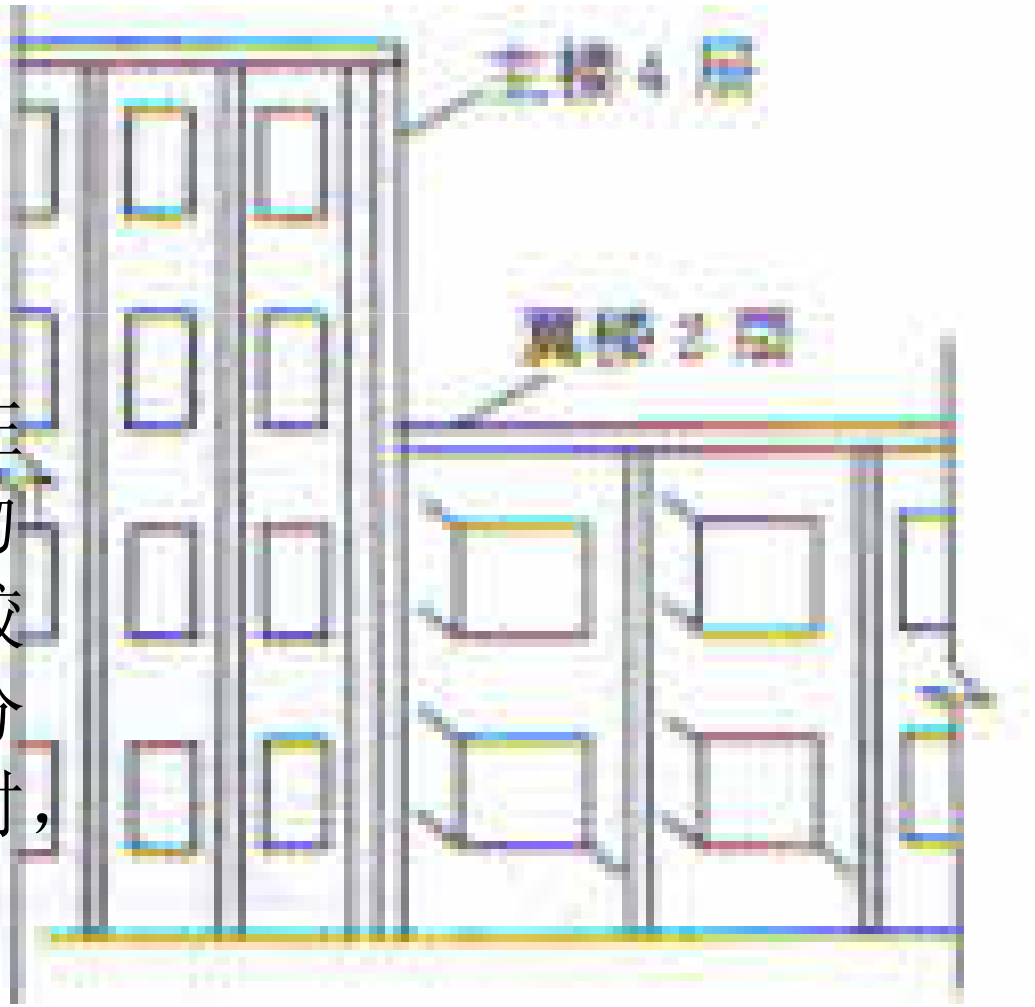
工 程 实 例



高层建筑物由于不均匀沉降而被爆破拆除

工 程 实 例

当建筑物立面高差在6 m以上，或建筑物有错层且楼层高差较大，或建筑物各部分结构刚度截然不同时，应设防震缝。

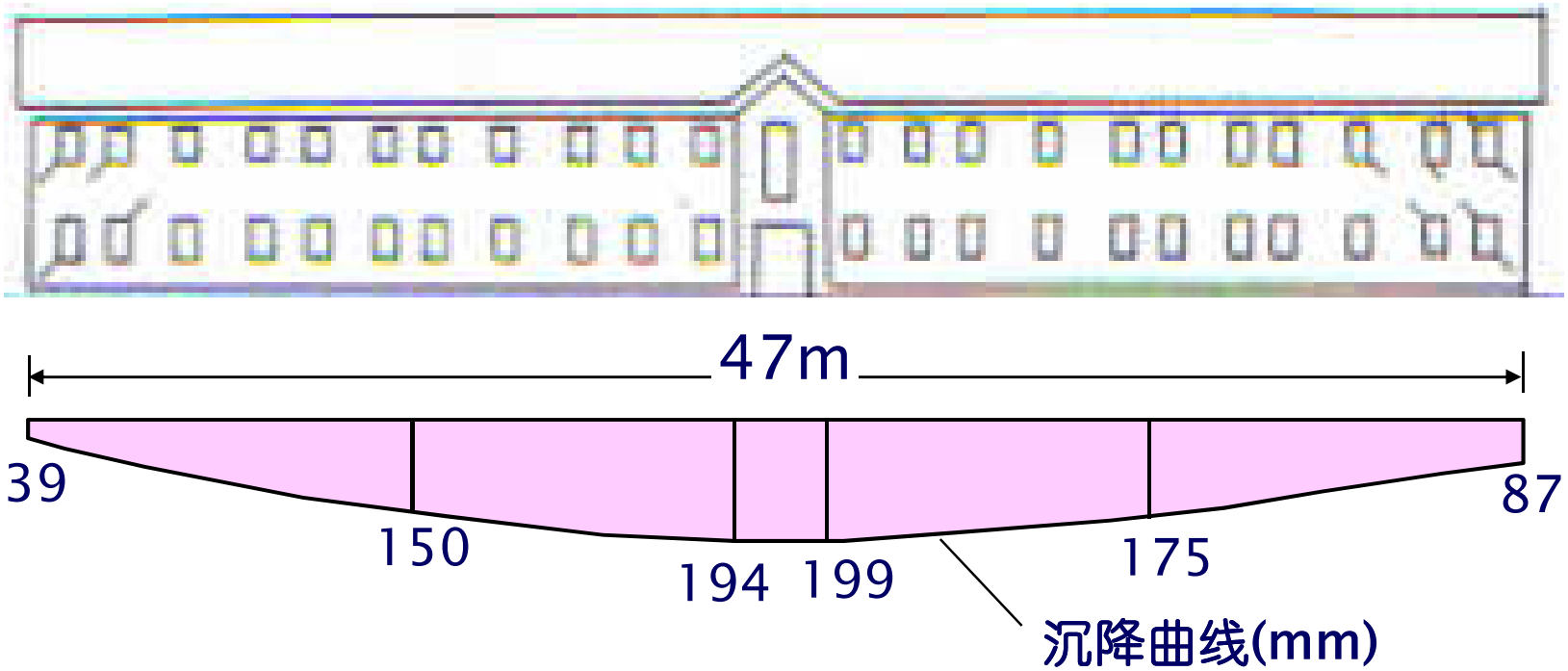


建筑物立面高差过大

工 程 实 例

控制建筑物的长高比及合理布置墙体

建筑物过长：长高比7.6:1



长高比过大的建筑物因不均匀沉降墙体产生裂缝 中部沉降大

概　述

☞ 压缩性测试
- 室内：三轴压缩
  侧限压缩
- 室外：荷载试验
  旁压试验

→ §4.1 土的压缩性测试方法
§4.2 一维压缩性及其指标

☞ 最终沉降量
- 一维压缩：基本方法
- 复杂条件：修正

→ §4.3 地基的最终沉降量计算

☞ 沉降速率
- 一维固结
- 三维固结

→ §4.4 饱和土体的渗流固结理论

☞ 主线、重点：一维问题！

第四章：土的压缩性与地基沉降计算

§4.0　概述 √

§4.1　土的压缩性测试方法

§4.2　一维压缩性及其指标

§4.3　地基的最终沉降量计算

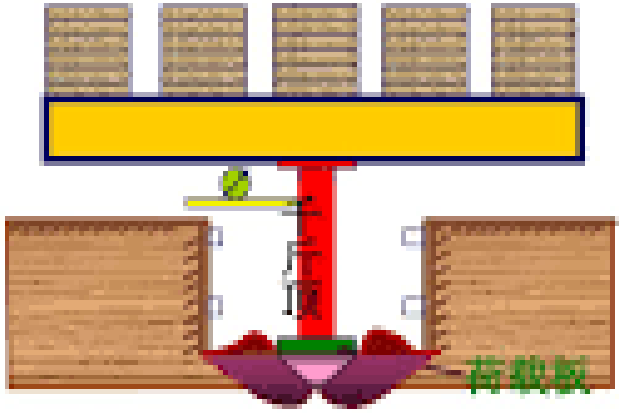
§4.4　饱和土体的渗流固结理论

土的压缩性包括三个部分：1）固体土颗粒的压缩；2）土中水及封闭气体的压缩；3）土中孔隙中的水和气体从孔隙中挤出而产生的压缩。

土的变形特性测定方法

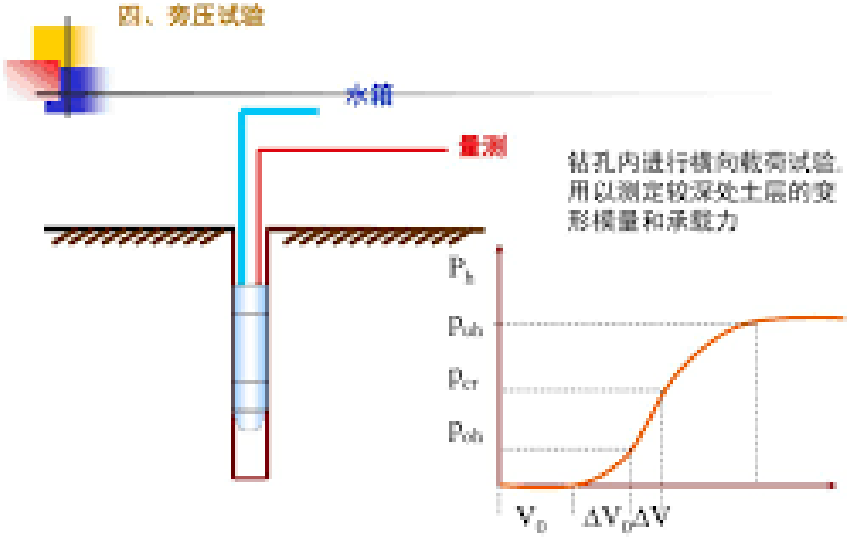
室内试验
- 侧限压缩试验 → 一维问题
- 三轴压缩试验 → 三轴应力状态
- 其它特殊试验

现场试验
- 荷载试验
- 旁压试验



- 荷载试验

原位试验确定地基承载力



环刀

■ 侧限压缩试验

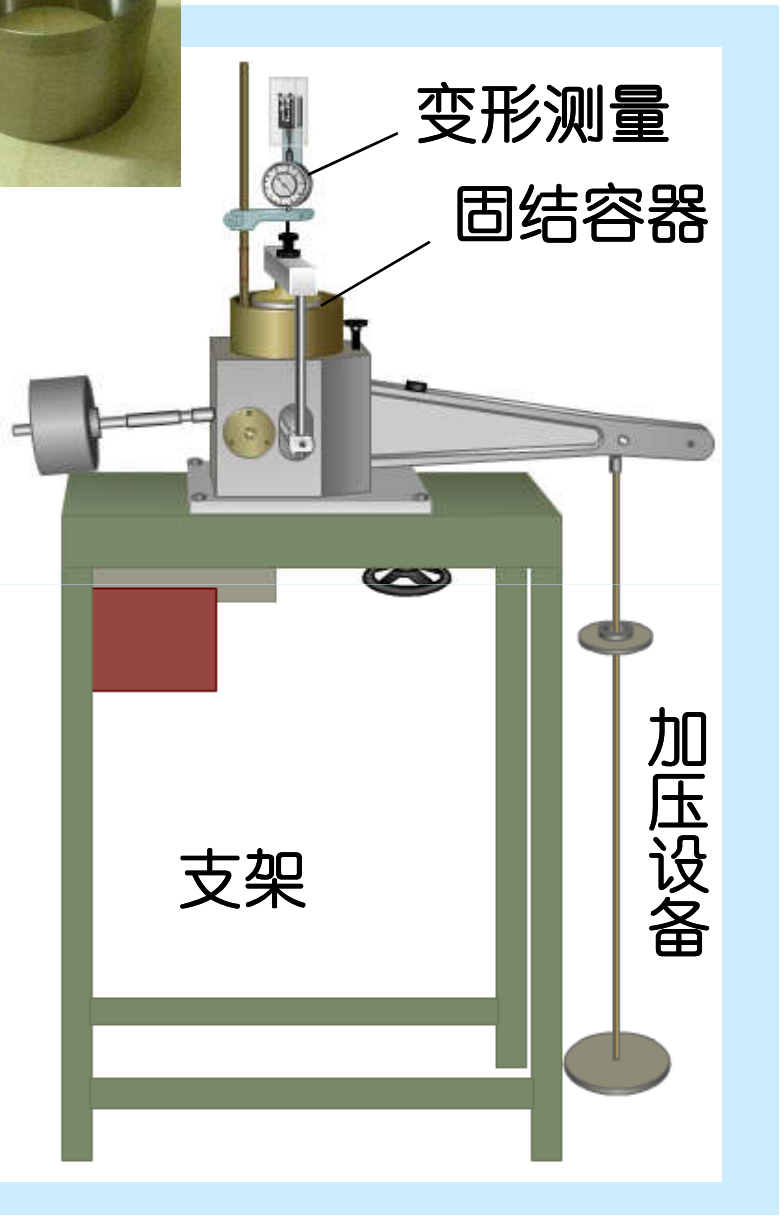
☞ 固结容器：

环刀、护环、导环、透水石、加压上盖和量表架等

☞ 加压设备：杠杆比例

1:10/12

☞ 变形测量设备



侧限压缩（固结）仪

土样是饱和的

P132 4.1.1

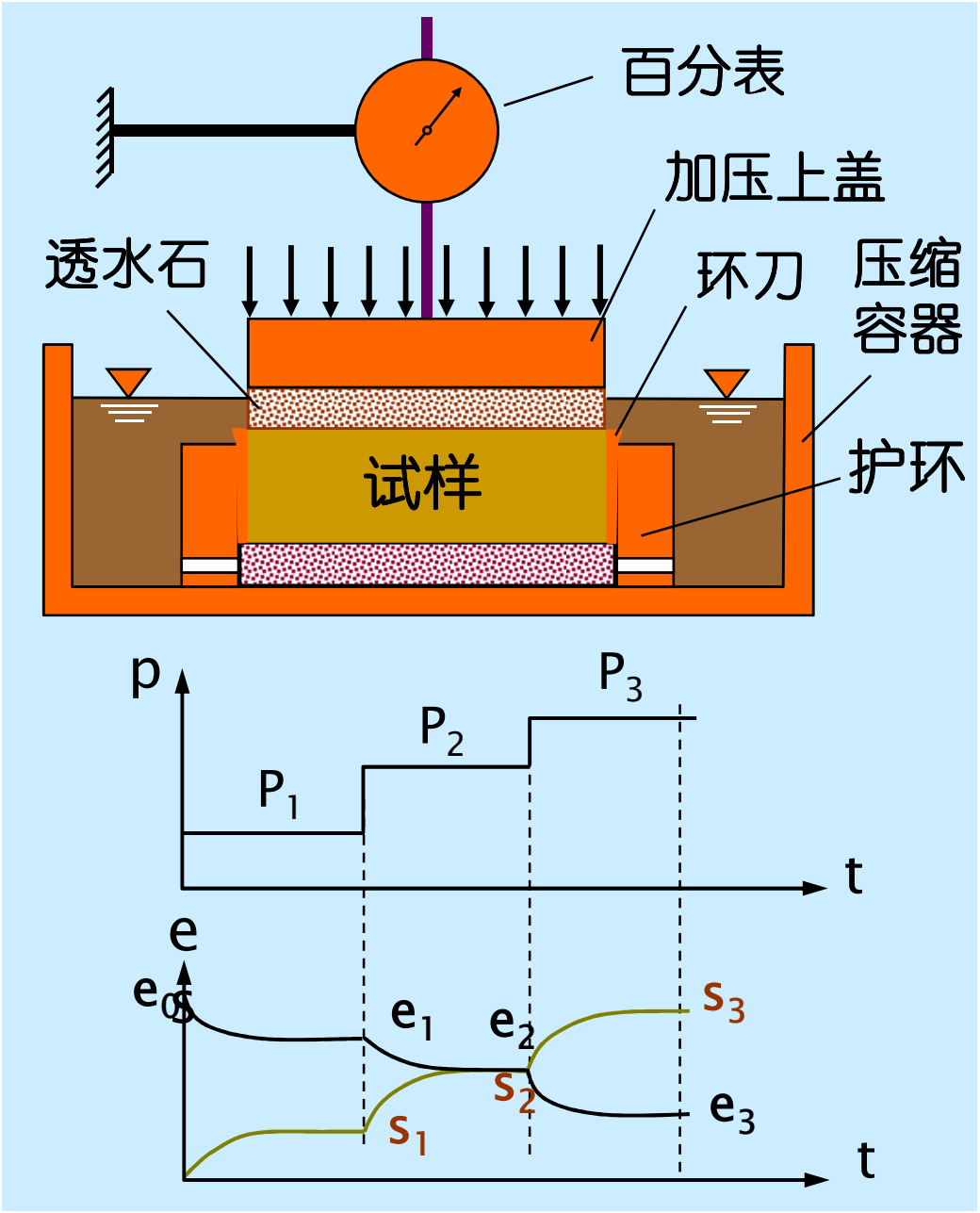
§4.1 土的压缩性测试方法

■ 侧限压缩试验

- 施加荷载，静置至变形稳定
- 逐级加大荷载

■ 测定：

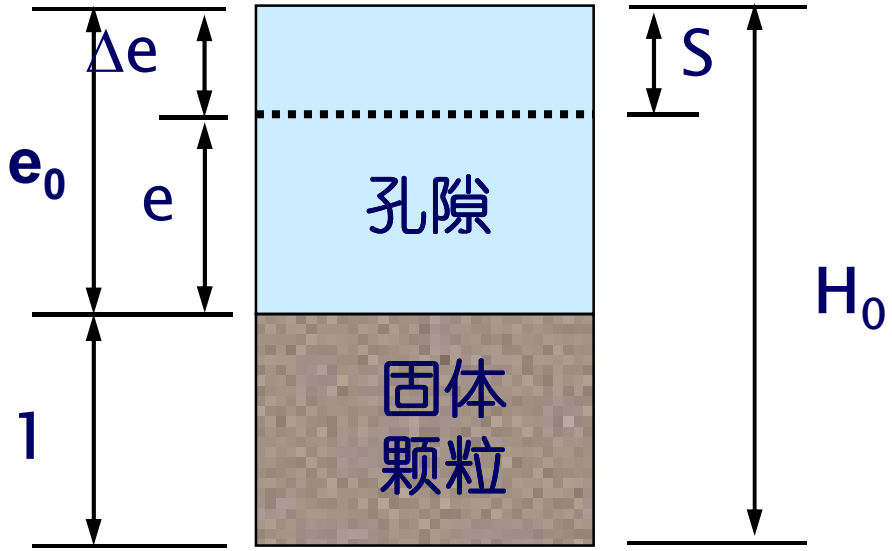
- 轴向压缩应力
- 轴向压缩变形



P133 图4-1

P133 图4-2

侧限压缩试验



由三相草图：

$$\frac{H_0}{H_0 - S} = \frac{1 + e_0}{1 + e}$$

$$e = e_0 - (1 + e_0)\frac{S}{H_0}$$

可得到e-p关系

P134 式4-1

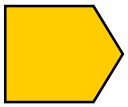
侧限压缩试验

■ 压缩曲线及特点

- 侧限变形（压缩）模量：

加载：$E_s = \dfrac{\Delta\sigma_z}{\Delta\varepsilon_z}$

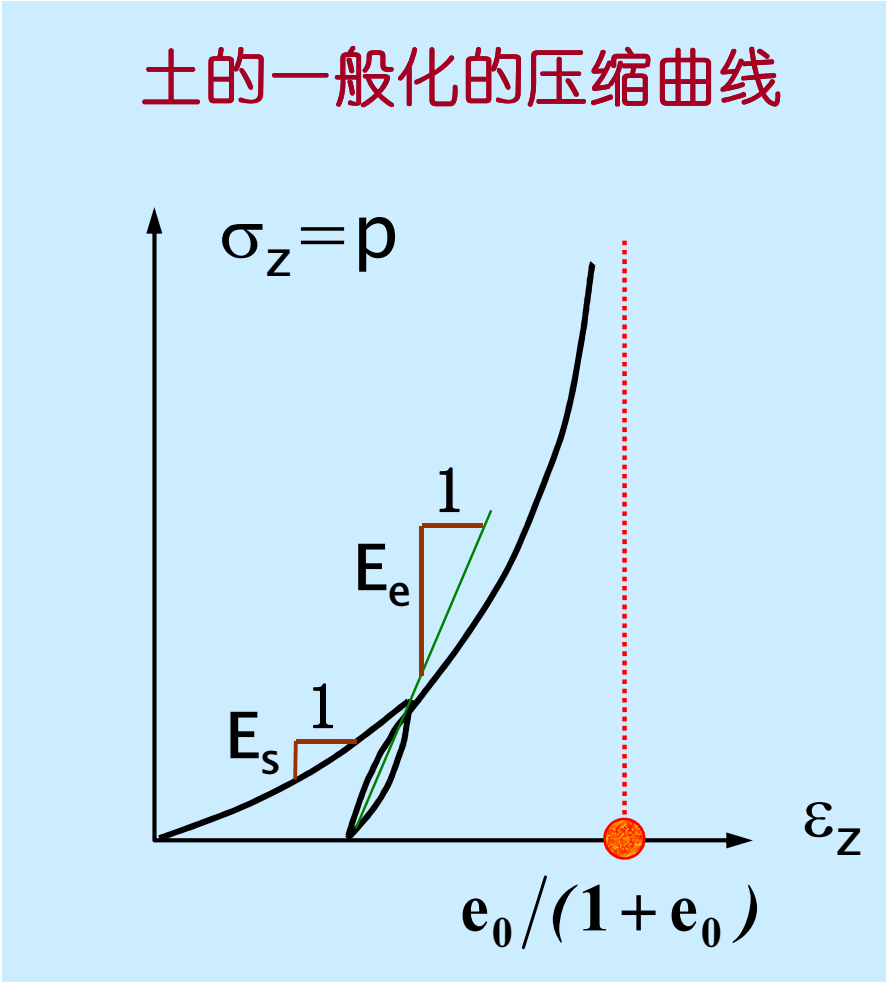
卸载和重加载：$E_e = \dfrac{\Delta\sigma_z}{\Delta\varepsilon_z}$



非线性

弹塑性

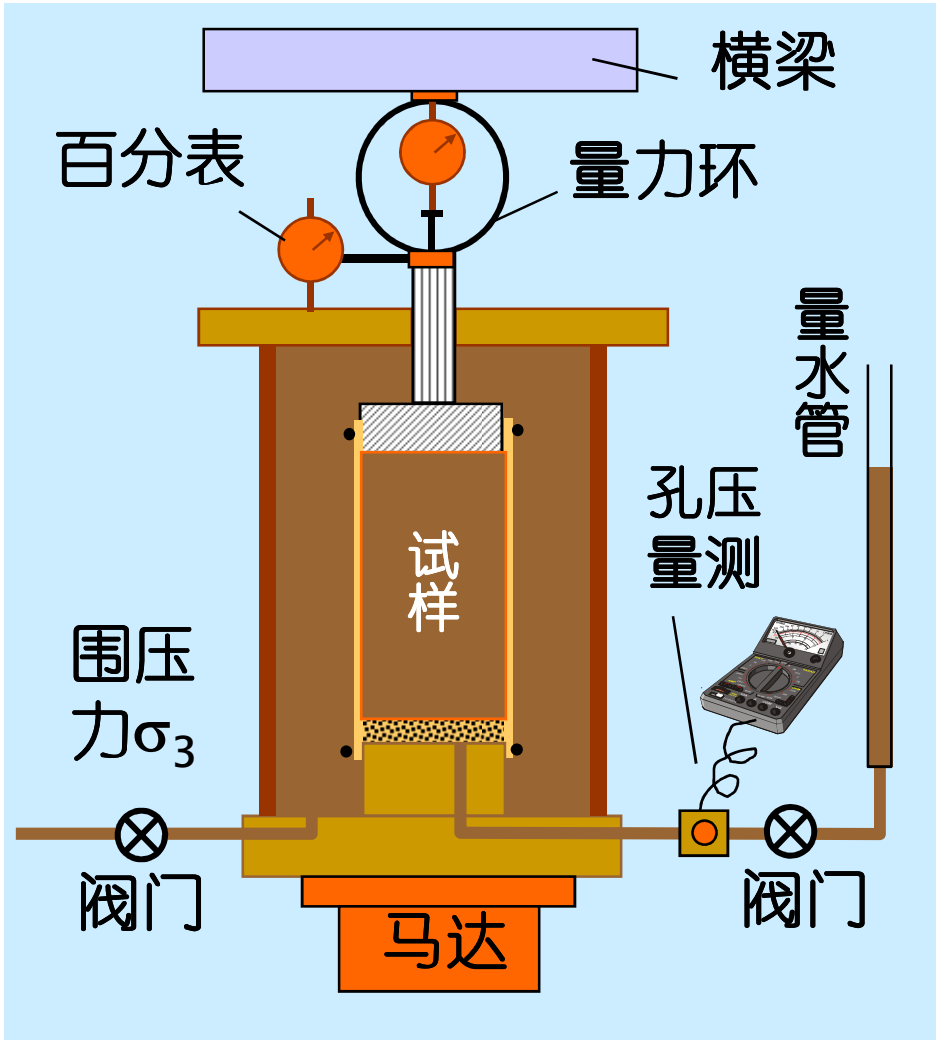
P134　式4-2



常规三轴压缩试验

常用试验类型

类型	施加 σ_3	施加 $\sigma_1-\sigma_3$	量测
固结排水	固结	排水	体变
固结不排水	固结	不排水	孔隙水压力
不固结不排水	不固结	不排水	孔隙水压力



P135 4.1.2

固结排水试验

■ 一般化的应力应变曲线

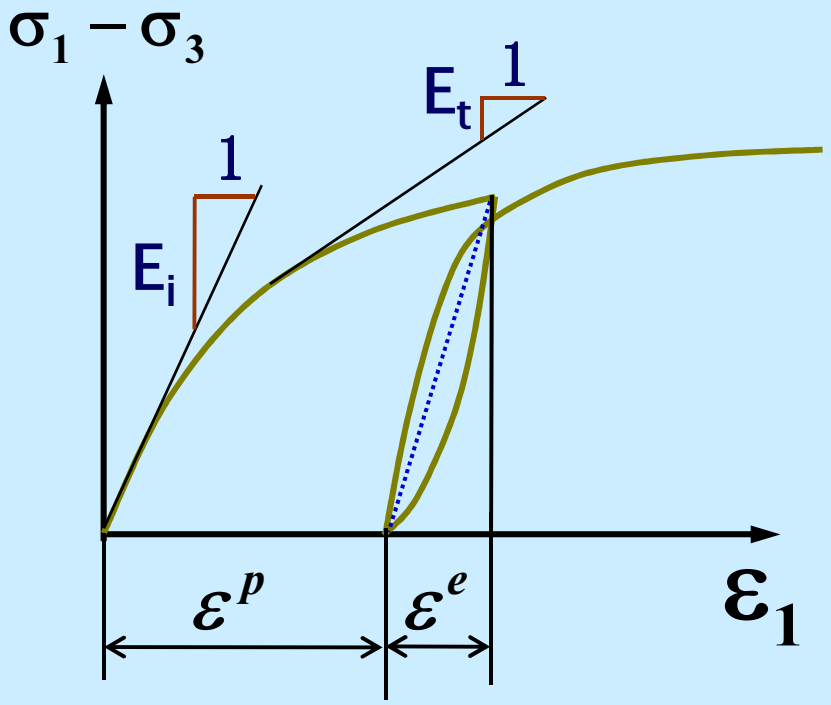
- 变形模量： $E = \dfrac{\Delta\sigma_z}{\Delta\varepsilon_z}$

  ≠ 弹性模量

- 泊松比： $\nu = -\dfrac{\Delta\varepsilon_x}{\Delta\varepsilon_z} = -\dfrac{\Delta\varepsilon_3}{\Delta\varepsilon_1}$

  - 与围压有关
  - 非线性（弹塑性）
  - 剪胀性

土的一般化的应力应变曲线



P138 4.1.3

土体变形的机理

土体的变形特性 → 土体的特点：散粒体

▪ 弹性变形

- 接触点处弹性变形
- 弹性挠曲变形
- 颗粒翻转的可逆性
- 封闭气泡受压

▪ 塑性变形

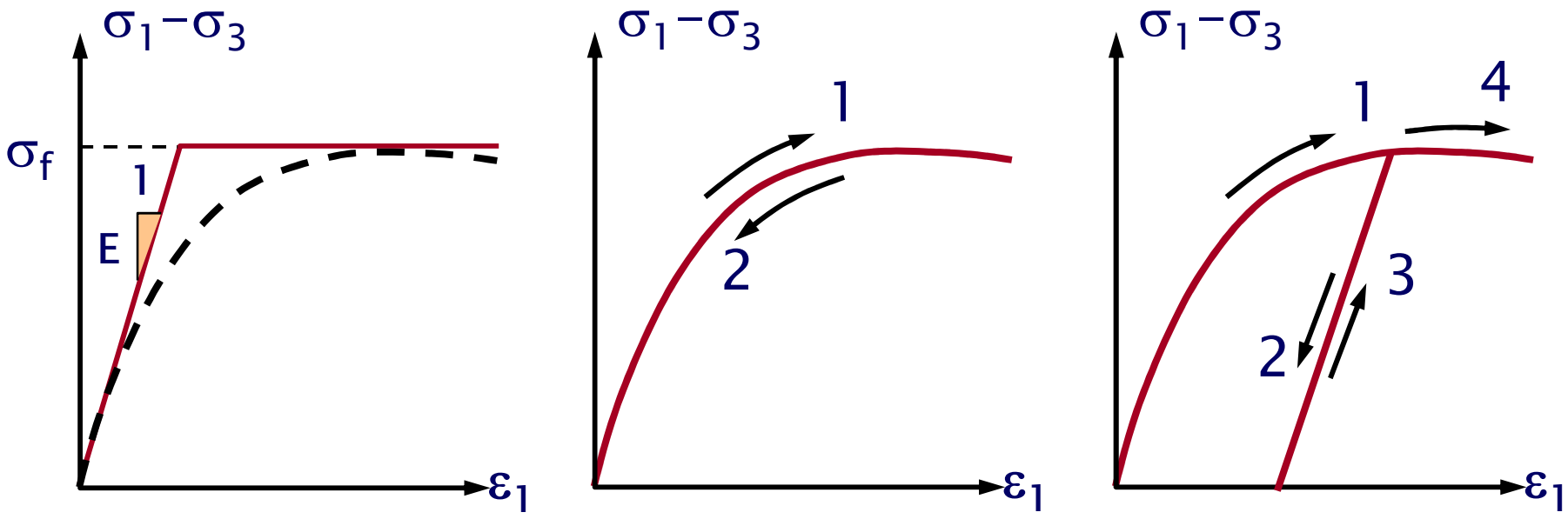
- 大孔隙消失
- 接触点颗粒破碎
- 颗粒相对滑移
- 扁平颗粒断裂

☞ 体应变主要由孔隙体积变化引起

☞ 剪应变主要由土颗粒的大小和排列形态变化引起

P139 4.1.3

土的本构模型

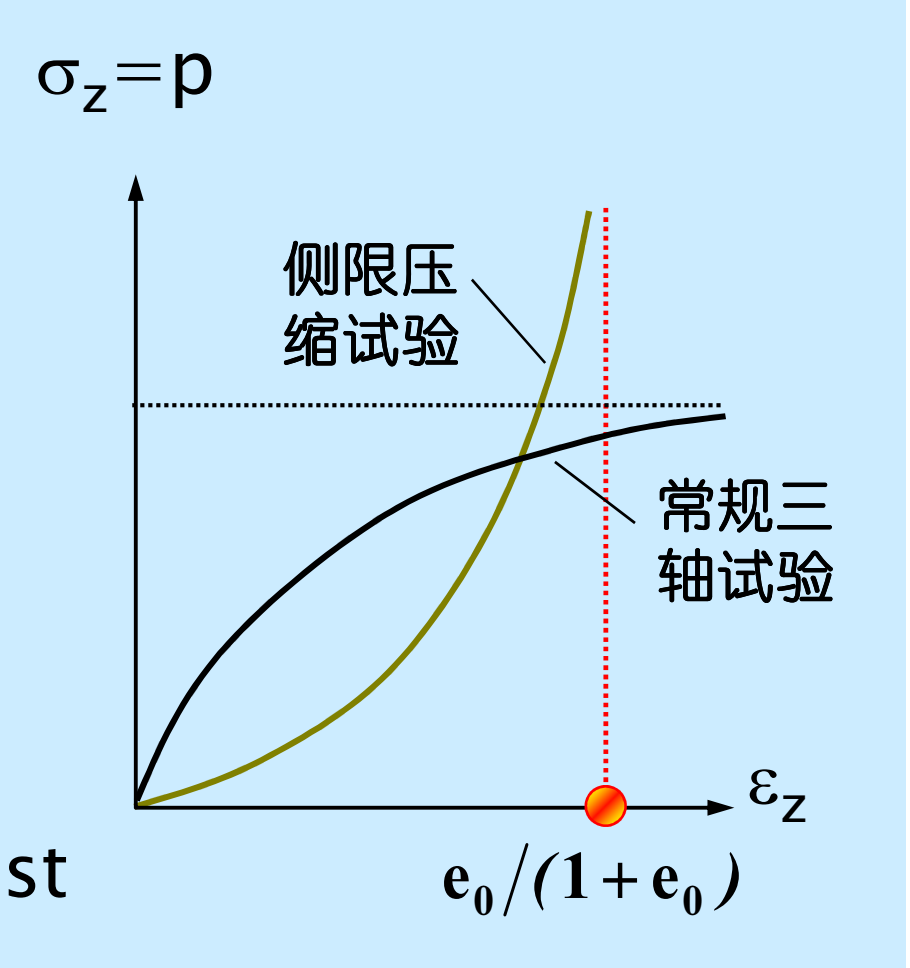


线弹性-理想塑性　　非线性弹性　　弹塑性

P139　4.1.3

常规三轴与侧限压缩试验

■ 应力应变关系曲线的比较



- ☞ 常规三轴：
  - 存在破坏应力
- ☞ 侧限压缩试验：
  - 不存在破坏应力
  - 存在体积压缩极限

confined compression test

triaxial shear test

DEL P139

常规三轴与侧限压缩试验

■ 变形模量 E 与侧限变形模量 E_s间的关系

虎克定律

$$\Delta\varepsilon_z = \frac{\Delta\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)$$

$$\Delta\varepsilon_x = \frac{\Delta\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\Delta\sigma_y + \Delta\sigma_z)$$

$$\Delta\varepsilon_y = \frac{\Delta\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\Delta\sigma_z + \Delta\sigma_x)$$

侧限条件 $\Delta\varepsilon_x = \Delta\varepsilon_y = 0$

$\sigma_x = \sigma_y$

$$\Rightarrow \quad \Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu}\Delta\sigma_z$$

则: $$\Delta\varepsilon_z = \Delta\sigma_z\left(\frac{1}{E} - \frac{\nu}{E}\cdot\frac{2\nu}{1-\nu}\right) = \frac{\Delta\sigma_z}{E}\left(1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}\right)$$

P139 Eq (4-10)

$$E = \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\varepsilon_z}\cdot\left(1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}\right) = \beta E_s \quad \Rightarrow \quad E < E_s$$

荷载试验与旁压试验

自学

土工设计中，采用有代表性的土样，在符合或接近实际应力状况的条件下进行实验，才能获得较为正确的应力变形指标

DEL

第五章：土的压缩性与地基沉降计算

§4.0　概述 √

§4.1　土的压缩性测试方法 √

§4.2　一维压缩性及其指标

§4.3　地基的最终沉降量计算

§4.4　饱和土体的渗流固结理论

一维压缩性及其指标

- ε – p（或σ′）曲线
- e – p（或σ′）曲线
- e – lgp（或lgσ′）曲线

由侧限压缩试验整理得到的三条常用曲线

- 先期固结压力
- 原位压缩曲线及原位再压缩曲线

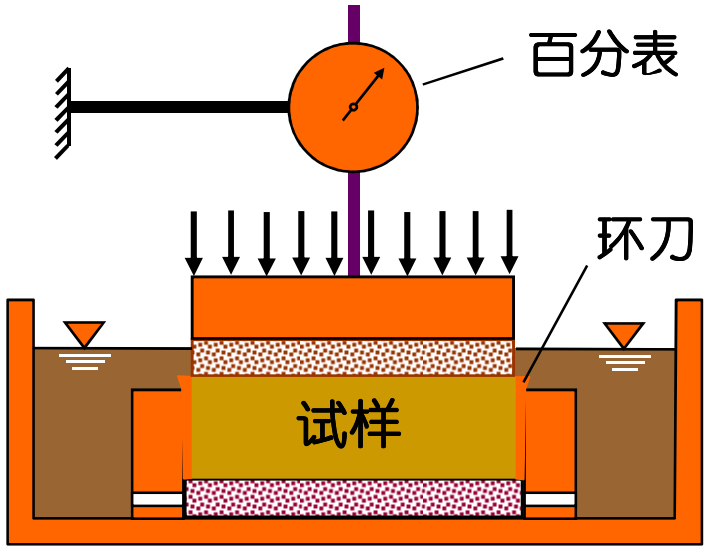
P141　4.2

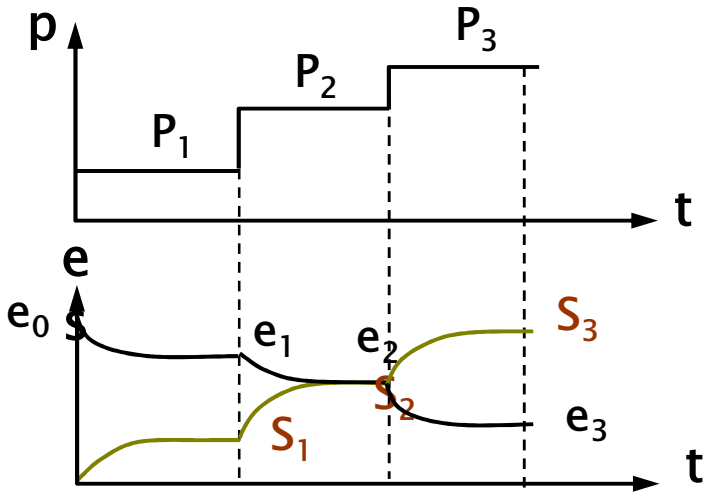
- 已知：
  - 试样初始高度H_0
  - 试样初始孔隙比e_0

- 试验结果：

每级压力p作用下，
试样的压缩变形S

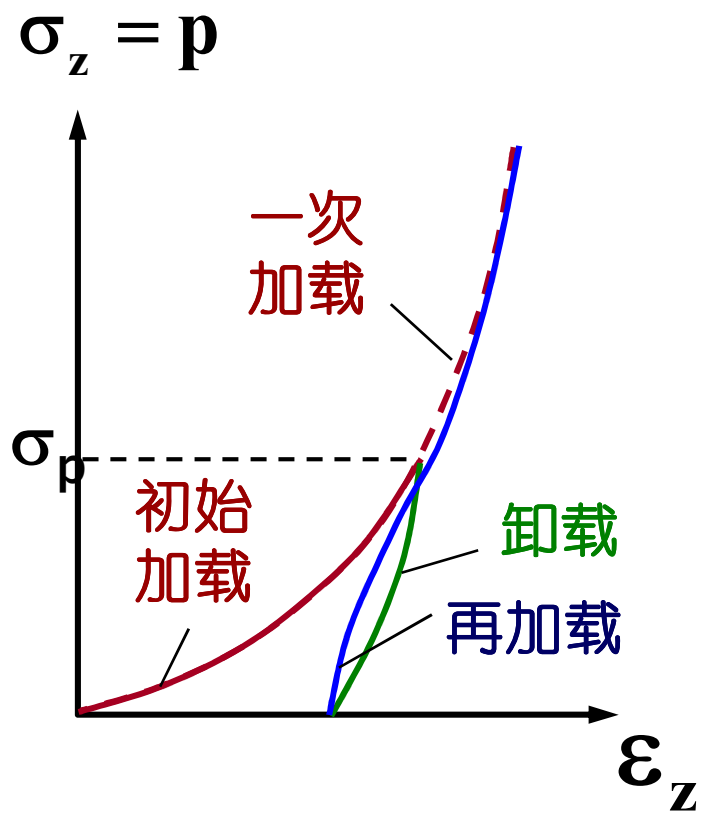
侧限压缩试验





侧限压缩试验

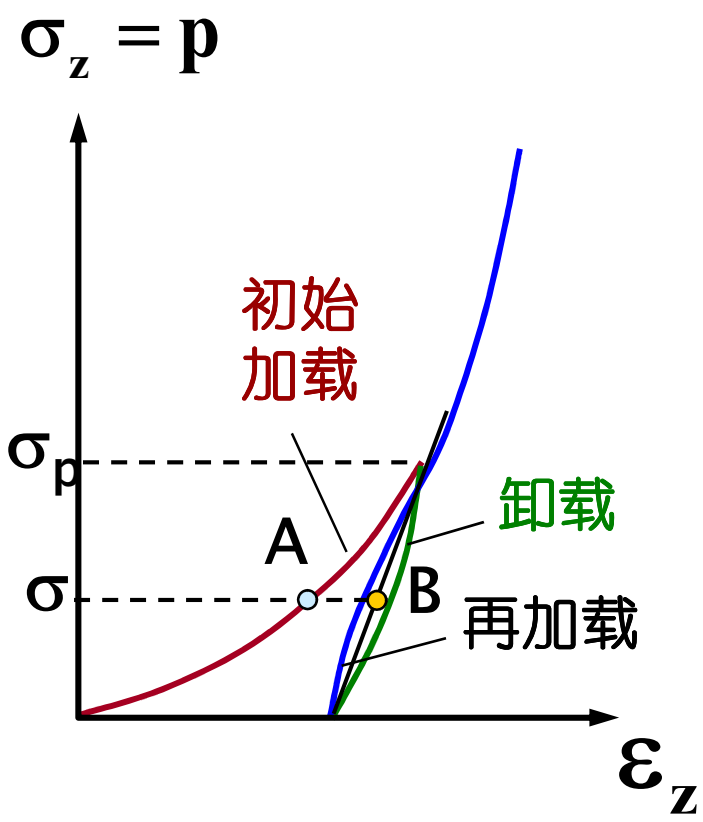
- 卸载和再加载曲线



- 在试验曲线的卸载和再加载段，土样的变形特性同初始加载段明显不同，前者的刚度较大
- 在再加载段，当应力超过卸载时的应力σ_p时，曲线逐渐接近一次加载曲线
- 卸载和再加载曲线形成滞回圈

侧限压缩试验

■ 应力历史及影响



■ 土体在历史上所承受过的应力情况（包括最大应力等）称为应力历史

☞ 土样在A和B点所处的应力状态完全相同，但其变形特性差别很大

应力历史的影响非常显著

ε – p曲线

- 侧限压缩（变形）模量
  KPa ,MPa

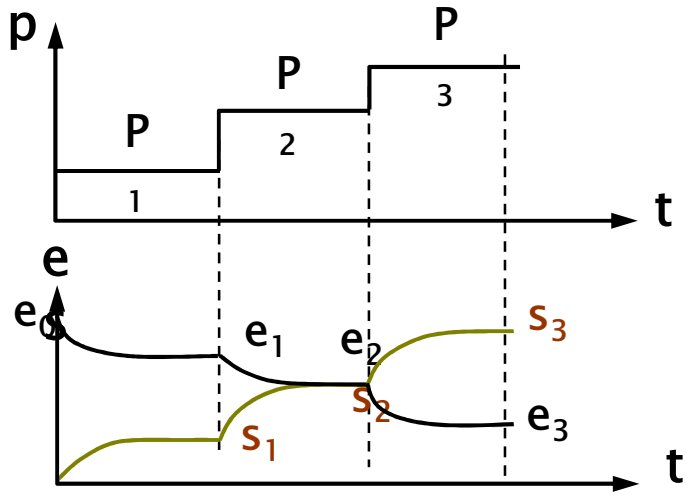
$$E_s = \frac{\Delta p}{\Delta \varepsilon}$$

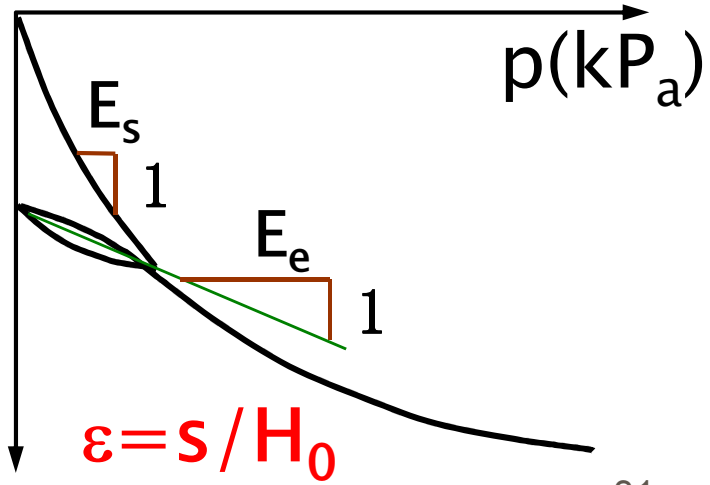
初始加载E_s
卸载和重加载E_e

P141　式4-12+

- 体积压缩系数：$m_v = \frac{1}{E_s}$

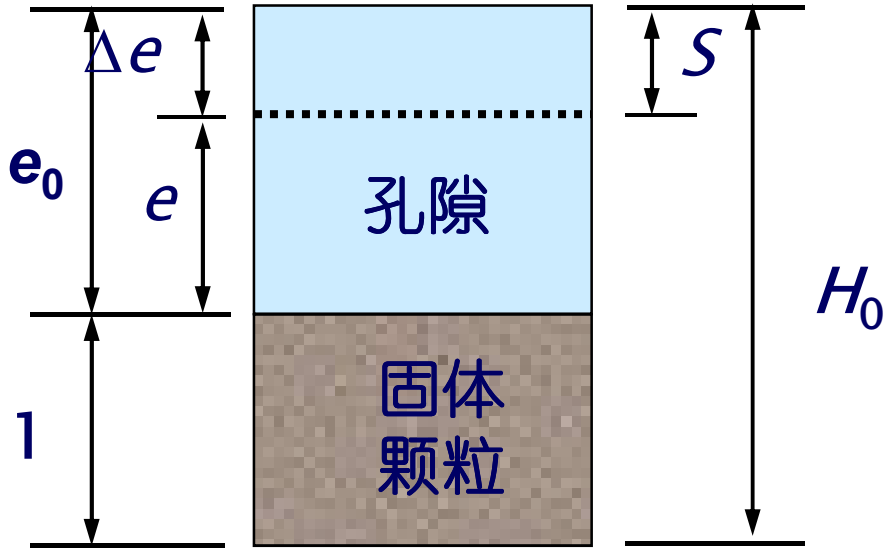
单位压应力变化引起的应变的变化





侧限压缩试验

P133 图4-2



由三相草图：

$$\frac{H_0}{H_0 - S} = \frac{1 + e_0}{1 + e}$$

$$e = e_0 - (1 + e_0)\frac{S}{H_0}$$

可得到e–p关系

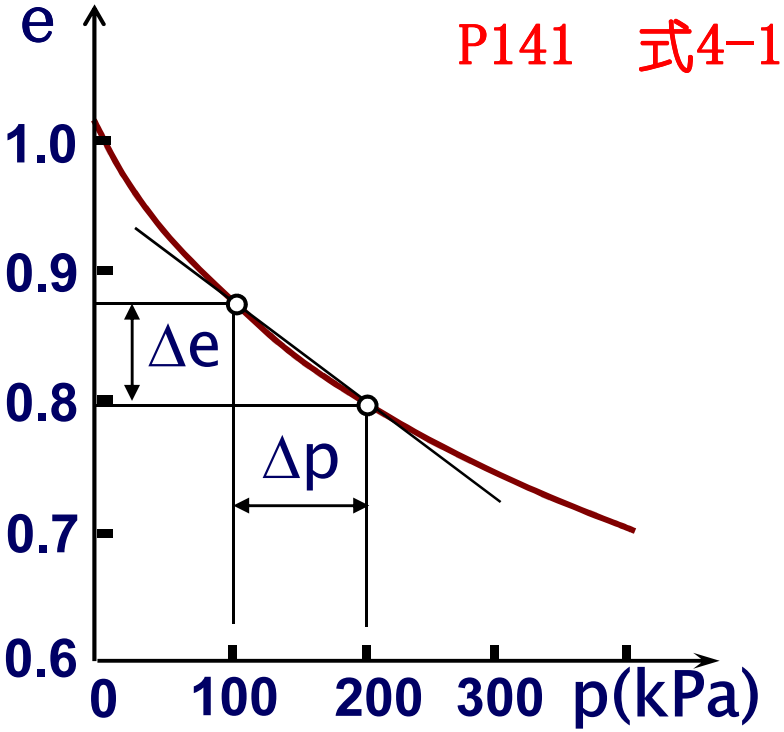
前面已经给出

e–p曲线

■ 压缩系数 KPa^{-1}，MPa^{-1}

$$a = -\frac{\Delta e}{\Delta p}$$

P141 式4-11

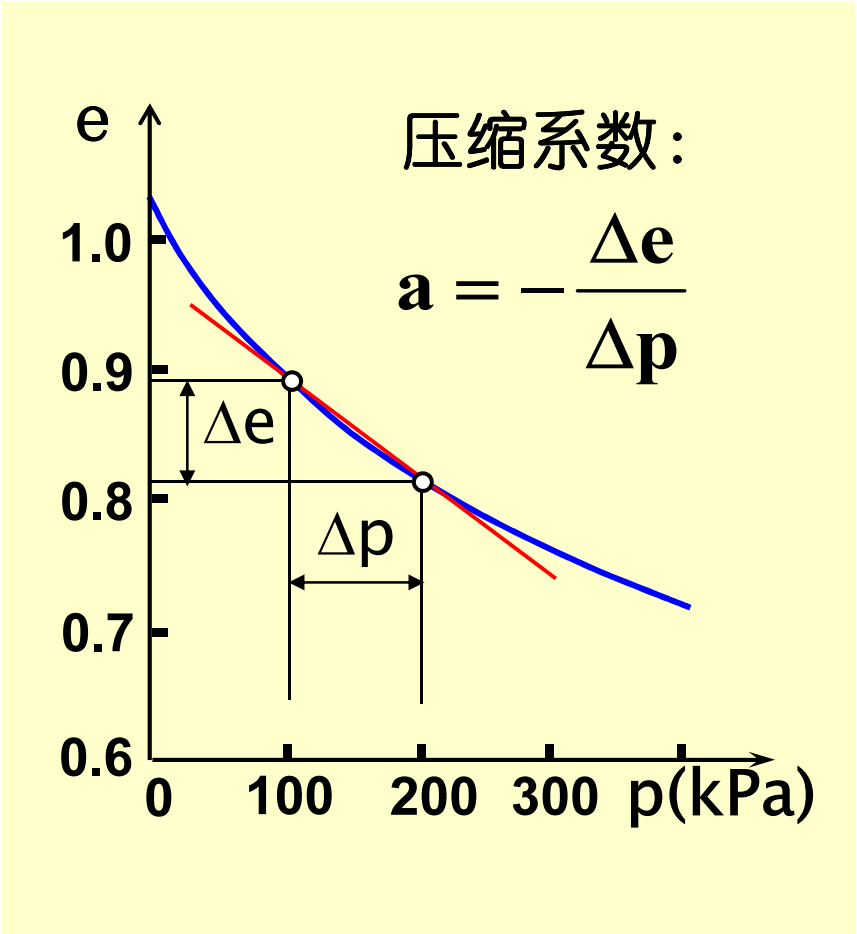


- 不同土的压缩系数不同，a越大，土的压缩性越大
- 同种土的压缩系数a不是常数，与应力p有关
- 通常用a_{1-2}即应力范围为100–200 kPa的a值对不同土的压缩性进行比较，a_{1-2}

e–p曲线–压缩系数a

✧ 压缩系数a_{1-2}常用作比较土的压缩性大小

土的类别	a_{1-2} (MPa^{-1})
高压缩性土	>0.5
中压缩性土	0.1-0.5
低压缩性土	<0.1



P143 图4-10

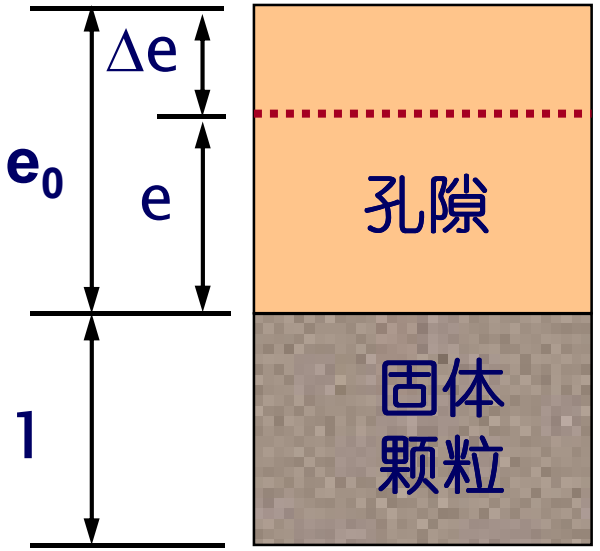
压缩指标间的关系

- 侧限压缩模量 $E_s = \dfrac{\Delta p}{\Delta \varepsilon}$

- 压缩系数 $a = -\dfrac{\Delta e}{\Delta p}$

$$\Delta\varepsilon = -\frac{\Delta e}{1+e_0} \Rightarrow E_s = \frac{1+e_0}{a}$$

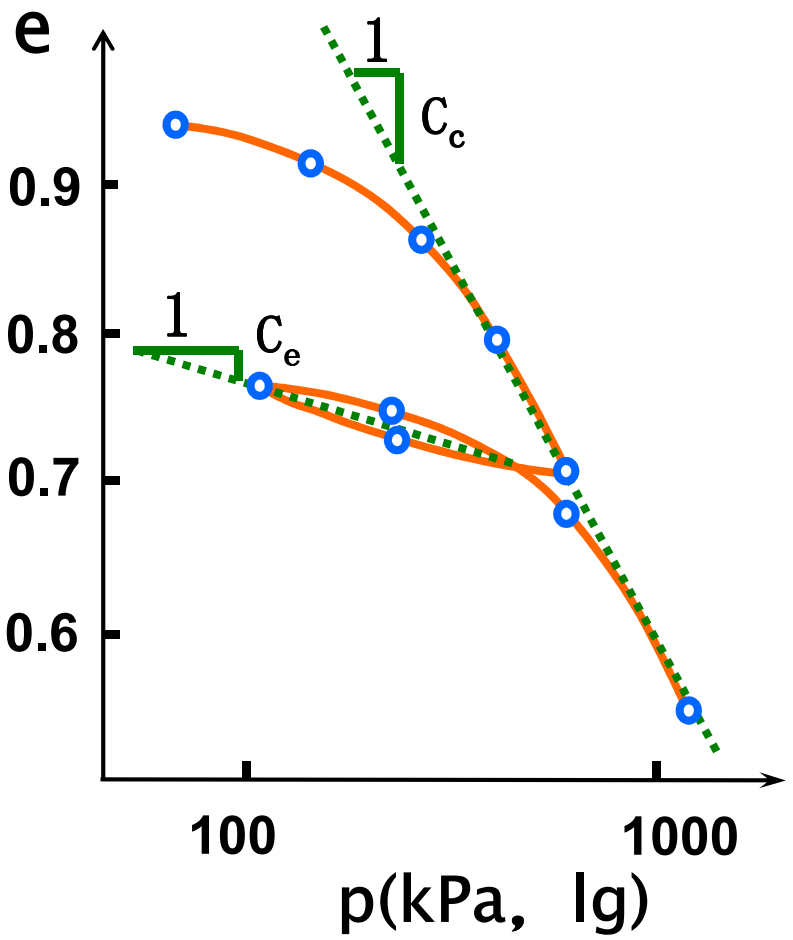
记住



- 体积压缩系数 $m_v = \dfrac{1}{E_s} = \dfrac{a}{1+e_0}$

P142 Eq. (4-12)

e-lgp曲线



P142 图4-13

- 特点：在压力较大部分，接近直线段

  反映了土的应力历史

- 指标：

  - 压缩指数 $C_c = -\dfrac{\Delta e}{\Delta(\lg p)}$

    P142 式4-15

  - 回弹指数（再压缩指数） C_e

$C_e << C_c$，

一般$C_e \approx 0.1\text{-}0.2C_c$

侧限压缩试验指标汇总

记住

指标	名称	定义	曲线
E_s	侧限压缩模量	$\Delta p/\Delta \varepsilon$	ε-p曲线
m_v	体积压缩系数	$\Delta \varepsilon/\Delta p$	
a	压缩系数	$-\Delta e/\Delta p$	e-p曲线
Cc	压缩指数	$-\Delta e/\Delta(\lg p)$	e-lg(p)曲线
Ce	回弹指数	$-\Delta e/\Delta(\lg p)$	

Well done

小　　结

- ε – p（或σ′）曲线
- e – p（或σ′）曲线
- e – lgp（或lgσ′）曲线

} 由侧限压缩试验整理得到的三条常用曲线

- 先期固结压力
- 现场压缩曲线及现场再压缩曲线

P146-147 总结了三个特点

先期固结压力 Over consolidated ratio OCR

- 先期固结压力：土层历史上所经受到的最大压力σ_p

如土层当前承受的自重压力为σ_s ⇒

- $\sigma_p = \sigma_s$：正常固结土
- $\sigma_p > \sigma_s$：超固结土
- $\sigma_p < \sigma_s$：欠固结土

历史上有无承受超载

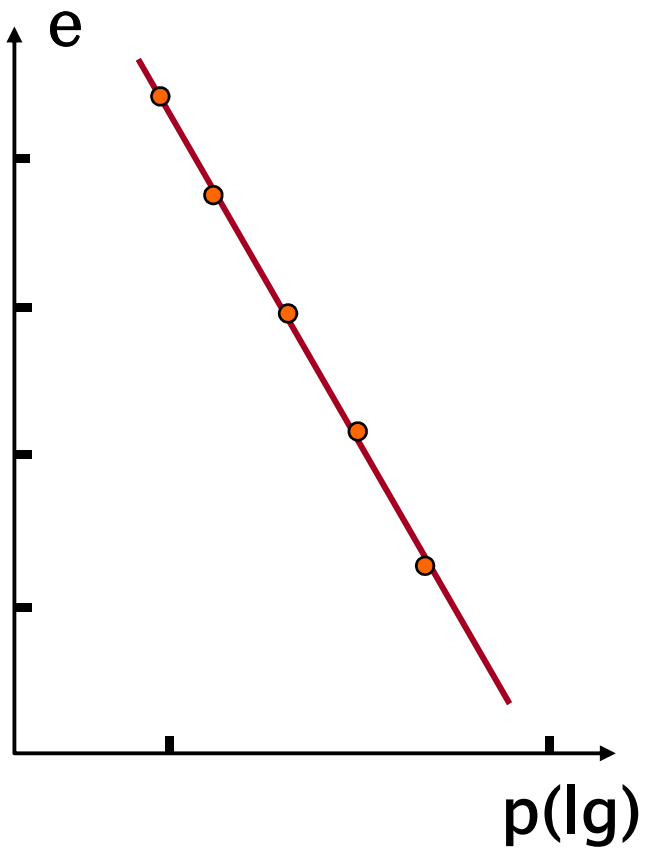
- 超固结比：$OCR = \dfrac{\sigma_p}{\sigma_s} = Pc/Ps$ ⇒
  - OCR=1：正常固结
  - OCR>1：超固结
  - OCR<1：欠固结

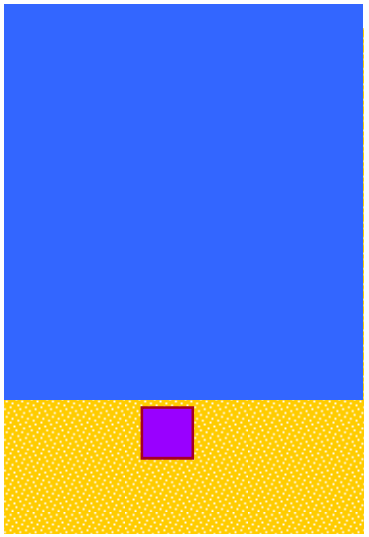
☞ 相同σ_s 时，一般OCR越大，土越密实，压缩性越小

s --- self weight ; p --- previous; c--- confined

4.2.2 P143

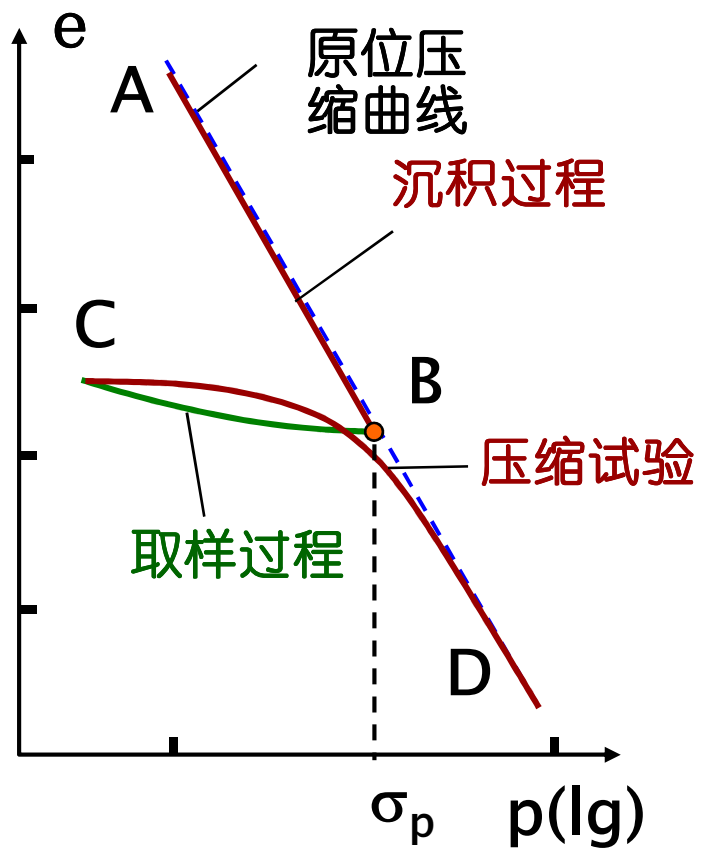
正常固结土初始压缩曲线





正常固结土的原位压缩曲线：直线

先期固结压力



- AB：沉积过程，到B点应力为σ_p
- BC：取样过程，应力减小，先期固结应力为σ_p
- CD：压缩试验曲线，开始段位于再压缩曲线上，后段趋近原位压缩曲线

在先期固结压力σ_p附近发生转折，据此可确定σ_p

P141 图4-11

先期固结压力σ_p的确定

■ Casagrande 法

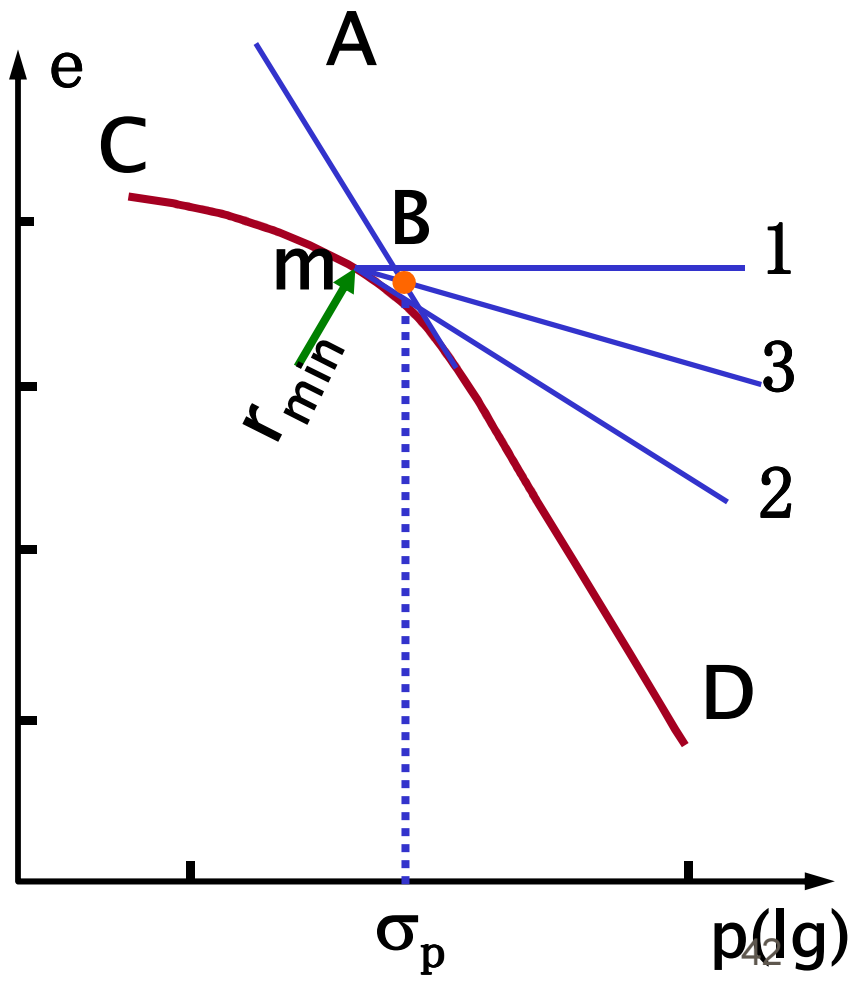
1. 在e-lgp曲线上，找出曲率最大点m
2. 作水平线m1
3. 作m点切线m2
4. 作m1,m2 的角分线m3
5. m3与试验曲线的直线段交于点B
6. B点对应于先期固结压力σ_p

P137

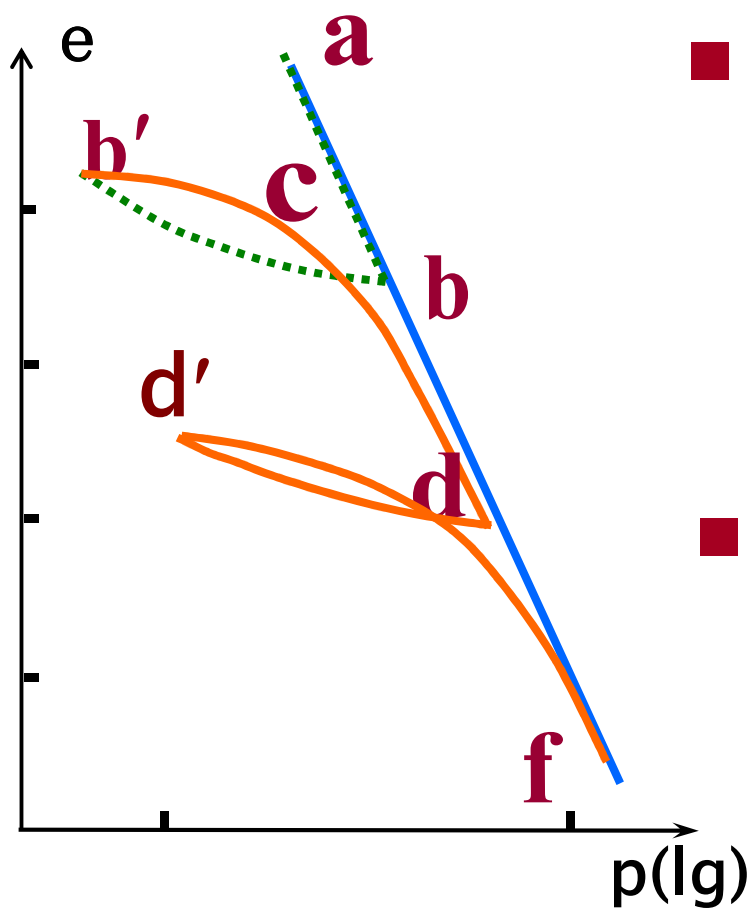
R编程实施

geophydics

Arthur Casagrande (1902 – 1981)生于奥地利， 1926 年到美国定居，先在公共道路局工作，之后作为 Terzaghi 最重要的助手在麻省理工学院从事土力学的基础研究工作。并培养了包括Janbu等著名人物在内的土力学人才



原位压缩及原位再压缩曲线



$$OCR = \frac{\sigma_p}{\sigma_s}$$

■ 正常固结土：

① 沉积ab
② 取样bb′
③ 室内试验b′cd

原状土的原位压缩曲线：

客观存在的，无法直接得到

■ 超固结土：水位上升、土层剥蚀、冰川融化 } 引起卸载，使土处于回弹状态

原状土的原位再压缩曲线：

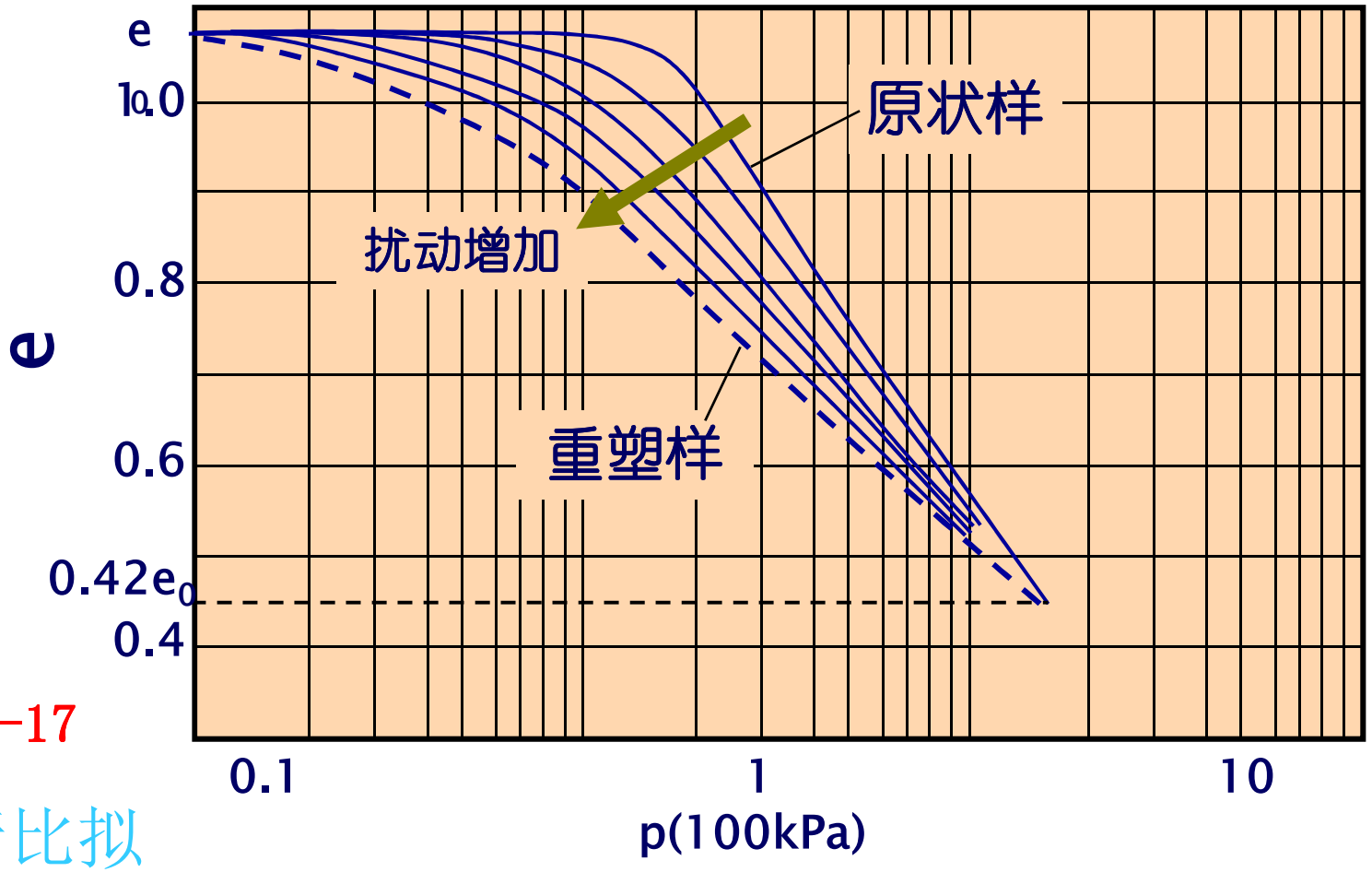
客观存在的，无法直接得到

原位初始压缩曲线的推求

Schmertmann

- 基本假定：
  - 取样后不回弹，即土样取出后孔隙比保持不变，(e_0,σ_s)点位于原状土初始压缩或再压缩曲线上
  - 压缩指数Cc和回弹指数Ce为常数
  - 试验曲线上的0.42e_0点不受到扰动影响，未受扰动的原位初始压缩曲线也应相交于该点

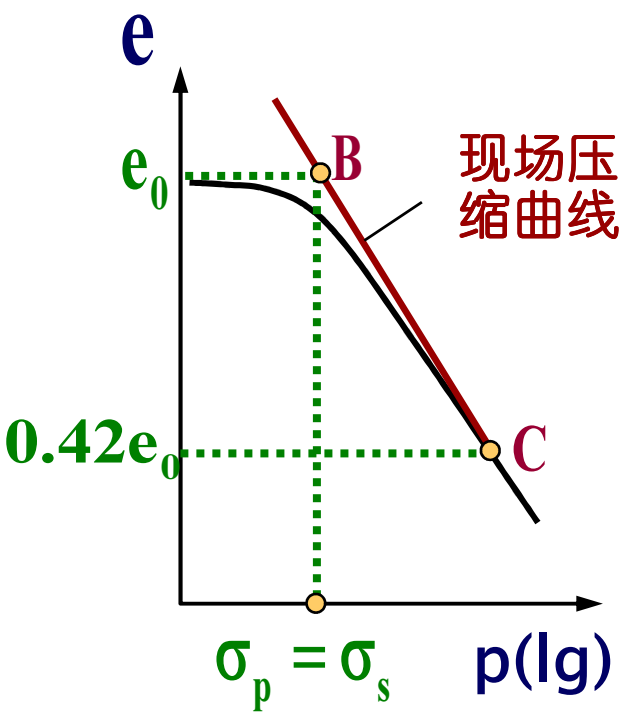
不同扰动程度试样的室内压缩曲线



P147 图4-17

弓箭比拟

正常固结土现场压缩曲线的推求



■ 推定方法

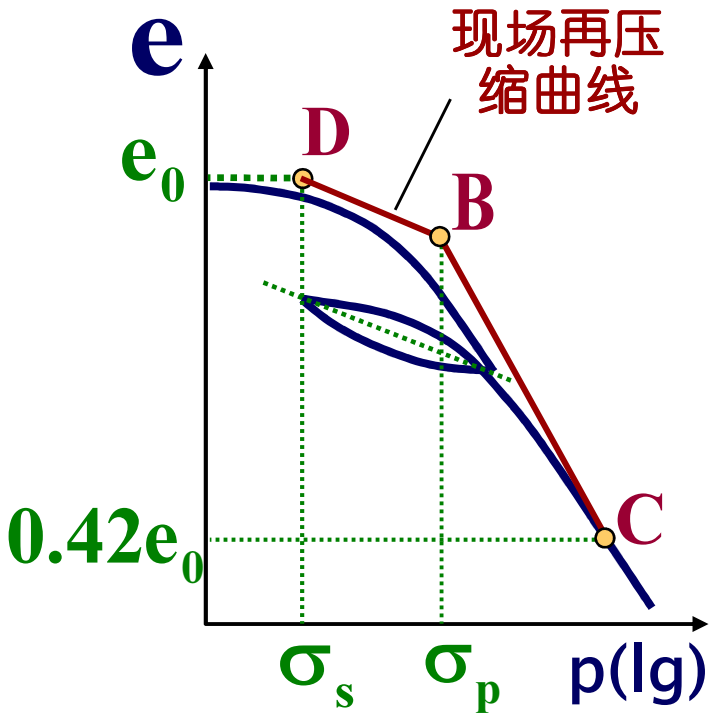
- ☞ 对正常固结土先期固结压力 $\sigma_p=\sigma_s$
- ☞ (e_0, σ_p)位于现场压缩曲线上
- ☞ 以$0.42e_0$在压缩曲线上确定C点
- ☞ 通过B、C两点的直线即为所求的现场压缩曲线

P147 大量实验表明，孔隙比达到$0.42e_0$，挠动对压缩性的影响可以忽略

P147 图4-18a

超固结土现场再压缩曲线的推求

■ 推定方法



- 确定σ_p, σ_s的作用线
- 因为$\sigma_p > \sigma_s$, 点D(e_0, σ_s)位于再压缩曲线上
- 过D点作斜率为Ce的直线DB, DB为现场再压缩曲线
- 以0.42e_0在压缩曲线上确定C点，BC为现场初始压缩曲线Cc
- DBC即为所求的现场再压缩和压缩曲线

P147 大量实验表明，孔隙比达到0.42e_0, 挠动对压缩性的影响可以忽略

P148 图4-19b

第五章：土的压缩性与地基沉降计算

§4.0　概述 √

§4.1　土的压缩性测试方法 √

§4.2　一维压缩性及其指标 √

§4.3　地基的最终沉降量计算 P148　4.3

§4.4　饱和土体的渗流固结理论

土工网格加筋土堤坝的研究

http://d.wanfangdata.com.cn/Thesis/Y241458

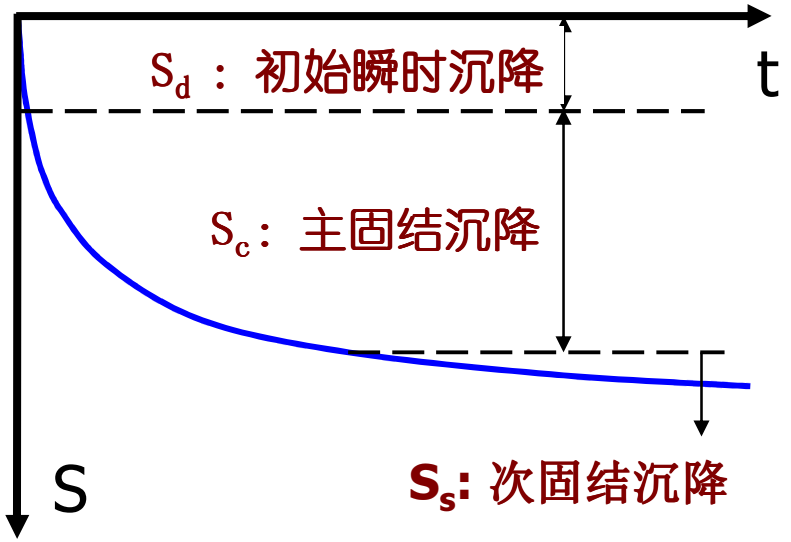
粘性地基的沉降类型

- 粘性土地基的沉降量**S**由机理不同的三部分沉降组成：

  ☞ 初始瞬时沉降 S_d：在不排水条件下，由剪应变引起侧向变形导致

  ☞ 主固结沉降 S_c：由超静孔压消散导致的沉降，通常是地基变形的主要部分

  ☞ 次固结沉降 S_s：由于土骨架的蠕变特性引起的变形

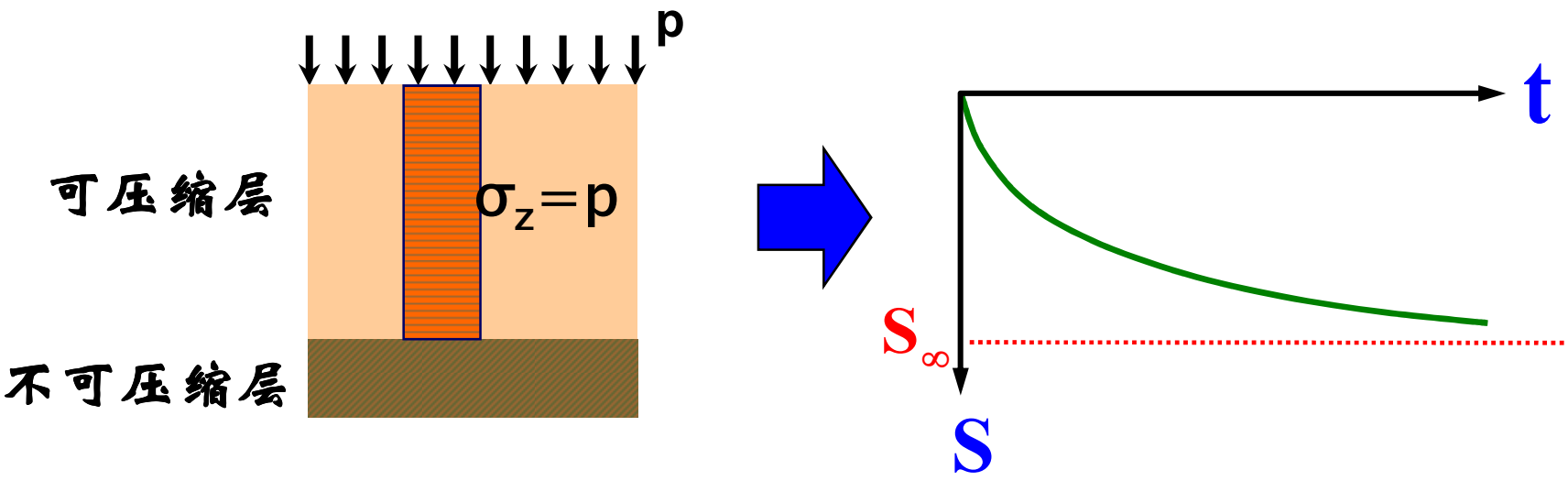


总变形：

$$S = S_d + S_c + S_s$$

Immediate – Sd

地基的最终沉降量计算



- **最终沉降量S_∞：** t→∞时地基最终沉降稳定以后的最大沉降量，不考虑沉降过程。

- **计算方法：** 以一维侧限应力状态土的压缩特性为基础的分层总和法

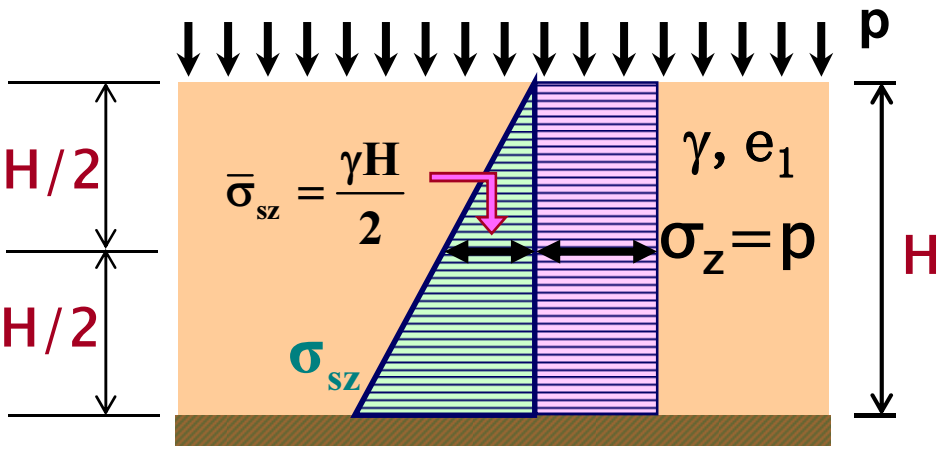
地基的最终沉降量计算

- 单一土层一维压缩问题
- 地基最终沉降量分层总和法
- 地基沉降计算的若干问题

Page 142-152

单一土层一维压缩问题

■ 计算简图



压缩前

$p_1=\bar{\sigma}_{sz}$

e_1

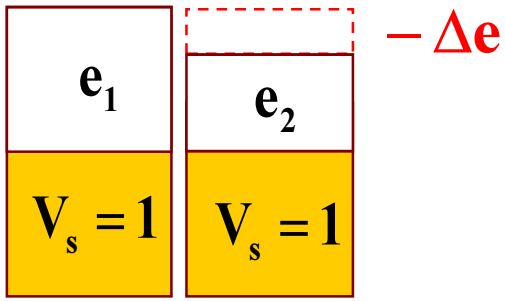
压缩后

$p_2=\bar{\sigma}_{sz}+\sigma_z$

e_2

P149 4.3.1

$$S=\varepsilon_z H=\varepsilon_v H$$



$$\varepsilon_z=\varepsilon_v=\frac{-\Delta e}{1+e_1}=\frac{e_1-e_2}{1+e_1}$$

$$S=\varepsilon_z H=\varepsilon_v H=\frac{e_1-e_2}{1+e_1}H$$

P149 式4-18

(a) e-p曲线

(b) e-lgp曲线

应特别熟悉

单一土层一维压缩问题

- 计算公式：e-p曲线

$$e_1 - e_2 = a(p_2 - p_1)$$

$$S = \frac{a}{1+e_1}(p_2 - p_1)H = \frac{a}{1+e_1}pH$$

$$S = \frac{a}{1+e_1}A \qquad A = pH$$

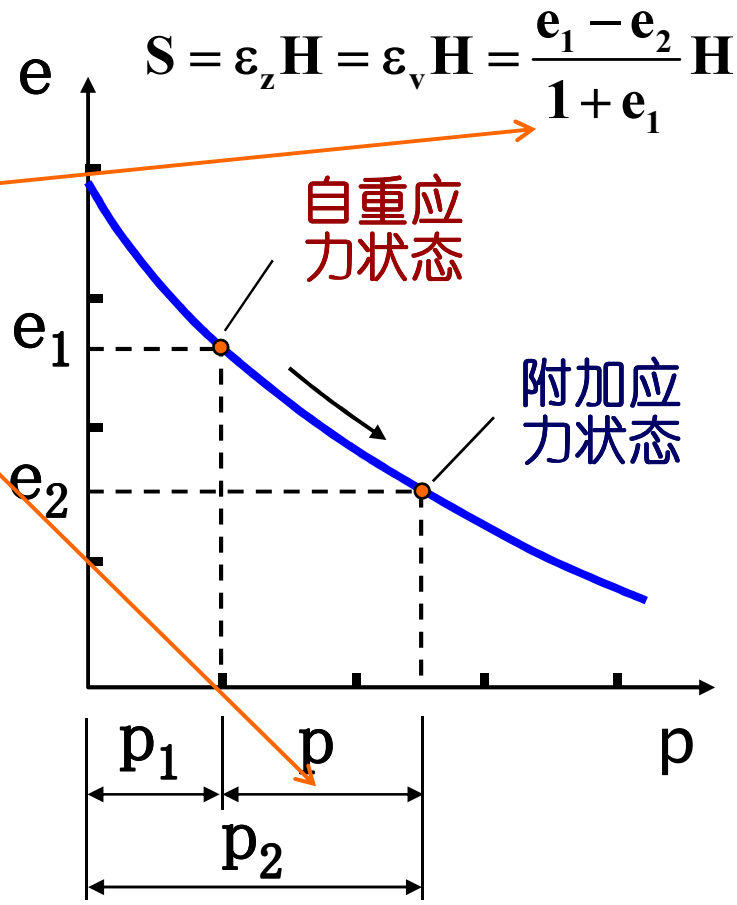
作用在土层厚度内的附加应力分布图面积 P150

$$S = m_v pH = m_v A$$

$m_v = a/(1+e_1)$ 式4-13 体积压缩系数

$$S = \frac{pH}{E_s} = \beta\frac{pH}{E}$$

$$\beta = 1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}$$



P149 4.3.1

单一土层一维压缩问题

- 计算公式：e-lgp曲线

优点：

- 可使用推定的原位压缩和再压缩曲线
- 可考虑土层的应力历史，区分正常固结土和超固结土分别进行计算

单一土层一维压缩问题

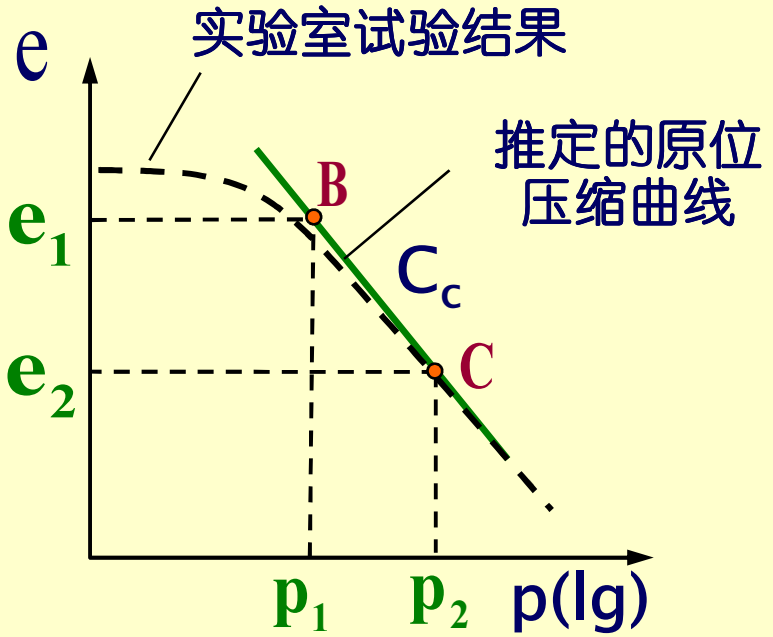
■ 计算公式：e-lgp曲线-正常固结土

☞ 可使用推定的原位压缩曲线的C_c值进行计算：

$$S = \frac{-\Delta e}{1+e_1} H = C_c \frac{H}{1+e_1} \lg\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

式4-23

$$S = \varepsilon_z H = \varepsilon_v H = \frac{e_1 - e_2}{1+e_1} H$$



单一土层一维压缩问题

■ 计算公式：e-lgp曲线-超固结土

☞ 可使用推定的原位压缩和再压缩曲线的C_c和C_e值进行计算：

- 当$p_2>\sigma_p$

$$S=\frac{H}{1+e_1}\left(C_e\lg\left(\frac{\sigma_p}{p_1}\right)+C_c\lg\left(\frac{p_2}{\sigma_p}\right)\right)$$

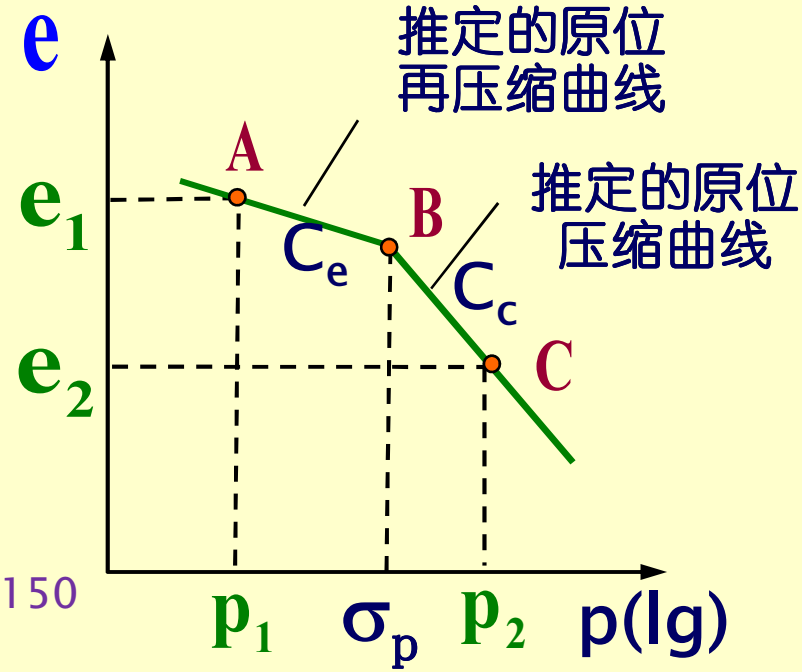
式4-25 P150

- 当$p_2<\sigma_p$

$$S=\frac{H}{1+e_1}C_e\lg\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

式4-24 P150

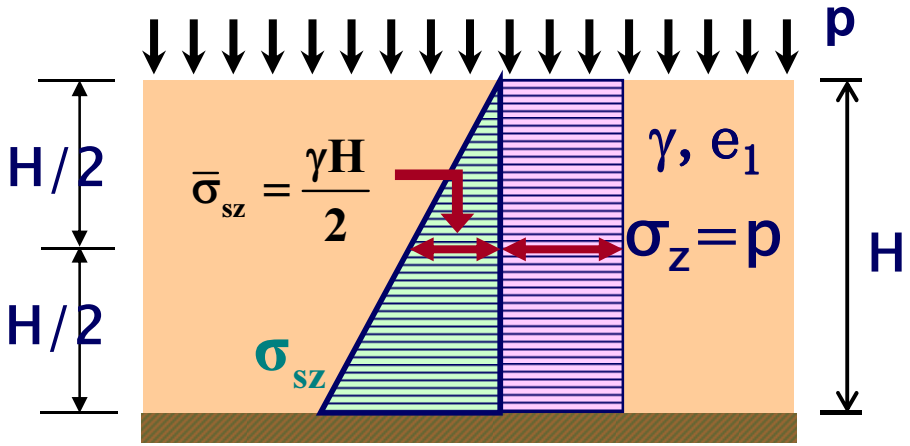
$$S=\varepsilon_z H=\varepsilon_v H=\frac{e_1-e_2}{1+e_1}H$$



单一土层一维压缩问题

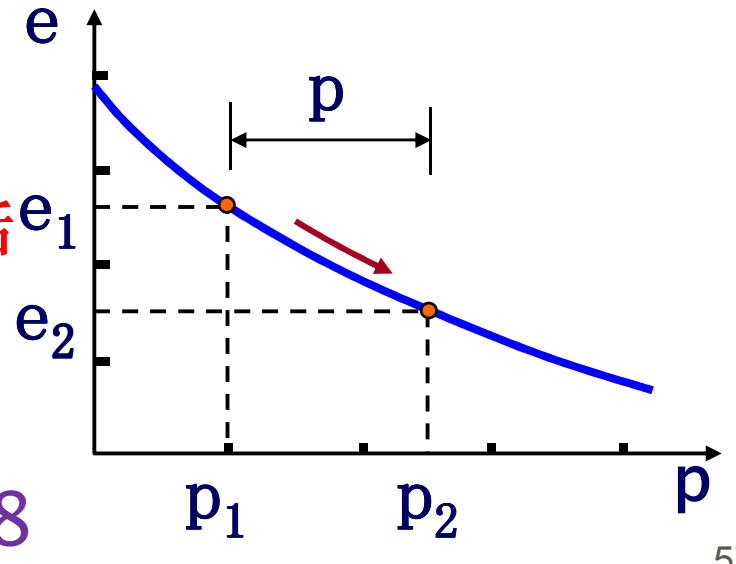
■ 计算步骤：

以公式 $S=\frac{e_1-e_2}{1+e_1}H$ 为例



- 确定：$H;\ \bar{\sigma}_{sz};\ \sigma_z$
- 查定：$p_1=\bar{\sigma}_{sz}\Rightarrow e_1$ 压缩前

  $p_2=\bar{\sigma}_{sz}+\sigma_z\Rightarrow e_2$ 压缩后
- 算定：$S=\frac{e_1-e_2}{1+e_1}H$



P149 Eq4-18

地基最终沉降量分层总和法

- 基本假定和基本原理：

公路软土地基沉降与固结分析软件系统

- 假设基底压力为线性分布
- 附加应力用弹性理论计算
- 侧限应力状态，只发生单向沉降
- 只计算固结沉降，不计瞬时沉降和次固结沉降
- 将地基分成若干层，认为整个地基的最终沉降量为各层沉降量之和：

$$S = \sum S_i$$

理论上不够完备，缺乏统一理论，
是一个半经验性方法

地基最终沉降量分层总和法

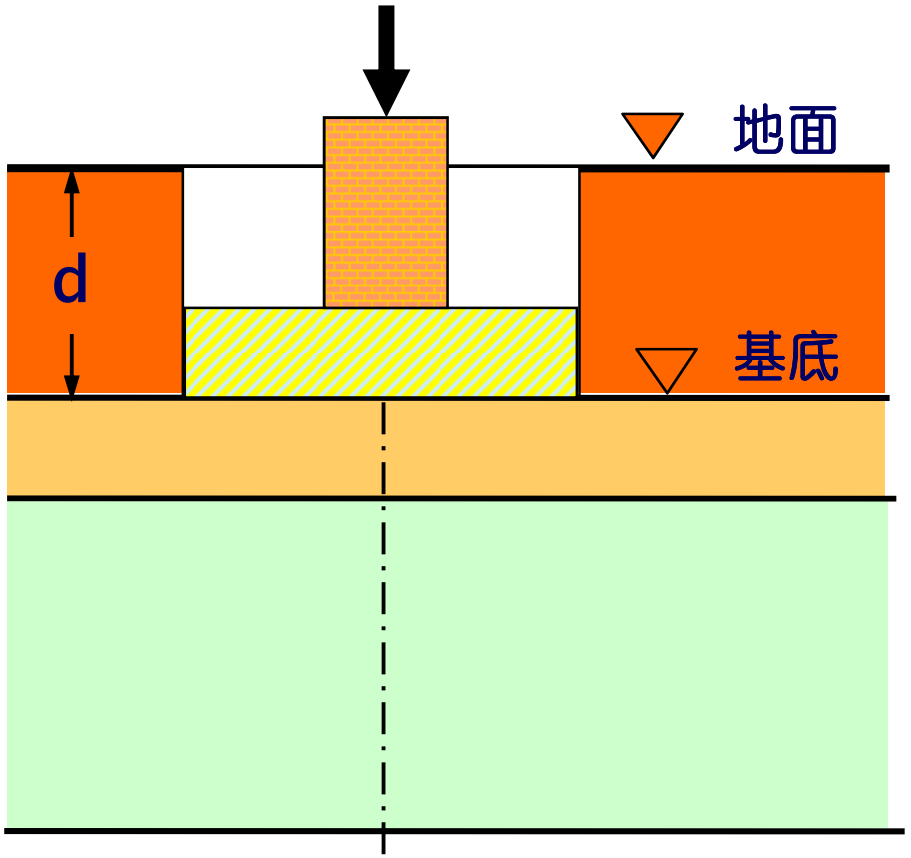
■ 施工步骤

☞ 基坑开挖：基础土层卸载，基础底面回弹

☞ 基础施工：基础土层重加载，基础底面再压缩

☞ 基坑回填：基础土层重加载，基础地面再压缩

☞ 建筑物施工：基础土层压缩沉降



地基最终沉降量分层总和法

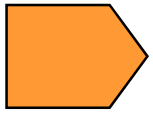
■ 计算步骤

☞ 情况1：不考虑地基回弹

- 沉降量从原基底算起
- 适用于基础底面积小，埋深浅，施工快的情况

☞ 情况2：考虑地基回弹

- 沉降量从回弹后的基底算起
- 基础底面大，埋深大，施工期长的情况



已知：地基各土层的压缩曲线 → 原状土压缩曲线

分层浮重为自重

栽树挖坑为附加

地基最终沉降量分层总和法

■ 计算步骤 – *情况1*

a) 原地基的自重应力分布σ_{sz}

b) 基底附加压力p_0

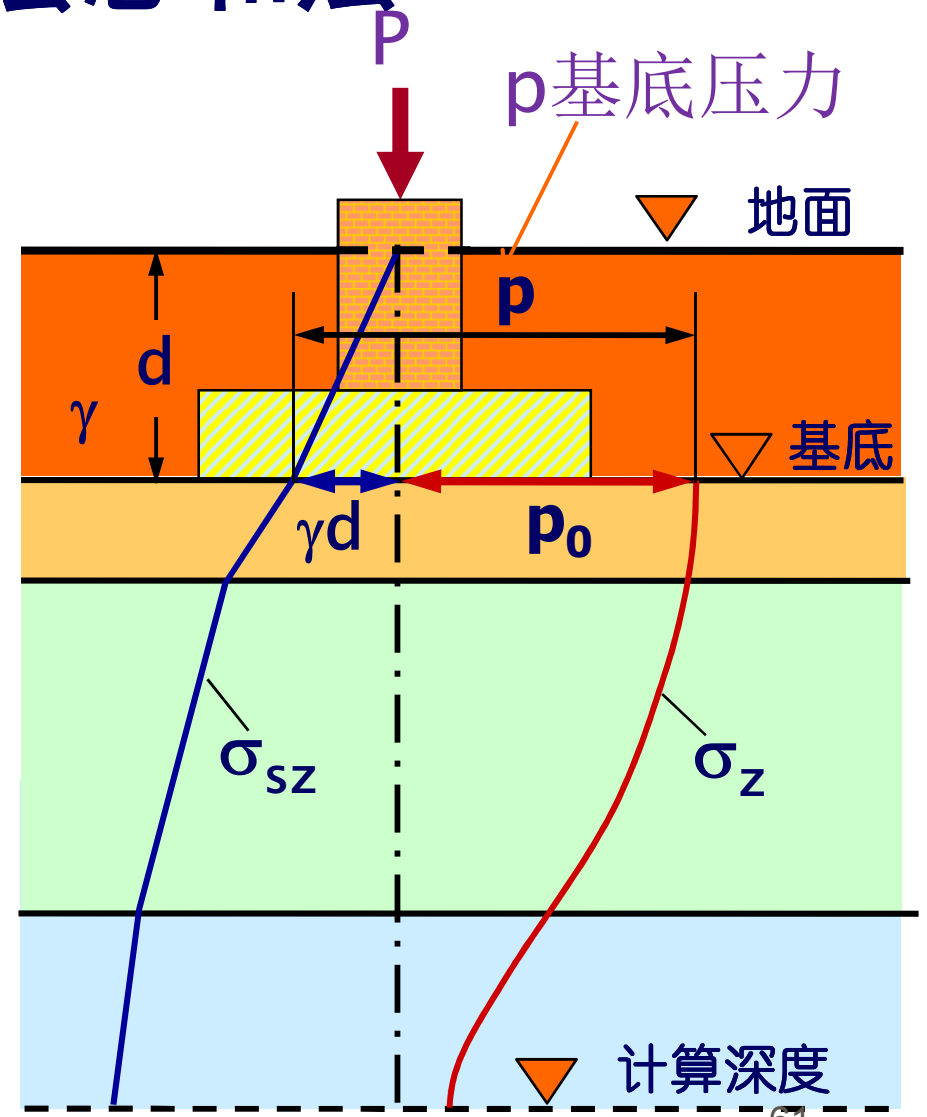
c) 确定地基中附加应力σ_z分布

d) 确定计算深度z_n

e) 地基分层H_i

f) 计算每层沉降量S_i

g) 各层沉降量叠加ΣS_i



- σ_{sz}从地面算起；
- σ_z从基底算起，由基底附加压力$p_0=p-\gamma d$引起

P151

地基最终沉降量分层总和法

■ 计算步骤 – 情况1

……

d) 确定计算深度z_n

e) 地基分层H_i

f) 计算每层沉降量S_i

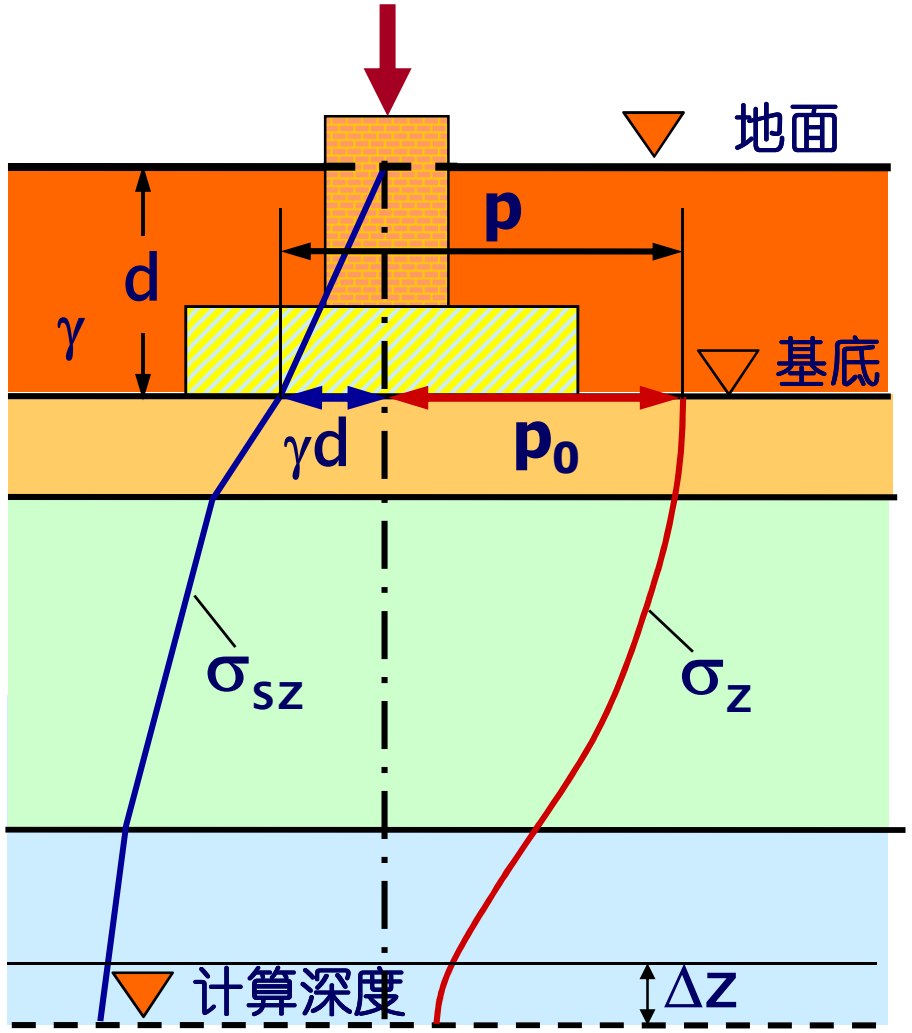
g) 各层沉降量叠加ΣS_i

- 经验法：

  一般土层：$\sigma_z=0.2\sigma_{sz}$

  软土层：$\sigma_z=0.1\sigma_{sz}$

- 规范法：$\Delta S' \le 0.025S$
- 经验公式：$Z_n=B(2.5-0.4\ln B)$
- 计算到压缩性较大土层底面



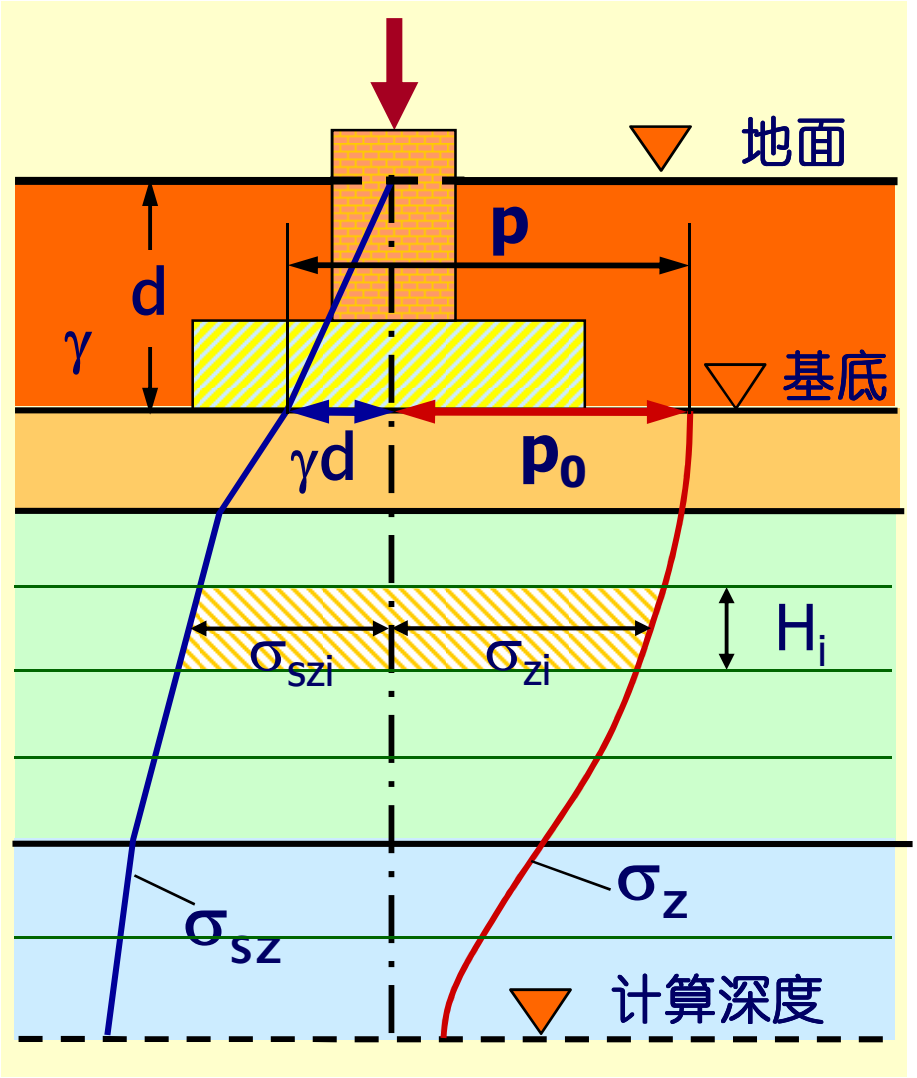
地基最终沉降量分层总和法

■ 计算步骤 – 情况1

a) 原地基的自重应力分布σ_{sz}
b) 基底附加压力p_0
c) 确定地基中附加应力σ_z分布
d) 确定计算深度z_n
e) 地基分层H_i
f) 计算每层沉降量S_i
g) 各层沉降量叠加ΣS_i

- 不同土层界面
- 地下水位线
- 每层厚度不宜>0.4B或4m
- σ_z变化明显的土层，适当取小

B基础宽度



地基最终沉降量分层总和法

■ 计算公式：e–p曲线

对土层i有：

压缩前

$p_{1i}=\sigma_{szi}$

e_{1i}

压缩后

$p_{2i}=\sigma_{szi}+\sigma_{zi}$

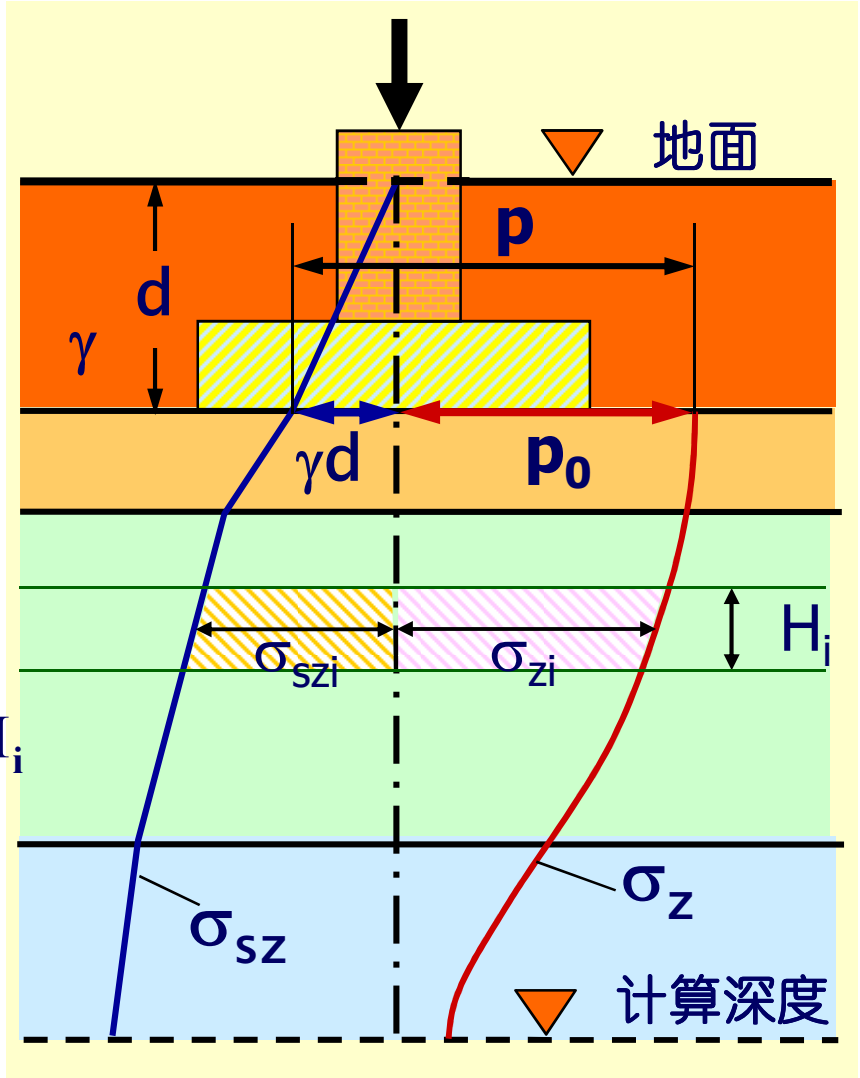
e_{2i}

$$S_i=\frac{a_i}{1+e_{1i}}(p_{2i}-p_{1i})H_i=\frac{a_i}{1+e_{1i}}\sigma_{zi}H_i$$

$$S_i=\frac{\sigma_{zi}H_i}{E_{si}}=\beta\frac{\sigma_{zi}H_i}{E_i}$$

Es侧限压缩模量式4-12

E变形模量4-8



地基最终沉降量分层总和法

■ 计算公式：e–p曲线　规范法

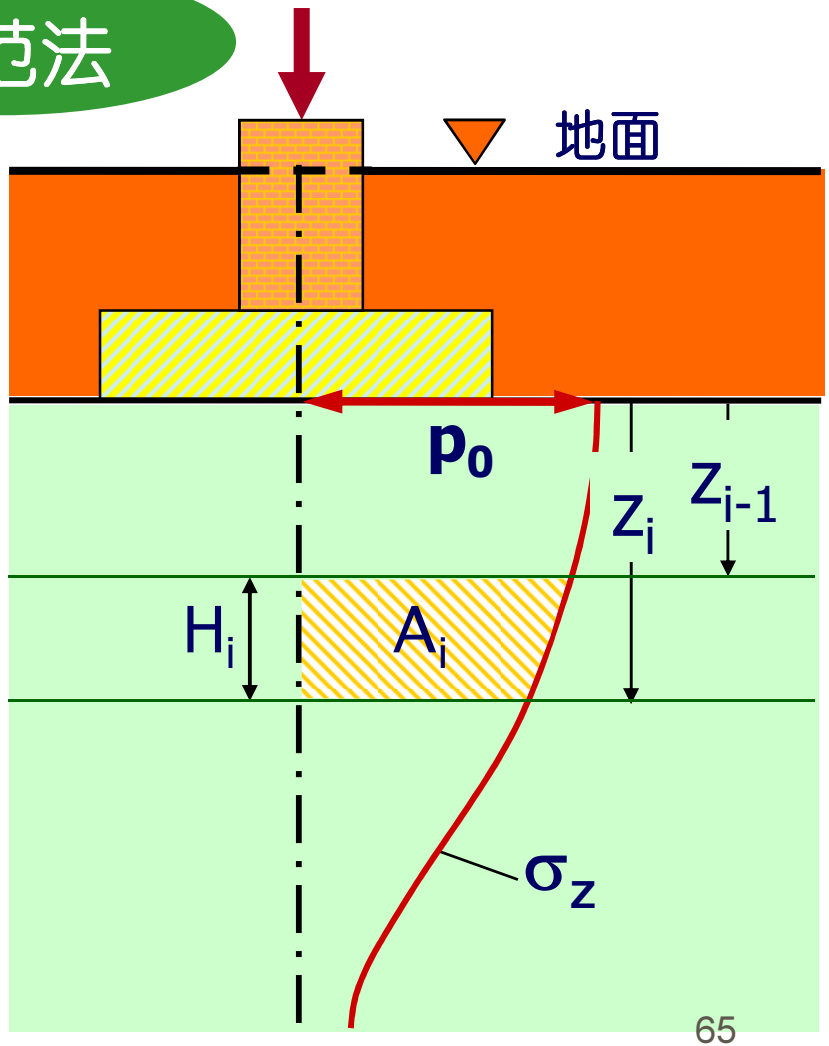
$$S_i = \frac{a_i}{1+e_{1i}}\sigma_{zi}H_i = \frac{a_i}{1+e_{1i}}A_i$$

$$A = \int_0^z \sigma_z dz = \int_0^z p_0 \alpha dz$$

$$= p_0 \int_0^z \alpha dz = p_0 \cdot z \cdot \overline{\alpha}$$

深度z范围内平均附加应力系数(表4－5)

P153　$$A_i = p_0(z_i\overline{\alpha}_i - z_{i-1}\overline{\alpha}_{i-1})$$



地基最终沉降量分层总和法

■ 结果修正

表4-6 沉降计算经验系数ψ_s

基底附加应力	$\bar{E}_s$				
	2.5	4.0	7.0	15.0	20.0
$p_0 \geq f_k$	1.4	1.3	1.0	0.4	0.2
$p_0 \leq 0.75\ f_k$	1.1	1.0	0.7	0.4	0.2

$$\bar{E}_s = \sum A_i \Big/ \sum \frac{A_i}{E_{si}} \qquad A_i = p_0(z_i\bar{\alpha}_i - z_{i-1}\bar{\alpha}_{i-1})$$

f_k：地基承载力标准值

$$S_{修} = \psi_s \times S$$

经验修正系数

$\psi_s = 1.4 - 0.2$,

☞与土质软硬有关

☞与基底附加应力p_0/f_k的大小有关

地基最终沉降量分层总和法

分层总和法要点小结

① 准备资料

- 建筑基础（形状、大小、重量、埋深）
- 地基各土层的压缩曲线 → 原状土压缩曲线
- 计算断面和计算点

② 应力分布

- 自重应力
- 基底压力→基底附加应力
- 附加应力

③ 沉降计算

- 确定计算深度
- 确定分层界面
- 计算各土层的σ_{szi}，σ_{zi}
- 计算各层沉降量
- 地基总沉降量

P152 式4-28 计算深度
一起看书

④ 结果修正

$$S_{修}=\psi_s \times S$$

P156例题4-2
要求看会

第五章：土的压缩性与地基沉降计算

§4.0　概述 √

§4.1　土的压缩性测试方法 √

§4.2　一维压缩性及其指标 √

§4.3　地基的最终沉降量计算 √

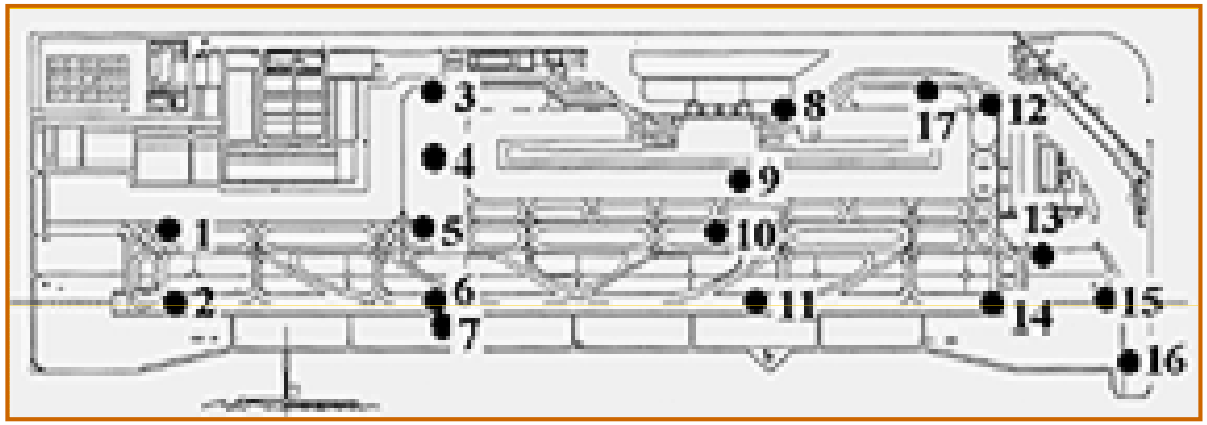
§4.4　饱和土体的渗流固结理论

P160

日本关西国际机场

- 1986年：开工
- 1990年：人工岛完成
- 1994年：机场运营
- 面积：4370m×1250m
- 填筑量：$180\times10^6m^3$
- 平均厚度：33m
- 地基：15-21m厚粘土
- 问题：沉降大
  且不均匀

关西国际机场



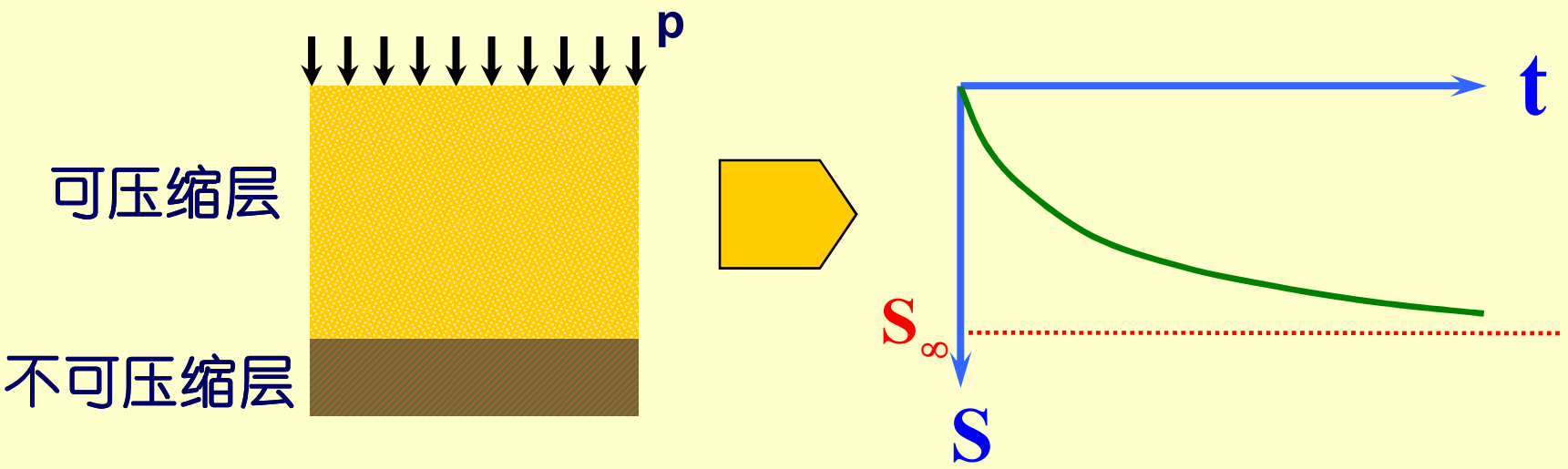
设计预测沉降：
5.7—7.5 m
完工实际沉降：
8.1 m，5cm/月
(1990年)
预测主固结完成：
20年后
比设计超填：
3.0 m

日期	测 点												
	1	2	3	5	7	8	10	11	12	15	16	17	平均
00-12	10.6	9.7	12.8	11.7	10.6	13.0	11.6	10.3	12.7	12.5	9.0	14.1	11.7
01-12	10.8	9.9	13.0	11.9	10.7	13.2	11.8	10.5	12.9	12.7	9.1	14.3	11.9

20180904　25年一遇超强台风关西机场浸水半米

饱和土体的渗流固结理论

■ 沉降与时间之间的关系：饱和土层的渗流固结



问题：固结沉降的速度和程度 ？

P160 超静孔隙水压力的大小 ？

一维渗流固结

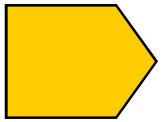
饱和土体的渗流固结理论

- 饱和土一维渗流固结理论
  （Terzaghi渗流固结理论）
- 固结度的计算
- 有关沉降－时间的工程问题
- 固结系数的测定
- 多维渗流固结理论简介

P160 4.4

一维渗流固结理论

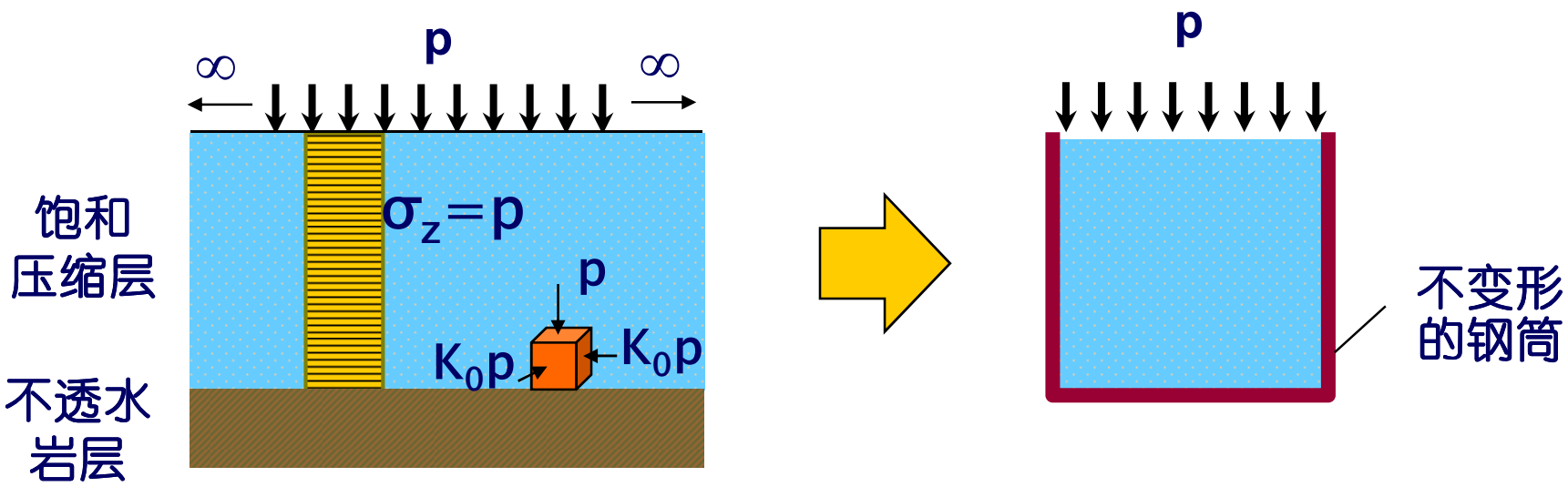
- 渗透固结理论是针对土这种多孔多相松散介质，建立起来的反映土体变形过程的基本理论。土力学的创始人Terzaghi教授于20世纪20年代提出饱和土的一维渗透固结理论



- 物理模型 – 太沙基一维渗透固结模型
- 数学模型 – 渗透固结微分方程
- 方程求解 – 理论解答
- 固结程度 – 固结度的概念

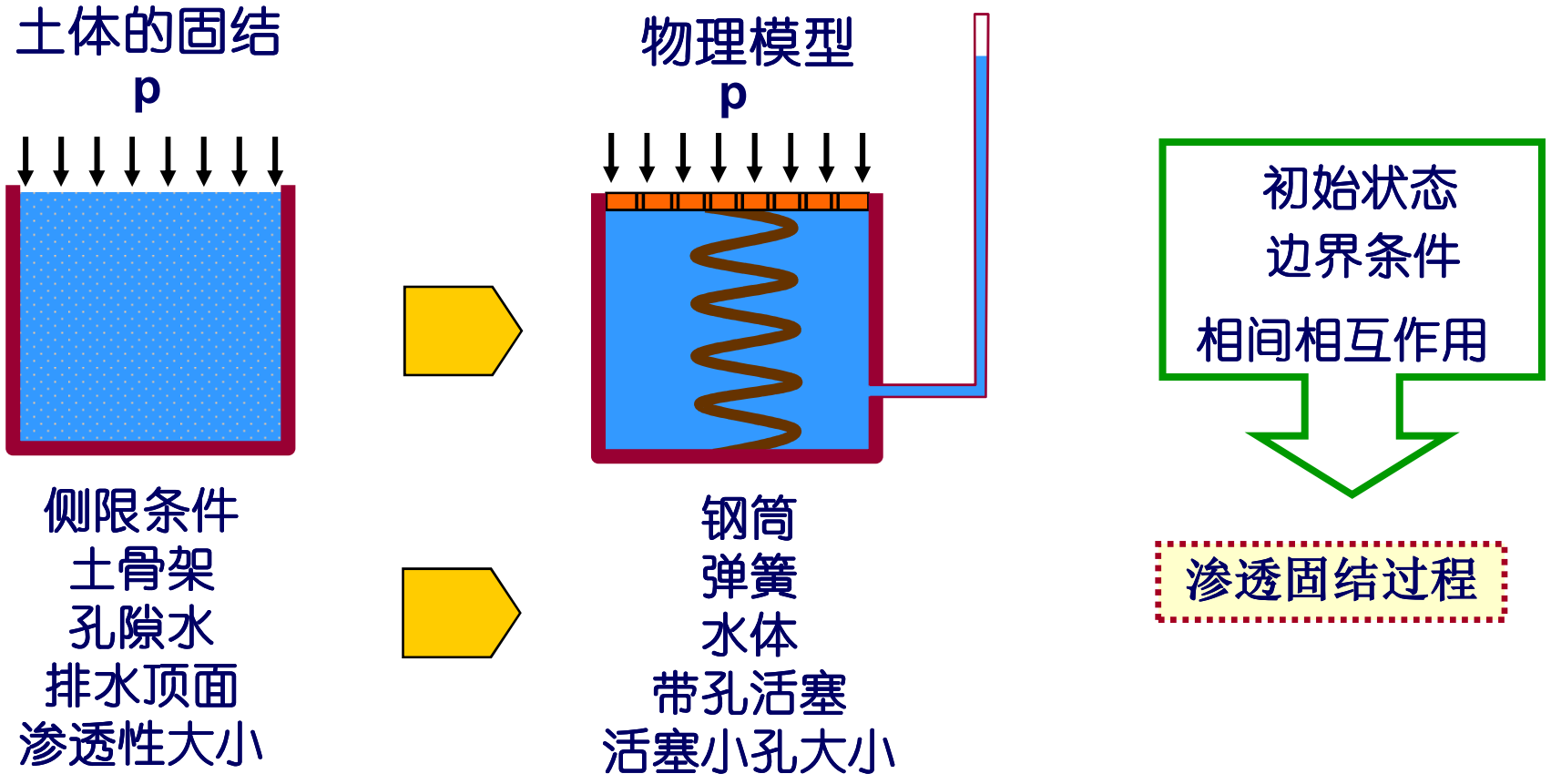
Terzaghi一维渗流固结模型

- 实践背景：大面积均布荷载　　侧限状态的简化模型



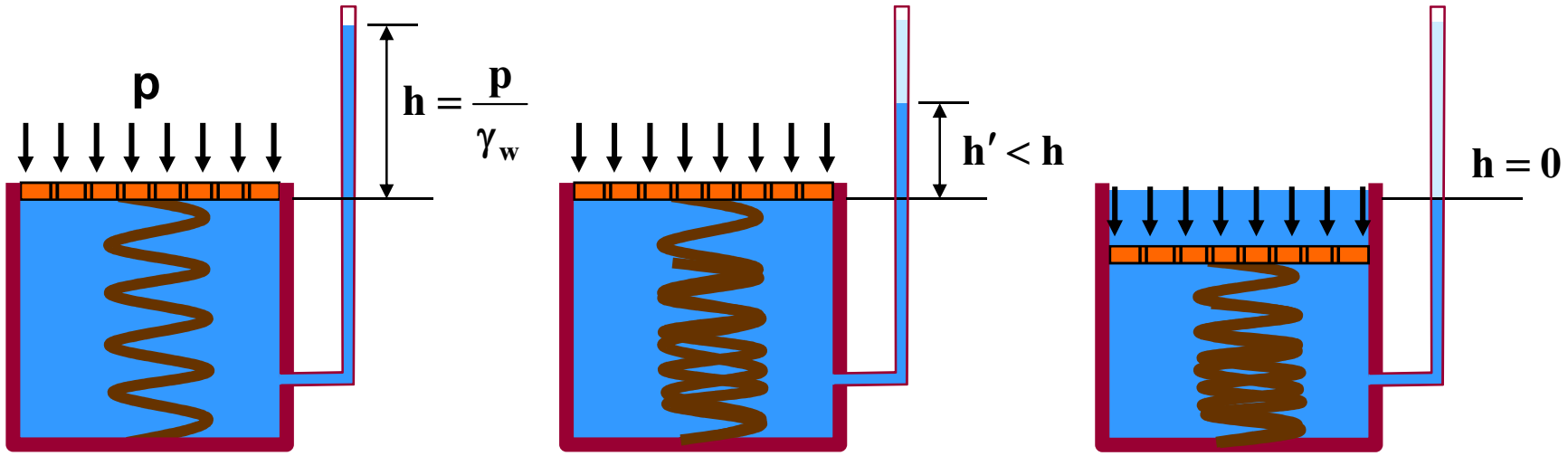
☞处于侧限状态，渗流和土体的变形只沿竖向发生

Terzaghi一维渗流固结模型



P123-124

Terzaghi一维渗流固结模型



$t = 0$

附加应力: $\sigma_z = p$

超静孔压: $u = \sigma_z = p$

有效应力: $\sigma'_z = 0$

$0 < t < \infty$

附加应力: $\sigma_z = p$

超静孔压: $u < p$

有效应力: $\sigma'_z > 0$

$t \to \infty$

附加应力: $\sigma_z = p$

超静孔压: $u = 0$

有效应力: $\sigma'_z = p$

P124 图3-47

数 学 模 型

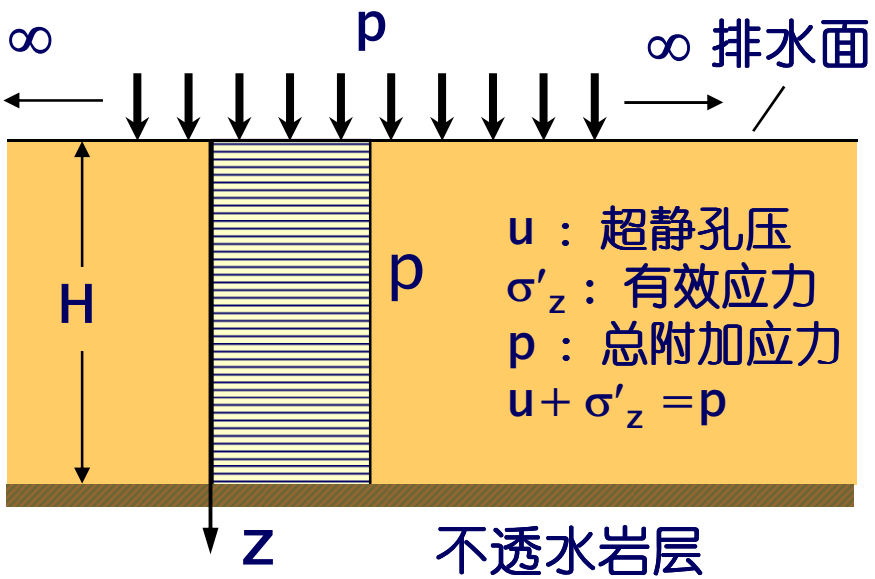
◆ 基本假定

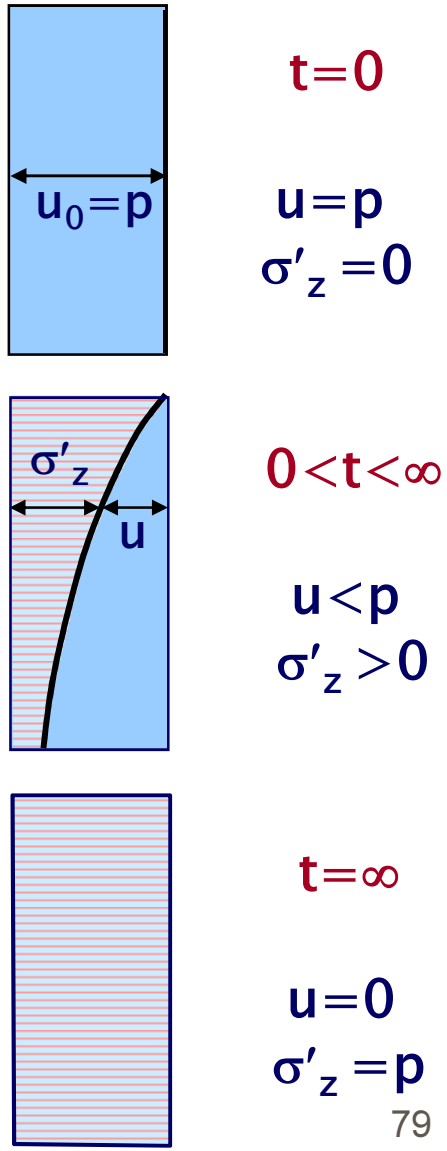
1. 土层是均质且完全饱和
2. 土颗粒与水不可压缩
3. 水的渗出和土层压缩只沿竖向发生
4. 渗流符合达西定律且渗透系数保持不变
5. 压缩系数a是常数
6. 荷载均布，瞬时施加，总应力不随时间变化

◆ 基本变量

总应力已知 —有效应力原理→ 超静孔隙水压力的时空分布

数 学 模 型





t=0

u=p

σ′z =0

0<t<∞

u<p

σ′z >0

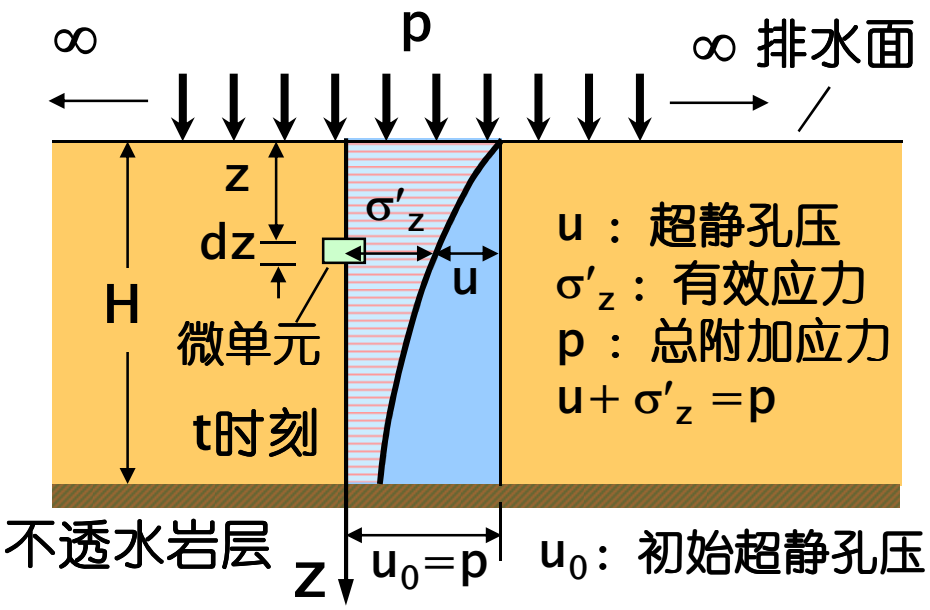
t=∞

u=0

σ′z =p

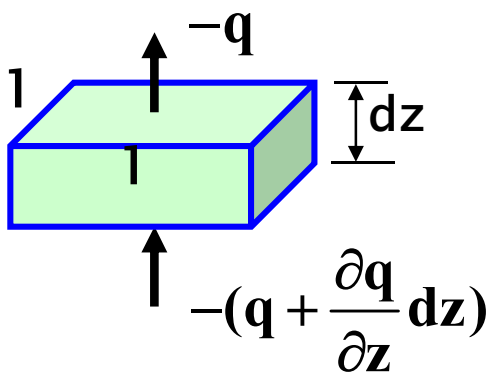
☞ 土层超静孔压是z和t的函数，渗流固结的过程取决于土层可压缩性（总排水量）和渗透性（渗透速度）

数 学 模 型



微小单元（1×1×dz）

微小时段（dt）

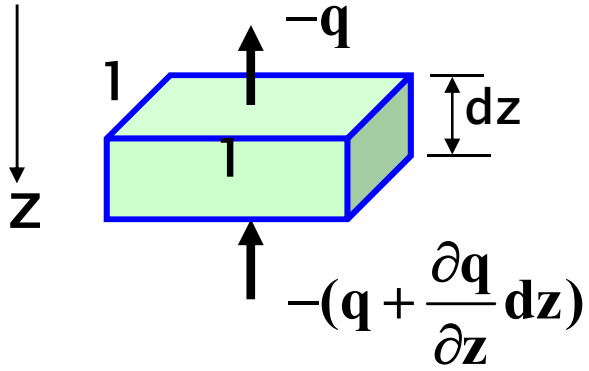


连续性条件 → 土骨架的体积变化 = 孔隙体积的变化 = 流入流出水量差 → ·土的压缩特性 ·有效应力原理 ·达西定律 → 渗流固结基本方程

数 学 模 型

固体体积：$V_1 = \frac{1}{1+e_1}dz = const$

孔隙体积：$V_2 = eV_1 = e(\frac{1}{1+e_1}dz)$



dt时段内：孔隙体积的变化＝流出的水量

$$\frac{\partial V_2}{\partial t}dt = \left\{-q - \left[-\left(q + \frac{\partial q}{\partial z}dz\right)\right]\right\}dt = \frac{\partial q}{\partial z}dzdt$$

$$\frac{1}{1+e_1}\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial z}$$

P154 4-34

数 学 模 型

dt时段内：孔隙体积的变化＝流出的水量

$$\frac{1}{1+e_1}\frac{\partial e}{\partial t}=\frac{\partial q}{\partial z}$$

达西定律：$q = Aki = ki = k\frac{\partial h_u}{\partial z} = \frac{k}{\gamma_w}\frac{\partial u}{\partial z}$

u – 超静孔压

P51 2-8

孔隙体积的变化＝土骨架的体积变化

土的压缩性：$\Delta e = -a\Delta\sigma'_z$

有效应力原理：$\sigma'_z = \sigma_z - u$

$$\Rightarrow \frac{\partial e}{\partial t} = -a\frac{\partial \sigma'_z}{\partial t} = -a\frac{\partial(\sigma_z - u)}{\partial t} = a\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\therefore \frac{a}{1+e_1}\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{\gamma_w}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k(1+e_1)}{\gamma_w a}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

式4-36

P162

数 学 模 型

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{k\left(1+e_1\right)}{\gamma_w a}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial t}=C_v\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

P162 4-36

读书结束

☞ 固结系数: $C_v=\dfrac{k(1+e_1)}{a\gamma_w}$

- C_v 反映土的固结特性：孔压消散的快慢－固结速度
- C_v 与渗透系数k成正比，与压缩系数a成反比；
- 单位：cm^2/s；$m^2/year$，粘性土一般在 10^{-4} cm^2/s 量级

方程求解 – 解题思路

☞ 渗透固结微分方程：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

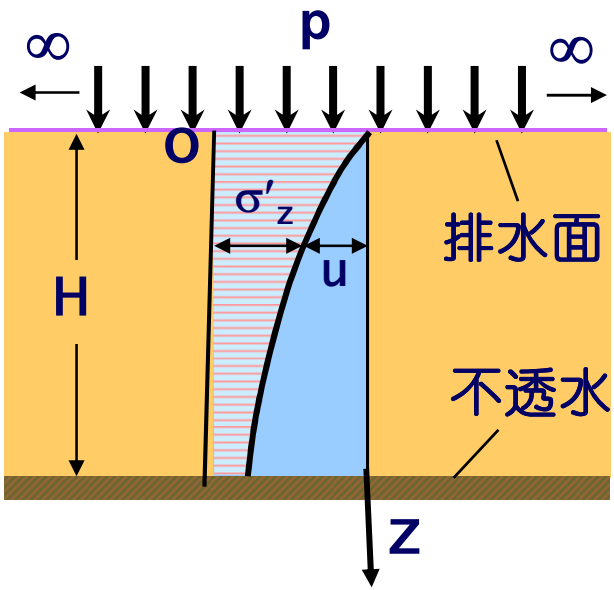
- 反映了超静孔压的消散速度与孔压沿竖向的分布有关
- 是一线性齐次抛物型微分方程式，与热传导扩散方程形式上完全相同，一般可用分离变量方法求解
- 其一般解的形式为：

$$u(z,t) = (C_1 \cos Az + C_2 \sin Az)e^{-A^2 C_v t}$$

- 只要给出定解条件，求解渗透固结方程，可得出u(z, t)

P162 4-36

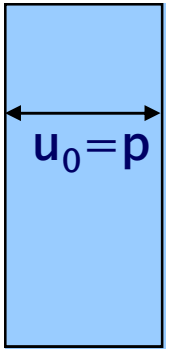
方程求解 – 边界条件



u：超静孔压
σ′z：有效应力
p：总附加应力
u0：初始超静孔压

$u+\sigma'_z=p$

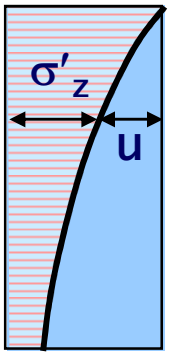
初始条件



$t=0$

$0\le z\le H$: $u=p$

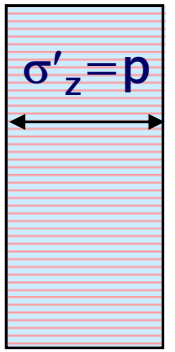
边界条件



$0<t<\infty$

$z=0$: $u=0$

$z=H$: $\partial u/\partial z=0$

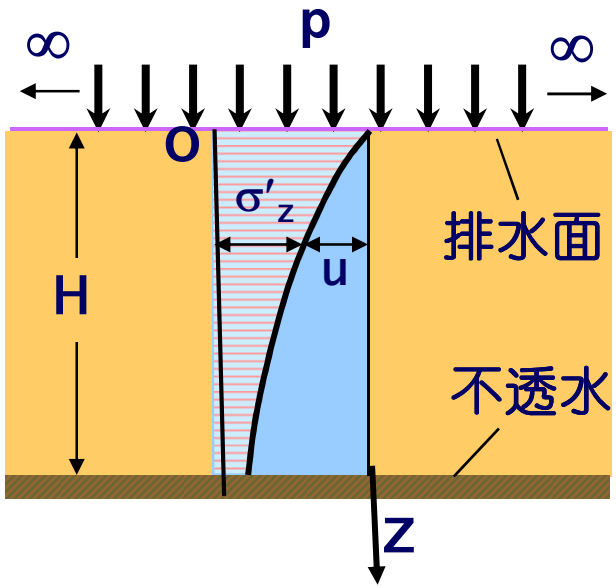


$t\to\infty$

$0\le z\le H$: $u=0$

方程求解 – 方程的解

- 微分方程：$\dfrac{\partial u}{\partial t}=C_v\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}$



- 初始条件和边界条件

- 方程的解：

$$u_{z,t}=\frac{4p}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\sin\frac{m\pi z}{2H}e^{-m^2\frac{\pi^2}{4}T_v}\qquad m=1,3,5\ldots$$

P163 4-38

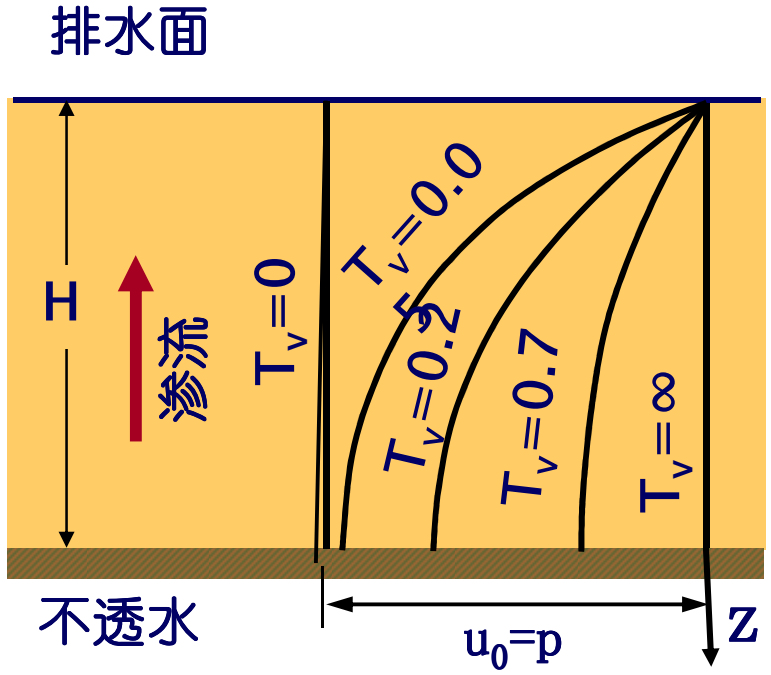
$T_v=\dfrac{C_v}{H^2}t$ 为无量纲数，称为时间因数，反映超静孔压消散的程度也即固结的程度

P163 4-39

方程求解 – 固结过程

- 方程的解：

$$u_{z,t}=\frac{4p}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\sin\frac{m\pi z}{2H}e^{-m^2\frac{\pi^2}{4}T_v}\qquad m=1,3,5\ldots$$



☞ 从超静孔压分布u-z曲线的移动情况可以看出渗流固结的进展情况

☞ u-z曲线上的切线斜率反映该点的水力梯度水流方向

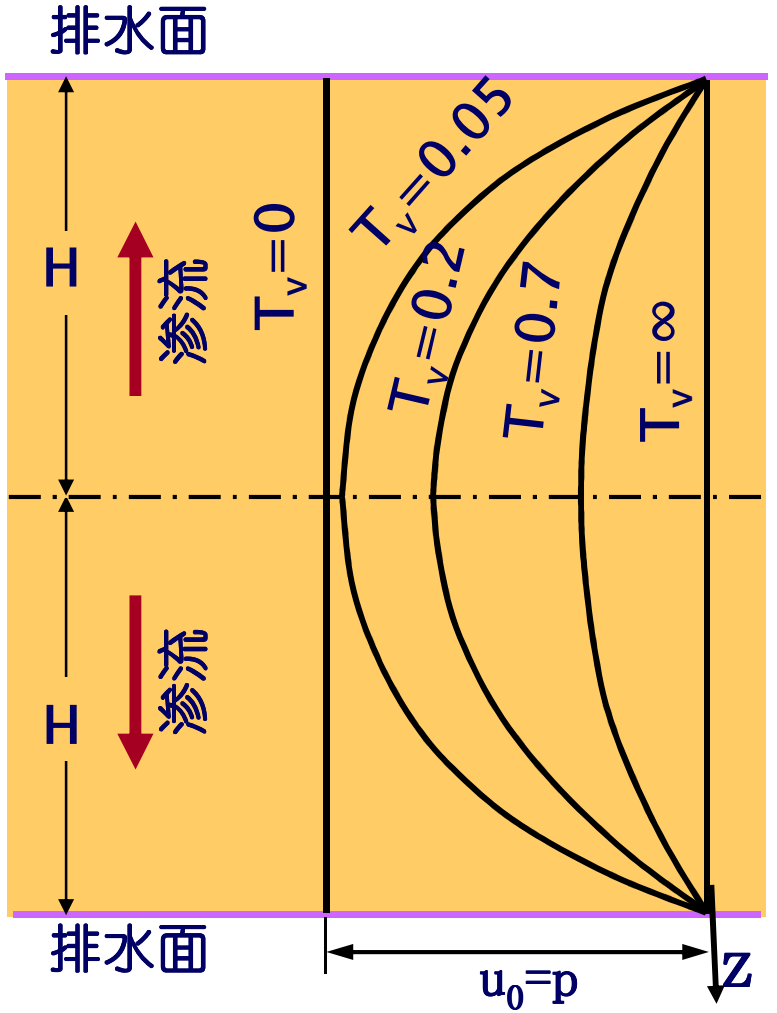
思考：两面排水时如何计算？

DEL ’164 图4-28a

方程求解 – 固结过程

- 双面排水的情况

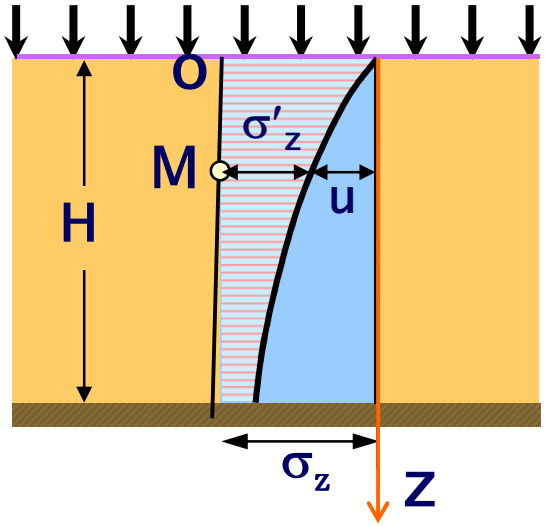
  - 上半部和单面排水的解完全相同
  - 下半部和上半部对称



固结度的概念

☞ 一点M的固结度：其有效应力 σ'_{zt} 对总应力 σ_z 的比值

$$U_{z,t}=\frac{\sigma'_z}{\sigma_z}=\frac{\sigma_z-u_{z,t}}{\sigma_z}=1-\frac{u_{z,t}}{\sigma_z}$$



$U_{z,t}$=0～1：表征一点超静孔压的消散程度

☞ 一层土的平均固结度

$$U_t=\frac{\text{有效应力分布面积}}{\text{总应力分布面积}}=\frac{\int_0^H \sigma'_{z,t}dz}{\int_0^H \sigma_z dz}=1-\frac{\int u_{z,t}dz}{\int \sigma_z dz}$$

U_t=0～1：表征一层土超静孔压的消散程度

P164 4

固结度的概念

☞ 平均固结度U_t与沉降量S_t之间的关系

t时刻：

$$U_t=\frac{\text{有效应力分布面积}}{\text{总应力分布面积}}=\frac{\int\sigma'_{z,t}dz}{\int\sigma_z dz}=\frac{\int\frac{a\sigma'_{z,t}}{1+e_1}dz}{\frac{a\sigma_z}{1+e_1}H}=\frac{S_t}{S_\infty}$$

$$U_t=\frac{S_t}{S_\infty}$$

固结度等于t时刻的沉降量与最终沉降量之比

P168 4-51

$$S_t=U_t\cdot S_\infty$$

- 确定沉降过程也即S_t的关键是确定U_t
- 确定U_t的核心问题是确定$u_{z.t}$

P164

地基的平均固结度计算

☞ 均布荷载单向排水

$$U_t=\frac{\int_0^H u_{z,t}dz}{\int_0^H \sigma_z dz}$$

- 一般解：$U_t=1-\frac{8}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^2}e^{-m^2\left(\frac{\pi^2}{4}\right)T_v}$ 式4-38
- 图表解： P157，图4-27，曲线①
- 近似解：$U_t=1-\frac{8}{\pi^2}e^{-\frac{\pi^2}{4}T_v}$ 式4-44
- 简化解：

$$\begin{cases} T_v=\pi U_t^2/4 & (U_t<0.6) \\ T_v=0.933\lg(1-U_t)-0.085 & (U_t>0.6) \\ T_v\approx 3U_t & (U_t=1) \end{cases}$$

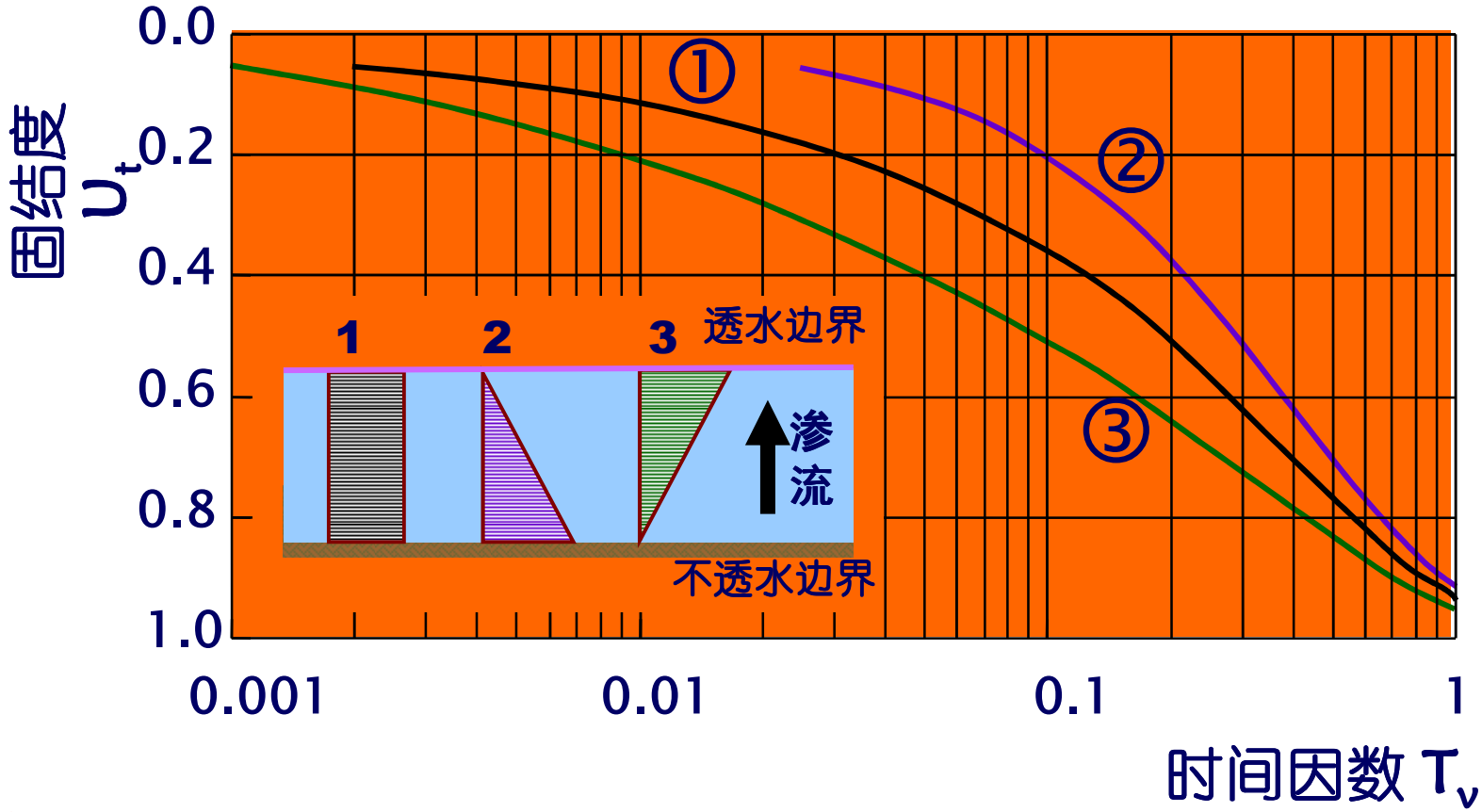
式4-45

书上备注

U_t是T_v的单值函数，T_v可反映固结的程度

地基的平均固结度计算

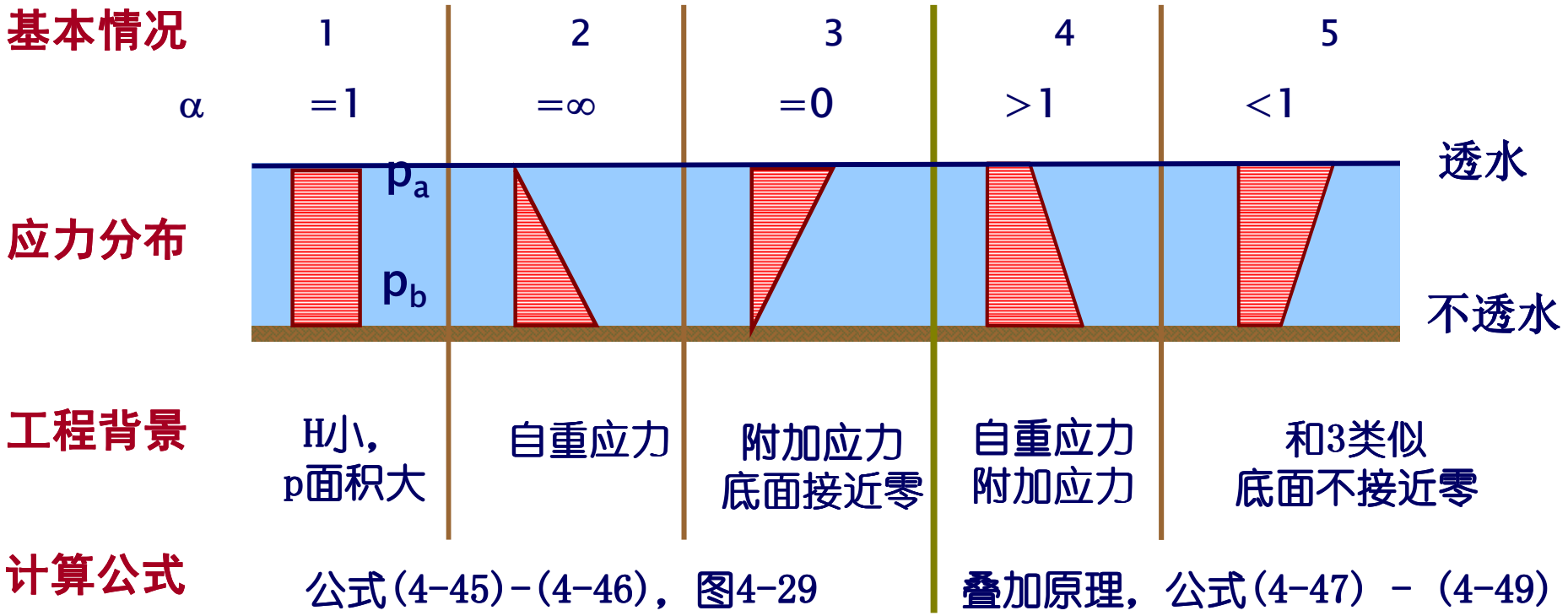
☞ 三种基本情况



DEL

地基的平均固结度计算

☞ 常见计算条件(1) 压缩应力分布不同时 $\alpha = p_b / p_a$

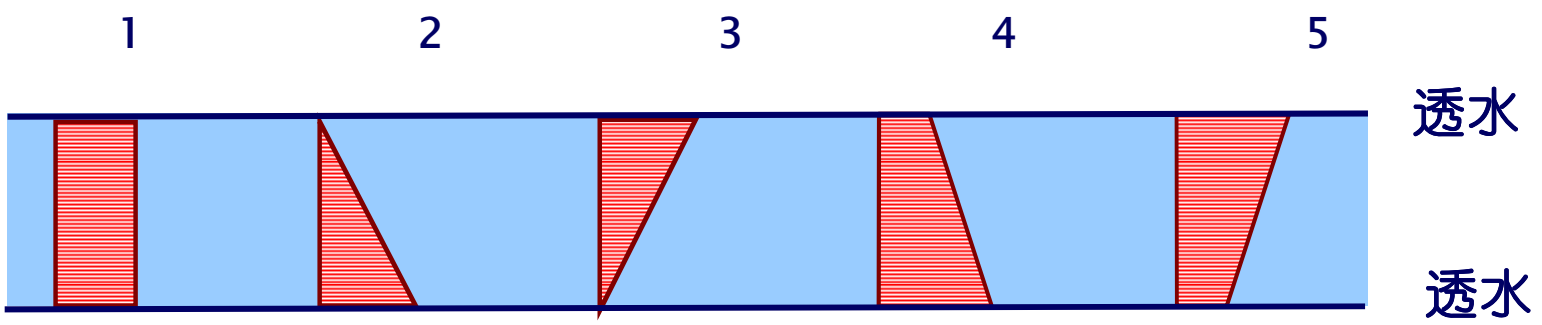


DEL

地基的平均固结度计算

☞ 常见计算条件　　(2) 双面排水时

基本情况

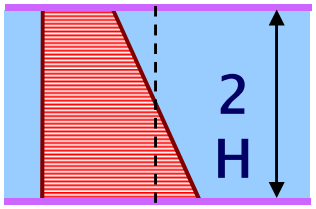


应力分布

☞ 无论哪种情况，均按情况1计算

☞ 压缩土层深度H取1/2值

$$T_v = \frac{C_v}{H^2} t$$



DEL

P168

5 有关沉降—时间的工程问题

- 求某一时刻t的固结度与沉降量
- 求达到某一固结度所需要的时间
- 根据前一阶段测定的沉降－时间曲线，推算以后的沉降－时间关系

有关沉降—时间的工程问题

- 求某一时刻t的固结度与沉降量

t

⇩

$T_v = C_v t / H^2$ 4-39

⇩

$$U_{t,(T_v)} = 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T_v}$$ 4-44

⇩

$S_t = U_t S_\infty$ P168 4-51

有关沉降—时间的工程问题

- 求达到某一沉降量(固结度)所需要的时间

$$U_t = S_t / S_\infty$$

P168 4-51

↓

从 U_t 查表（计算）确定 T_v

4-44

↓

$$t = \frac{T_v H^2}{C_v}$$

4-39

务必注意单位要统一

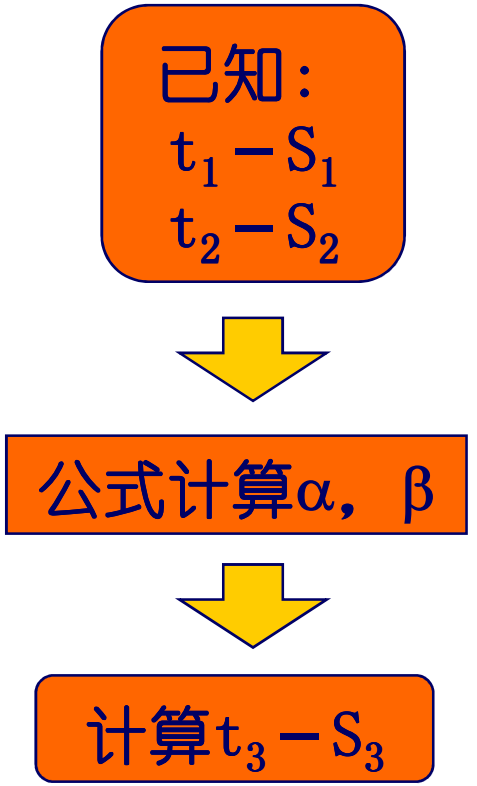
有关沉降—时间的工程问题

- 根据前一阶段测定的沉降－时间曲线，推算以后的沉降－时间关系

☞ 对于各种初始应力分布，固结度均可写成：

$$U_t = 1 - \alpha e^{-\beta t}$$

P168 4-52



6. 固结系数确定方法

■ 固结方程：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

P169

☞ 固结系数 C_v为反映固结速度的指标，C_v 越大，固结越快，确定方法有四种：

- 直接计算法
- 直接测量法
- 时间平方根法—经验方法
- 时间对数法—经验方法

直接计算法

- 压缩试验→ a
- 渗透试验→ k

$$C_v = \frac{k(1+e_1)}{\gamma_w a}$$

- k与a均是变化的
- C_v在较大的应力范围内接近常数
- 精度较低

直接测量法

- 压缩试验→ S–t曲线
  - 因为 $U_t=90\%$ → $T_v=0.848$

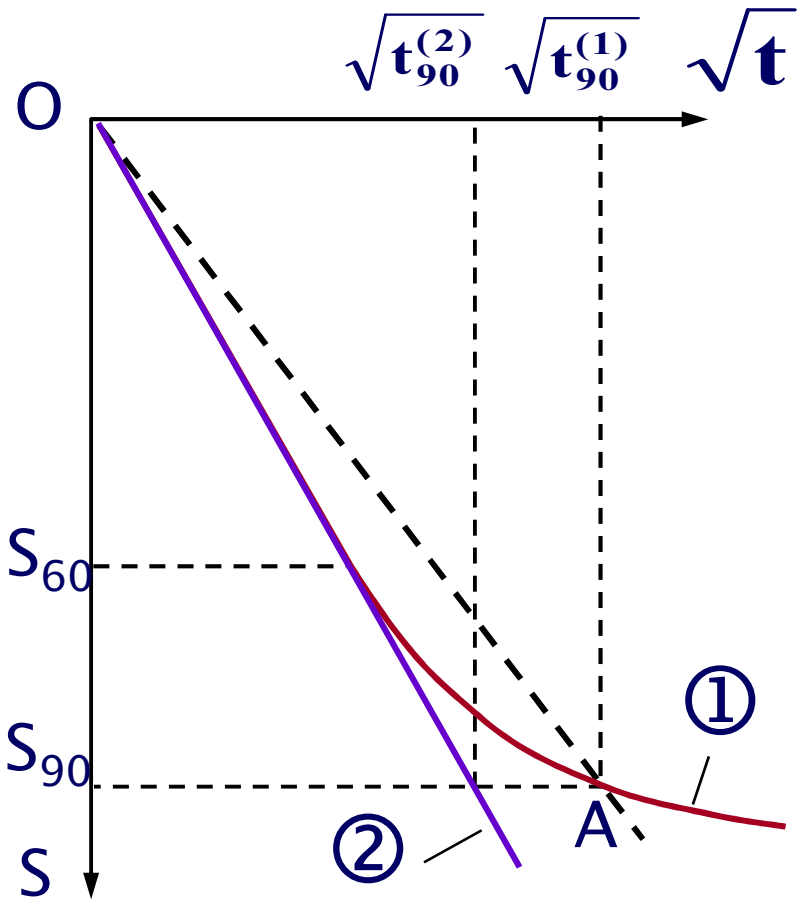
$$C_v = 0.848H^2/t_{90}$$

☞ 由于次固结，S_∞不易确定

☞ 存在初始沉降，产生误差

DEL

时间平方根法



$$U_t = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m^2} e^{-m^2 \frac{\pi^2}{4} T_v} \qquad (1)$$

$$U_t = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{T_v} \qquad (2)$$

校正初始沉降误差

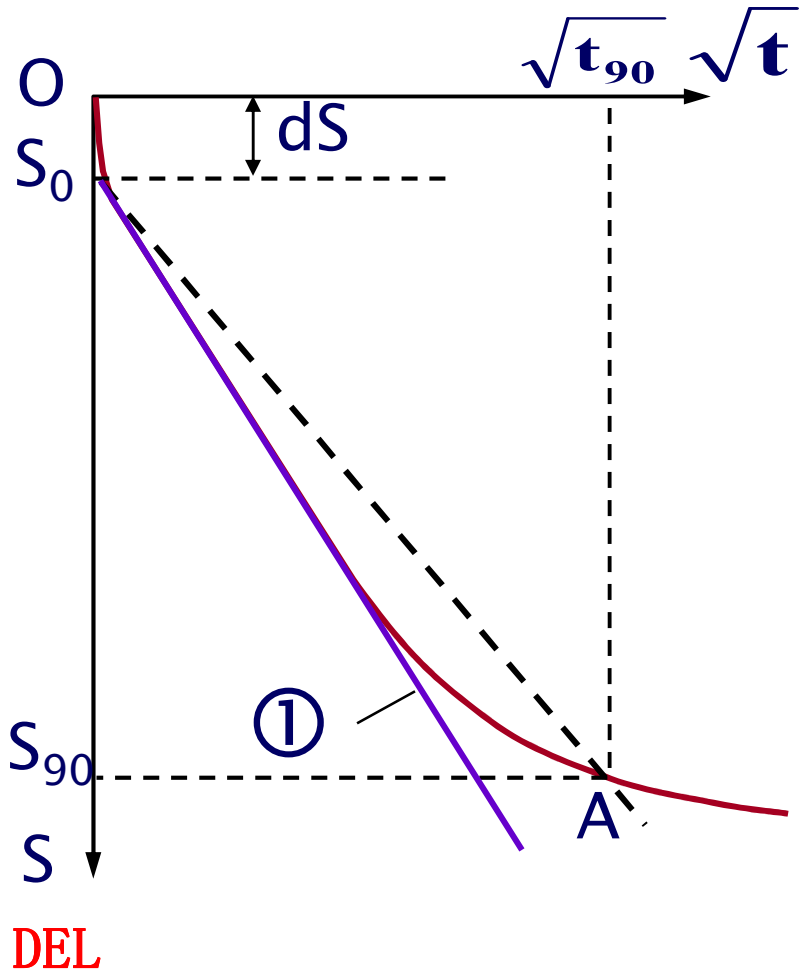
☞ $U_t \le 60\%$时二线基本重合，之后逐渐分开

☞ 当$U_{t=90\%}$时，

$$\sqrt{T_{v90}^{(1)} / T_{v90}^{(2)}} = 1.15$$

去除次固结影响

时间平方根法



- 绘制压缩试验S–$t^{1/2}$ 曲线
- 做近似直线段的延长线交S轴于S_0，即为主固结的起点，dS为的初始压缩量
- 从S_0作直线S_0A，其横坐标为直线①的1.15倍
- 直线S_0A与试验曲线之交点A所对应的t值为t_{90}

$$C_v = 0.848H^2 / t_{90}$$

时间对数法

（详见P170-171）

选学

P168 实际应用　例题4-3 重要 一起看

DEL

多维渗流固结理论简介

详见：P171-172

选学

DEL

第四章：土的压缩性与地基沉降计算

§4.0　概述 √

§4.1　土的压缩性测试方法 √

§4.2　一维压缩性及其指标 √

§4.3　地基的最终沉降量计算 √

§4.4　饱和土体的渗流固结理论 √

小　　结

- ☞ 土的压缩特性测试方法
  - 侧限压缩试验
  - 三轴压缩试验
  - 土的应力应变关系
- ☞ 一维压缩性及其指标
  - ε-p、e-p、e-lgp曲线
  - 先期固结压力
  - 原位压缩曲线及再压缩曲线
- ☞ 地基的最终沉降量计算
  - 单一土层一维压缩问题
  - 地基最终沉降量分层总和法
  - 地基沉降计算的若干问题
- ☞ 饱和土体的渗流固结理论
  - 一维渗流固结理论
  - 固结度的计算
  - 固结系数的测定

Ref: 李广信 张丙印 于玉贞 土力学 第三版 清华大学出版社 2022.08

The end

文件名格式：班级 学号 姓名 简略实验名称

邮件标题同文件名

Any questions please 发送至

xingzhengwu@163.com