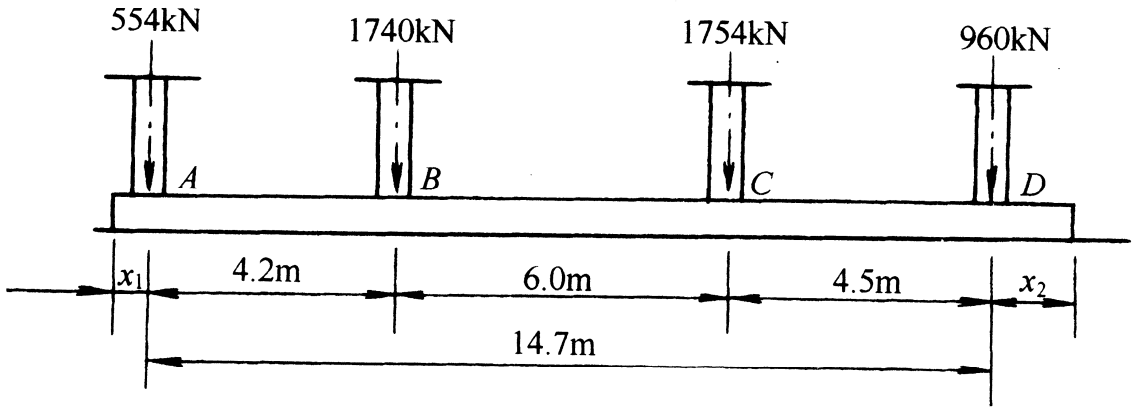
例题：静力平衡条件求柱下条形基础的内力

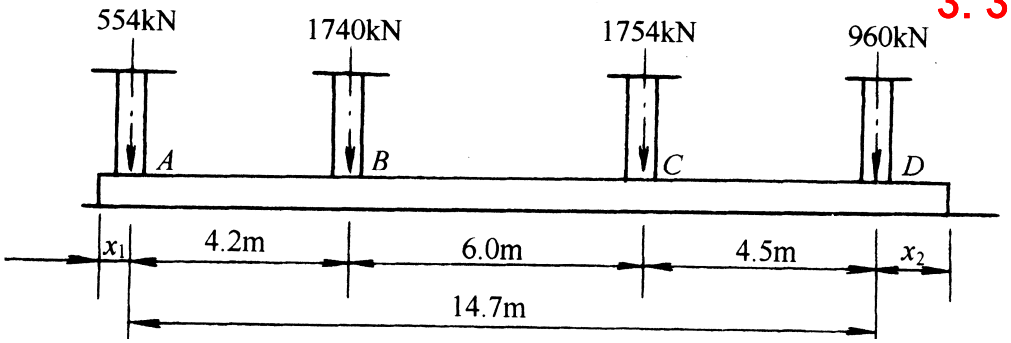
条件:下图所示条形基础，底板宽b=2.5m，其余数据见图。

要求:1.当 x_1=0.5m时，确定基础的总长度L，要求基底反力是均匀分布的。

2.按静力平衡条件求AB跨的内力。



作业3-1



解：1.确定基础底面尺寸$b\times l$，b已知，求L

计算各柱竖向力的合力，距图中**A**点的距离x为

$$x=\frac{960\times14.7+1754\times10.2+1740\times4.2}{960+1754+1740+554}=7.85m$$

因基础伸出**A**点外x_1=0.5m,如果要求竖向力合力与基底形心重合，则基础必须伸出图中**D**点之外x_2

x_2=2×(7.85＋0.5）-（14.7+0.5）=1.5m （等于边距的$\frac{1}{3}$）

则：基础总长度 L＝14.7+0.5＋1.5= 16.7m

2．确定基础底面的净反力

$$p=\frac{\sum F}{L}=\frac{960+1754+1740+554}{16.7}=300\,\mathrm{KN}/m$$

3．按静力平衡条件计算内力（下图）

$$M_A = \frac{1}{2}\times 300\times 0.5^2 = 38\text{KN}\cdot m$$

$$V_{A左} = 300\times 0.5 = 150\text{KN}$$

$$\text{V}_{\text{A右}} = 150-554 = -404$$

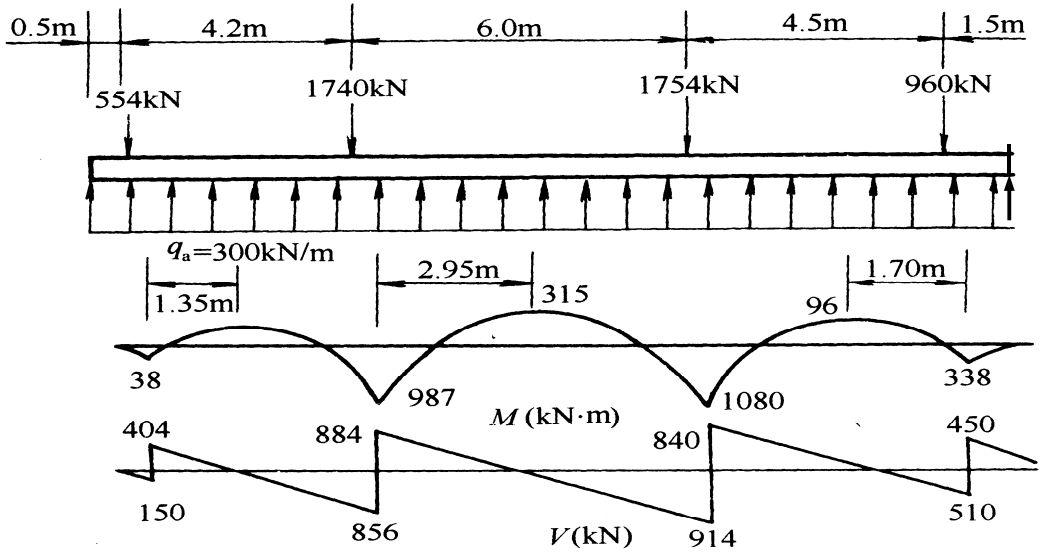
AB跨内最大负弯矩的截面至A点的距离 $a_1=\frac{554}{300}$-0.5=1.35m，则：

$$M_{\text{I}} = \frac{1}{2}\times 300\times(0.5+1.35)^2 - 554\times 1.35 = -234\text{KN}\cdot m$$

$$M_B = \frac{1}{2}\times 300\times(0.5+4.2)^2 - 554\times 4.2 = 987\text{KN}\cdot m$$

$$V_{B左} = 300\times(0.5+4.2)-554 = 856\text{KN}$$

$$\text{V}_{\text{B右}} = 856-1740 = -884\text{KN}$$



例题 3－1

一框架—剪力墙结构，某榀框架的首层柱网及 ±0.00 标高处的荷载标准值如图 3－9 所示，首层柱截面 800 mm×800 mm，室内外高差 300 mm，室内地面标高 ±0.00，室外地面标高 －0.30 m，建设地点的标准冻深 2.0 m，场地的岩土条件见图 3－10。试设计该柱下的单向条形基础。

解 （1）荷载标准值汇总

总竖向荷载标准值

$$\sum N_{ki} = (3\,600 + 6\,800 + 7\,200 + 5\,400)\ \text{kN} = 23\,000\ \text{kN}$$

总竖向荷载标准值距 D 轴的距离

$$e_N = \frac{7\,200 \times 8.1 + 6\,800 \times (7.5 + 8.1) + 3\,600 \times (6.6 + 7.5 + 8.1)}{23\,000}\ \text{m} = 10.62\ \text{m}$$

总弯矩标准

$$\sum M_{ki} = (218 + 189 + 200 + 240)\ \text{kN} \cdot \text{m} = 847\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

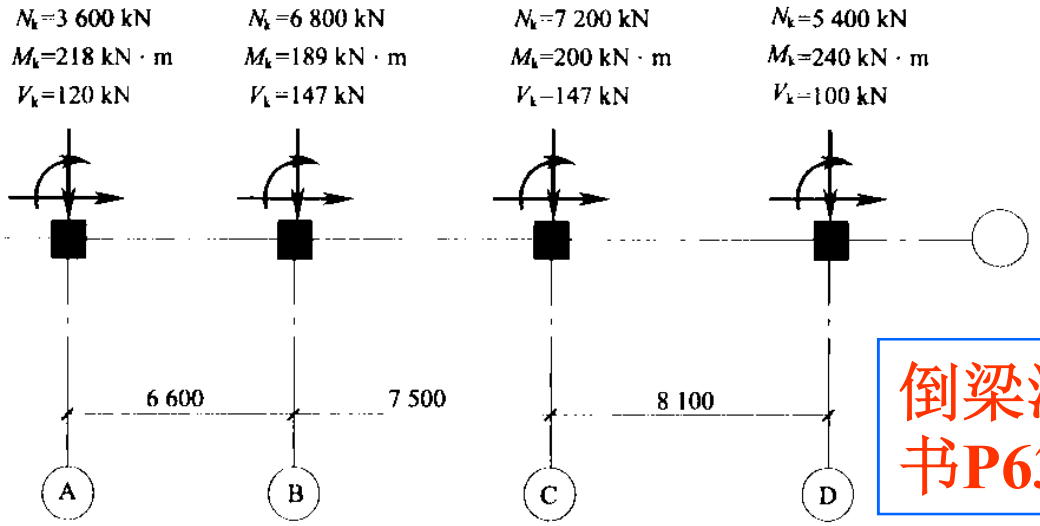


图 3－9　例题 3－1 框架的首层柱网及 ±0.00 标高处的荷载标准值

课程设计

倒梁法例题，见书P63-71例题3-1

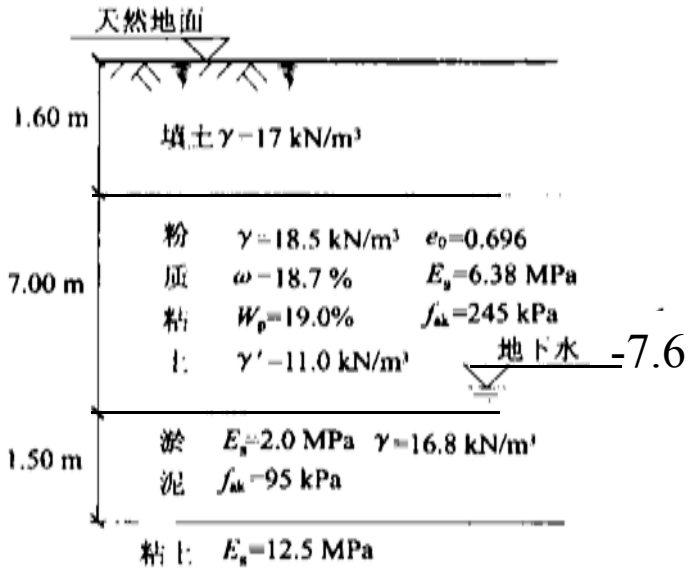


图 3－10　例题 3－1 场地的工程地质剖面图

总水平荷载准值

$$\sum V_{ki} = (120 + 147 + 147 + 100)\ \text{kN} = 514\ \text{kN}$$

汇总后，总竖向荷载标准值及总弯矩标准值及相应的作用位置见图 3－11。

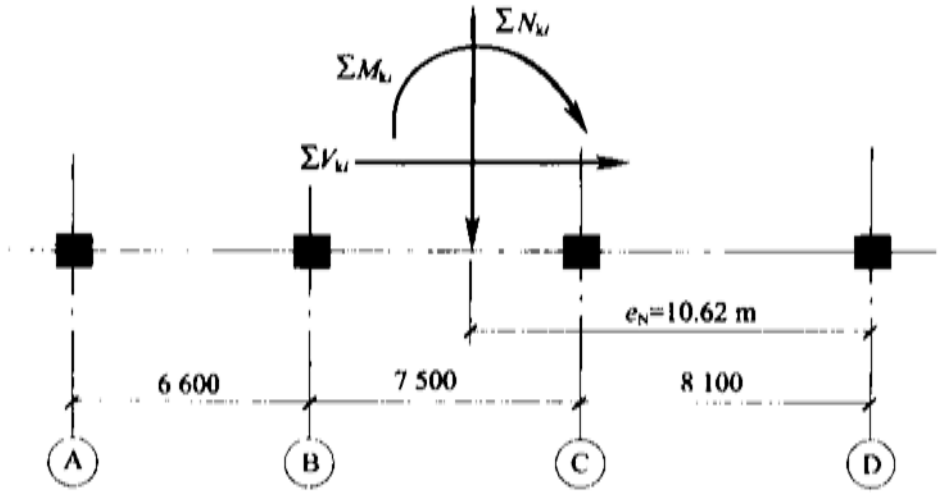


图 3－11　例题 3－1 总竖向荷载标准值、总弯矩标准值及相应的作用位置示意图

(2) 基础底面面积的确定

取基础的室外埋深 $d = 1.90$ m，(高层时，此值应大于 $H/15$)，基础长向两边悬挑长度之和取为 4.0 m。则基础总长

$$L = (6.6 + 7.5 + 8.1 + 4.0)\ \text{m} = 26.20\ \text{m}$$

基础底面以上土的加权平均重度

$$\gamma_m = \frac{\sum \gamma_i}{\sum h_i} = \frac{17 \times 1.6 + 18.5 \times 0.3}{1.6 + 0.3}\ \text{kN/m}^3 = 17.24\ \text{kN/m}^3$$

查《地基规范》可得地基承载力的埋深、宽度修正系数。粘性土：$\eta_d = 1.6$，$\eta_b = 0.3$；淤泥：$\eta_d = 1.0$。

持力层经深度修正后的地基承载力特征值

$$f_a = f_{ak} + \eta_d \gamma_m (d - 0.5\ \text{m}) = [245 + 1.6 \times 17.24 \times (1.9 - 0.5)]\ \text{kPa} = 278.62\ \text{kPa}$$

所需的基础底面宽度

$$b \geqslant \frac{\sum N}{(f - 20d)L} = \frac{23\,000}{(278.62 - 20 \times 2.05) \times 26.2}\ \text{m} = 3.694\ \text{m}$$

取 $b = 3.65$ m。

持力层经深度、宽度修正后的地基承载力特征值

$$\begin{aligned} f_a &= f_{ak} + \eta_d \gamma_m (d - 0.5\ \text{m}) + \eta_b \gamma (b - 3) \\ &= [278.62 + 0.3 \times 18.5 \times (3.65 - 3)]\ \text{kPa} \\ &= 282.22\ \text{kPa} \end{aligned}$$

基础自重标准值

$$G_k = 20Ad = 20 \times 3.65 \times 26.2 \times 2.05\ \text{kN} = 3\,920.83\ \text{kN}$$

基础底面总竖向力标准值

$$\sum N_{ki} + G_k = (23\,000 + 3\,920.83)\ \text{kN} = 26\,920.83\ \text{kN}$$

基础底面总弯矩标准值

$$M_k = \sum M_{ki} + d \sum V_k = (847 + 514 \times 2.2)\ \text{kN} \cdot \text{m} = 1\,977.8\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

3.3.2 柱下条基的计算

为使计算简化，可取 $\sum N_k + G_k$ 的作用点与基底形心重合，即将 $\sum N_k + G_k$ 偏移至图 3－12 中的 a 点，则

$$e_{N+G} = \frac{1\,977.8}{26\,920.83}\ \text{m} = 0.073\ \text{m}$$

由此得

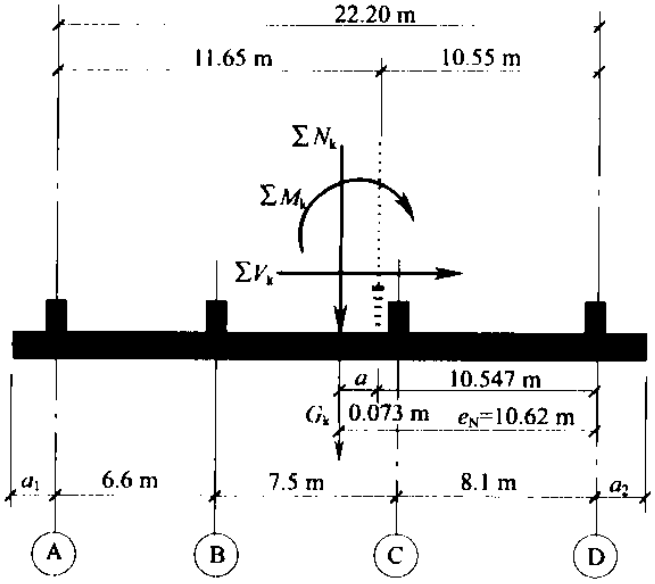
$$a_1 = \left(\frac{26.2}{2} - 11.65\right)\ \text{m} = 1.45\ \text{m}$$

$$a_2 = \left(\frac{26.2}{2} - 10.55\right)\ \text{m} = 2.55\ \text{m}$$

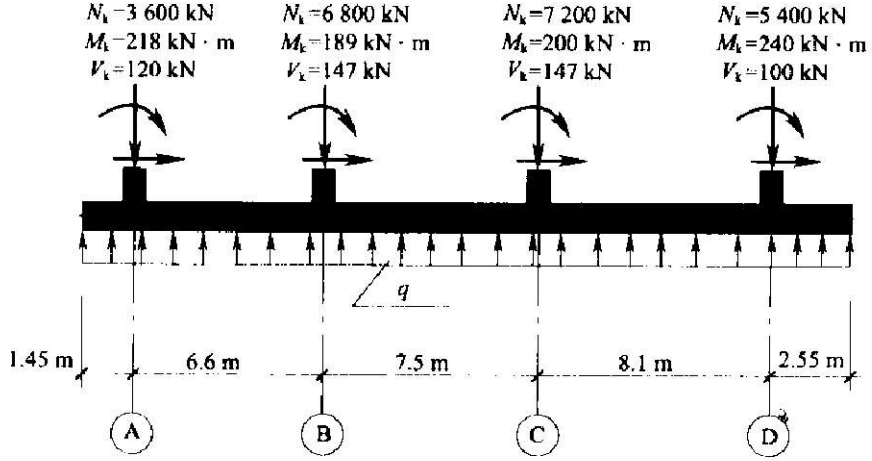
此时，基底形心与上部结构合力作用点完全重合，基底反力均匀分布（图 3－13）；在上部结构荷载标准效应组合作用下，基底压力为

$$P_k = \frac{26\,920.83}{3.65 \times 26.2}\ \text{kPa} = 281.51\ \text{kPa}$$

$P_k < f_a$（f_a=282.22kPa），满足承载力要求



例题 3－1 总弯矩标准值为零时总竖向荷载标准值及相应的作用位置示意图



例题 3－1 基底形心与上部结构合力作用点完全重合时，基底反力上部结构荷载示意图

（3）软弱下卧层验算

$$p_k = 281.51\ \text{kPa}$$

$$p_c = (17 \times 1.6 + 18.5 \times 0.3)\ \text{kPa} = 32.75\ \text{kPa}$$

$$p_k - p_c = (281.51 - 32.75)\ \text{kPa} = 248.76\ \text{kPa}$$

$$p_{cz} = (17 \times 1.6 + 18.5 \times 6 + 11 \times 1)\ \text{kPa} = 149.2\ \text{kPa}$$

$\frac{E_{s1}}{E_{s2}} = \frac{6.4}{2.0} = 3.2$，$\frac{z}{b} = \frac{6.7}{3.65} = 1.84$，查《地基规范》得 $\theta = 23°$。 ⟶ 查P44表2-4

$$p_z = \frac{bL(p_k - p_c)}{(L + 2z\tan\theta) \times (b + 2z\tan\theta)}$$

$$= \frac{3.65 \times 26.2 \times 248.76}{(26.2 + 2 \times 6.7 \times \tan 23°) \times (3.65 + 2 \times 6.7 \times \tan 23°)}\ \text{kPa}$$

$$= 79.89\ \text{kPa}$$

$$f_{az} = f_{ak} + \eta_d \gamma_m (d - 0.5\ \text{m}) = \left[95 + 1.0 \times \frac{149.2}{1.9 + 6.7} \times (1.9 + 6.7 - 0.5)\right]\ \text{kPa}$$

$$= (95 + 140.53)\ \text{kPa} = 235.52\ \text{kPa}$$

$$p_z + p_{cz} = (79.89 + 149.2)\ \text{kPa} = 229.09\ \text{kPa} < f_{az} = 235.52\ \text{kPa}$$

满足承载力要求。

（4）基础设计

① 基础尺寸

按倒梁法计算（图 3－14），基础梁高度应为 $h = \left(\frac{1}{4} \sim \frac{1}{8}\right)L_i$，取 $h = 1\ 700$，$\frac{h}{L} = \frac{1.7}{8.1} = \frac{1}{4.76}$，满足要求。

本命题中，柱宽 $b=800$ mm，取 $b_1=b+2\times50$ mm $=900$ mm，作用在基础梁上的线荷载设计值

$$q=p_j b=1.35\times\frac{23\,000}{3.65\times26.2}\times3.65\ \text{kPa}=1\,185\ \text{kPa}$$

其中的1.35为《地基规范》按简化原则取用的荷载分项系数

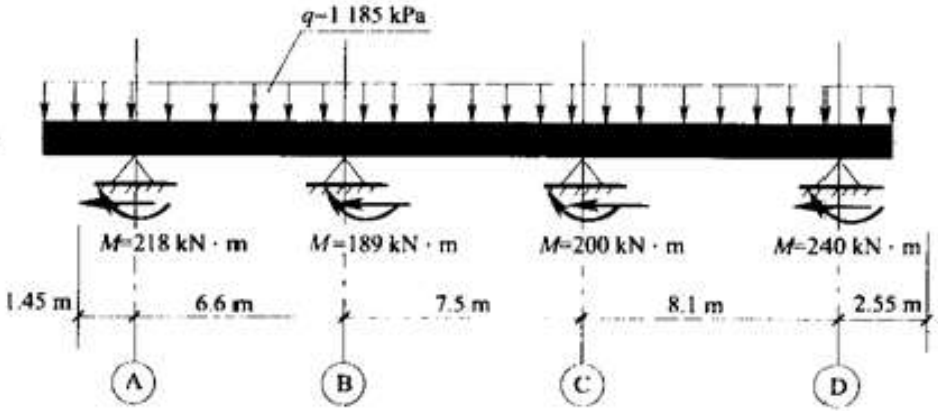


图3-14 例题3-1倒梁法计算简图

利用结构力学的计算方法得其弯矩如图3-15所示。

② 支座反力与对应柱的轴向力校核及计算弯矩值的调整

A轴柱：$\Delta_1=\dfrac{3\,723-3\,600}{3\,600}=3.42\%$

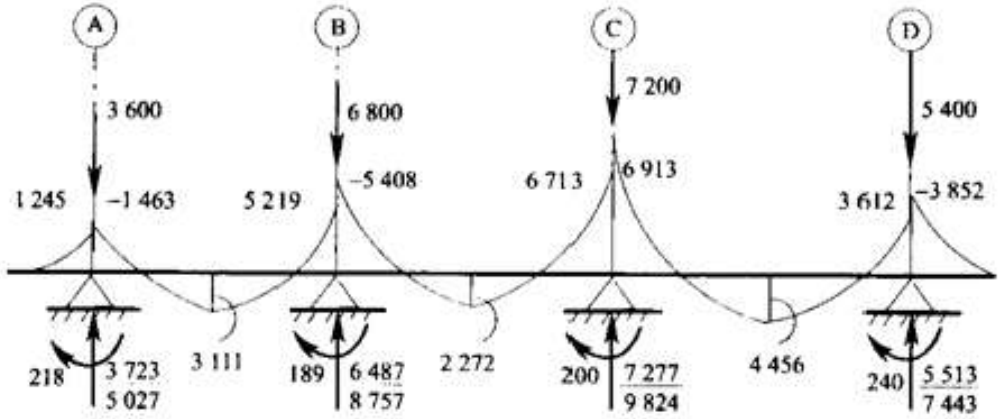


图3-15 例题3-1基础梁的弯矩及支座反力图

图中标出的为梁支座和跨中弯矩设计值；横线上的数字为支座反力标准值，横线下的数字为支座反力设计值。

3.3.2 柱下条基的计算

B 轴柱：$\Delta_B = \dfrac{6\,487 - 6\,800}{6\,800} = -4.60\%$

C 轴柱：$\Delta_C = \dfrac{7\,277 - 7\,200}{7\,200} = 1.07\%$

D 轴柱：$\Delta_D = \dfrac{5\,513 - 5\,400}{5\,400} = 2.09\%$

设计时，如果相对误差超过 ±20%，则需按下述简图（图 3－16）及方法进行反力调整：

$$q_A = \frac{N_A - R_A}{a_1 + \frac{1}{3}L_{AB}}$$

$$q_B = \frac{N_B - R_B}{\frac{1}{3}(L_{AB} + L_{BC})}$$

$$q_C = \frac{N_C - R_C}{\frac{1}{3}(L_{BC} + L_{CD})}$$

$$q_D = \frac{N_D - R_D}{a_2 + \frac{1}{3}L_{CD}}$$

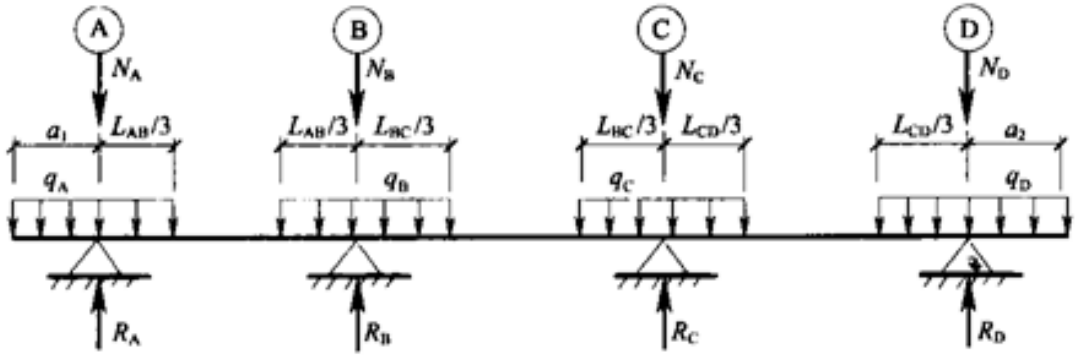


图 3－16　例题 3－1 支座反力计算值与对应柱的轴力值相对误差超过 ±20% 时的调整用简图

（相应的 q_i 为正值时，指向支座，负值时离开支座）

本例中，因支座反力计算值与对应柱的轴力值的相对误差不超过 ±20%，故不用调整。

由弯矩图求得剪力设计值，如图 3－17 所示。

跨中最大弯矩：

$$M_{AB}=\left[\frac{1}{2}\times 1\ 185\times(1.45+2.792)^2-5\ 027\times 2.792\right]\ \text{kN}\cdot\text{m}=-3\ 374\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC}=\left[\frac{1}{2}\times 1\ 185\times(1.45+6.6+3.582)^2-5\ 027\times(6.6+3.582)-8\ 757\times 3.582\right]\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$=-2\ 385\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CD}=\left[\frac{1}{2}\times 1\ 185\times(1.45+6.6+7.5+4.372)^2-5\ 027\times(6.6+7.5+4.372)\right.$$

$$\left.-8\ 757\times(7.5+4.372)-9\ 824\times 4.372\right]\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$=-4\ 617\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

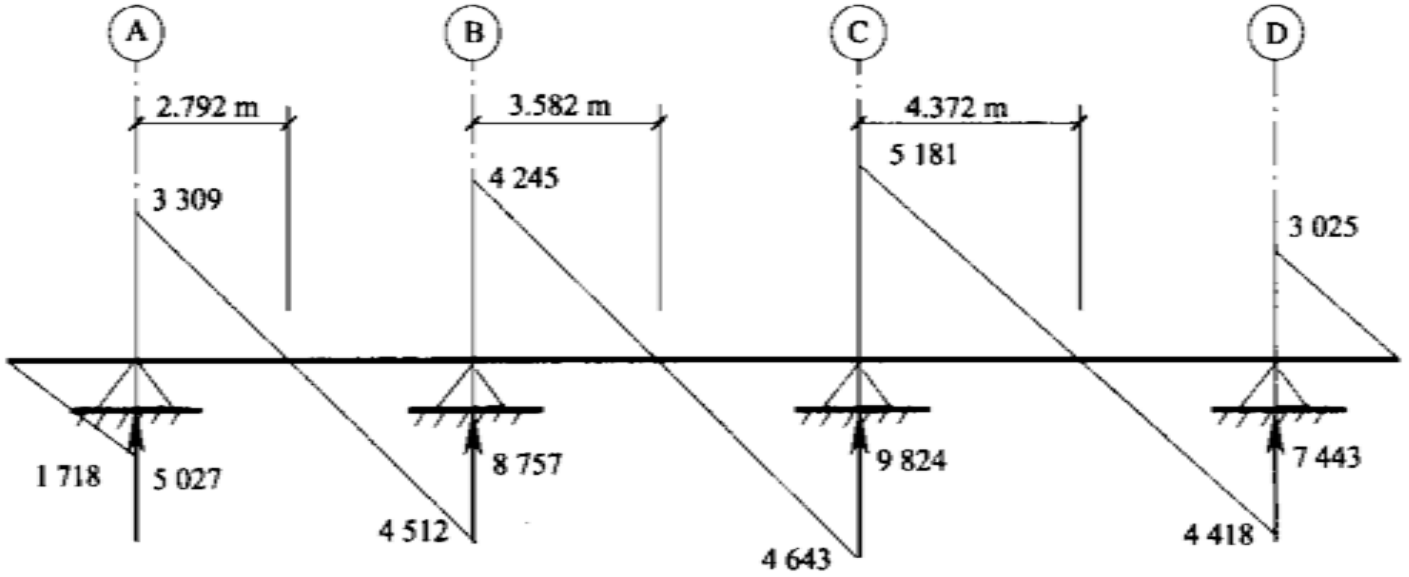


图 3－17　例题 3－1 基础梁的剪力图

据此得各控制截面的弯矩设计值、支座反力设计值，如图 3－18 所示。

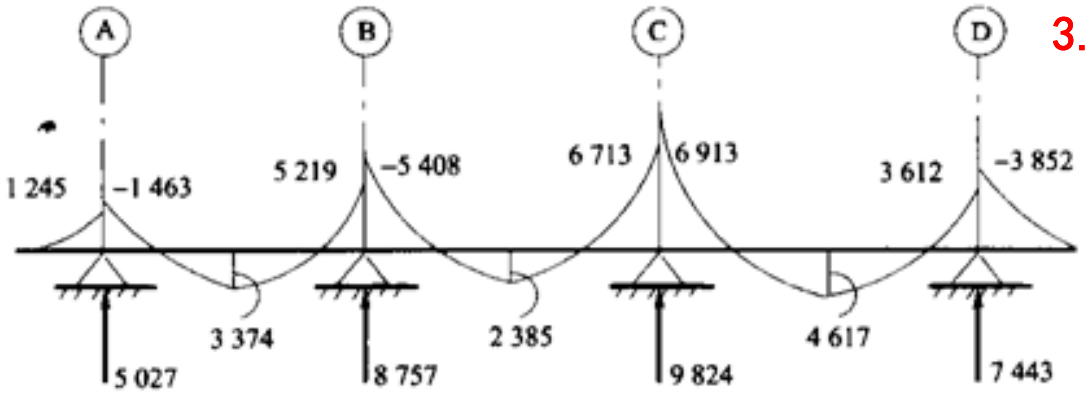


图 3－18　例题 3－1 基础梁的支座弯矩及跨中最大弯矩图

《地基规范》规定：在比较均匀的地基上，上部结构刚度较好，荷载分布较均匀，且基础梁的高度不小于 1/6 柱距时，地基反力可按直线分布，条形基础梁的内力可按连续梁计算，此时边跨跨中弯矩及第一内支座的弯矩值宜乘以系数 1.2。

因此，取支座计算弯矩为：

$$M_A = 1.2 \times 1\,463\ \text{kN} \cdot \text{m} = 1\,756\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B = 1.2 \times 5\,408\ \text{kN} \cdot \text{m} = 6\,490\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C = 1.2 \times 6\,913\ \text{kN} \cdot \text{m} = 8\,296\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_D = 1.2 \times 3\,852\ \text{kN} \cdot \text{m} = 4\,622\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

B、C 为第一内支座，A、D 为边支座，此处，边支座也宜增大。

跨中：

$$M_{AB} = 1.2 \times 3\,374\ \text{kN} \cdot \text{m} = 4\,049\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{BC} = 2\,385\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{CD} = 1.2 \times 4\,617\ \text{kN} \cdot \text{m} = 5\,540\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

③ 配筋计算

以 C 支座截面为例（其他略）。

采用 C40 混凝土，HRB335 级钢筋，$a_s = 120$，$h_0 = (1\,700 - 120)\ \text{mm} = 1\,580\ \text{mm}$。

抗弯计算：

$M_C = 8\ 296\ \text{kN}\cdot\text{m}, V_C = 5\ 181\ \text{kN}$

$$\alpha_s = \frac{M}{bh_0^2 f_c} = \frac{8\ 296 \times 10^6}{900 \times 1\ 580^2 \times 19.1} = 0.193$$

$$\gamma_s = \frac{1 + \sqrt{1 - 2\alpha_s}}{2} = 0.891$$

$$A_s = \frac{M}{\gamma_s h_0 f_y} = \frac{8\ 296 \times 10^6}{0.891 \times 1\ 580 \times 300}\ \text{mm}^2 = 19\ 643\ \text{mm}^2$$

取 24 Φ32，$A_s = 24 \times 804.3\ \text{mm}^2 = 19\ 303\ \text{mm}^2$，$\Delta = \frac{19\ 303 - 19\ 643}{19\ 643} \times 100\% = -1.7\% < \pm 5\%$

抗剪计算：

截面限制条件：

$0.25\beta_c bh_0 f_c = 0.25 \times 1.0 \times 900 \times 1\ 580 \times 19.1\ \text{N} = 6\ 790\ 050\ \text{N} > V_C = 5\ 181 \times 10^3\ \text{N}$

箍筋采用 HRB335 级钢筋，采用 6 肢箍 Φ14，则 $A_{sv} = 6 \times 153.9\ \text{mm}^2 = 923.4\ \text{mm}^2$。

当箍筋间距为 150 mm 时，抗剪承载力为

$$V_{cs} = 0.7bh_0 f_t + 1.25 \times \frac{A_{sv}}{S} h_0 f_{yv}$$

$$= \left(0.7 \times 900 \times 1\ 580 \times 1.71 + 1.25 \times \frac{923.4}{150} \times 1\ 580 \times 300\right)\ \text{N}$$

$$= 5\ 349\ 564\ \text{N} = 5\ 350\ \text{kN} > V_C = 5\ 181\ \text{kN}$$

④ 底板抗弯计算

尺寸：见图 3－19。

基底净反力设计值：$$p_j = \frac{1\ 185}{3.65}\ \text{kPa} = 296\ \text{kPa}$$

计算截面弯矩设计值：$$M = \frac{1}{2}p_j l^2 = \frac{1}{2} \times 296 \times 1.375^2\ \text{kN} \cdot \text{m} = 279.81\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

截面有效高度：$$h_0 = h - a_s = (450 - 50)\ \text{mm} = 400\ \text{mm}$$

采用 HRB335(20MnSi)级钢筋：

$$\alpha_s = \frac{M}{bh_0^2 f_c} = \frac{279.81 \times 10^6}{1\ 000 \times 400^2 \times 19.1} = 0.092$$

$$\gamma_s = \frac{1 + \sqrt{1 - 2\alpha_s}}{2} = 0.951$$

$$A_s = \frac{M}{\gamma_s h_0 f_y} = \frac{279.82 \times 10^6}{0.951 \times 400 \times 300}\ \text{mm}^2 = 2\ 452\ \text{mm}^2$$

取 Φ22@150，$A_s = \frac{1\ 100}{150} \times 380.1\ \text{mm}^2 = 2\ 534\ \text{mm}^2$。

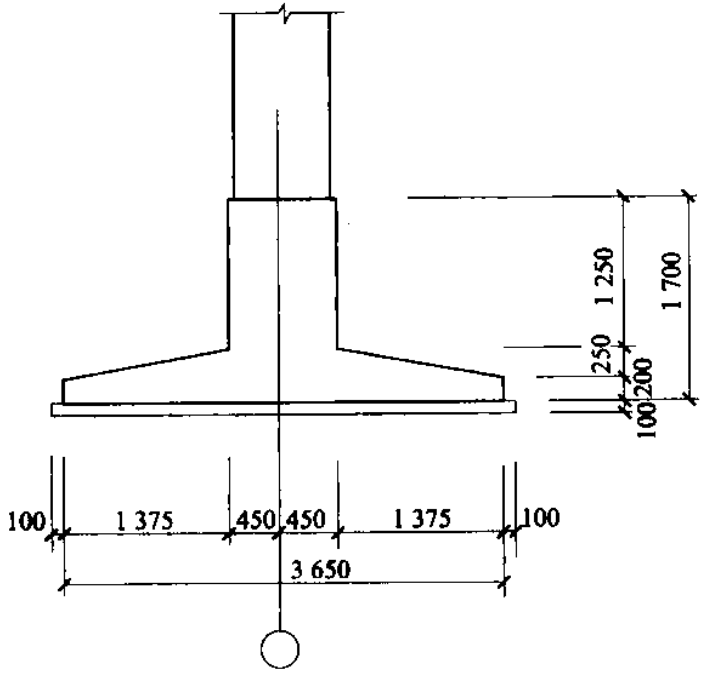


图 3－19　例题 3－1 基础梁剖面图

⑤ 腹板构造腰筋

GB 50010—2002《混凝土结构设计规范》规定：单侧构造腰筋截面面积不小于腹板面积 bh_w 的0.1%，间距不宜大于200 mm，在1 250 mm范围内，按5层布置，则单根截面面积

$$A_{st} = \frac{1\,125}{5}\ \text{mm}^2 = 225\ \text{mm}^2$$

取1Φ18，$A_s = 254.5\ \text{mm}^2$。

配筋见图3－20，其他截面略。

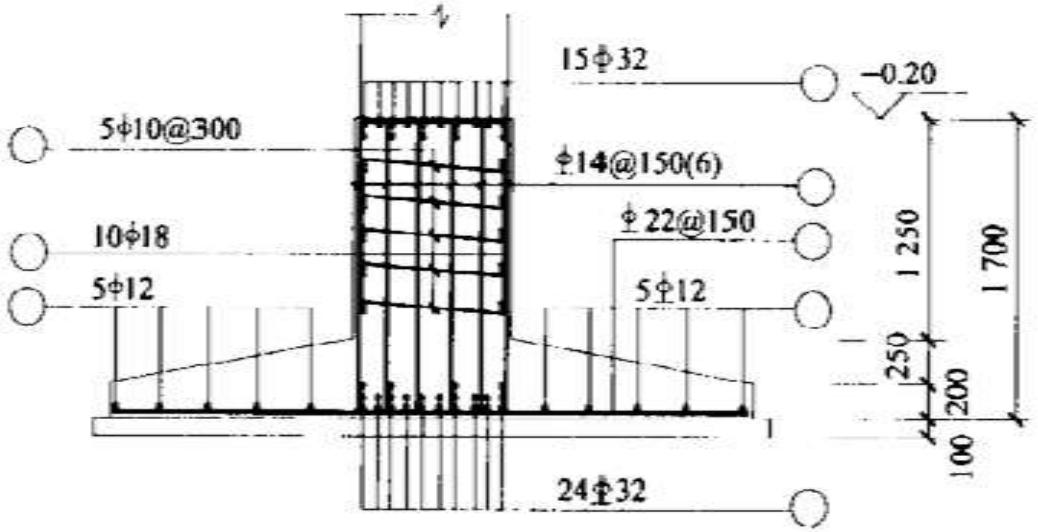
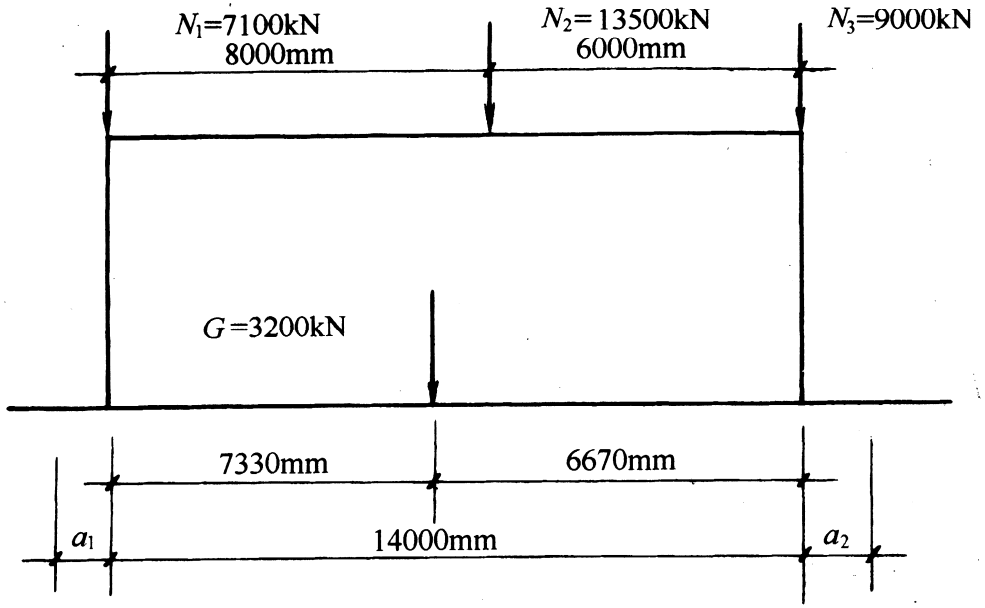


图3－20　例题3－1 C支座截面配筋图

例题:箱形基础底面尺寸的确定

条件：有一箱形基础，已知沿长度方向，荷载效应准永久组合与基础平面形心重合，宽度方向，竖向准永久组合与基底形心之间有偏心，现取一个柱距，上部结构传到地下室顶板的荷载大小和位置，以及地下室自重的大小和位置见下图---箱形基础受力图 :要求：当a_1=0时，确定 a_2 的取值范围。



解：

取地下室总宽为h，长度方向为单位长度，则 A＝1×h＝h

$$\overline{w}=\frac{1h^2}{6}=\frac{1}{6}h^2$$

根据《规范》式（8.4.2)，要求偏心距 $e\le 0.1\frac{\overline{w}}{A}=0.1\frac{\frac{h^2}{6}}{h}=0.0167h$

上部结构和地下室荷载的合力

$$R=\sum N_i+G=7100+13500+9000+3200=32800kN$$

合力R到左边 N_1 作用点的距离为x

$$32800x=13500\times 8000+9000\times 14000+3200\times 7330.$$

得 x=7849

基底总宽 $h=a_1+14000mm+a_2$ ，因 $a_1=0$ ，故 $h=14000mm+a_2$

第一种情况，合力在形心左侧，则

$$\frac{h}{2}=7849+e=7849+0.0167h$$

$$h=16240mm$$

a_2 ＝ $h-14000$ =16240一14000＝2240mm

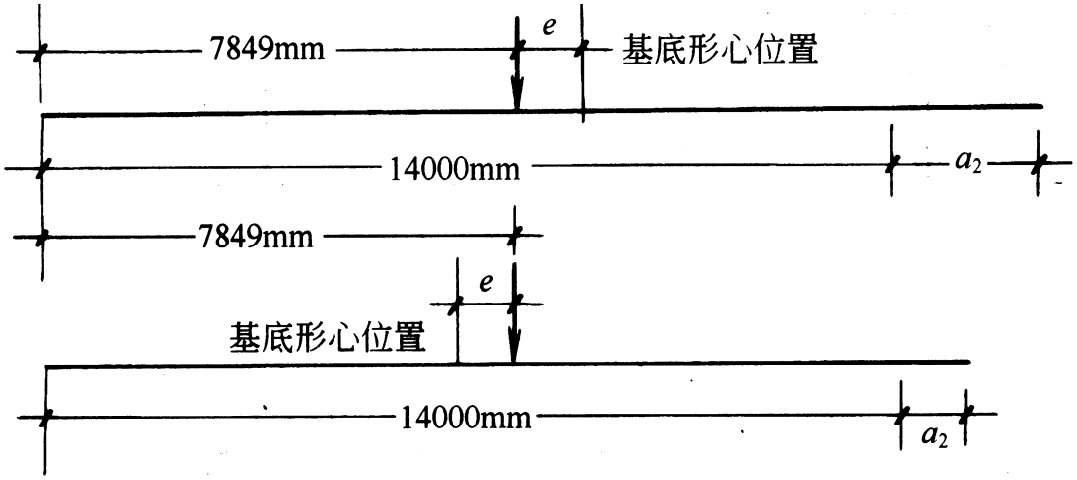
第二种情况，合力在形心右侧，则

$$\frac{h}{2} = 7849 - e = 7849 - 0.0167h$$

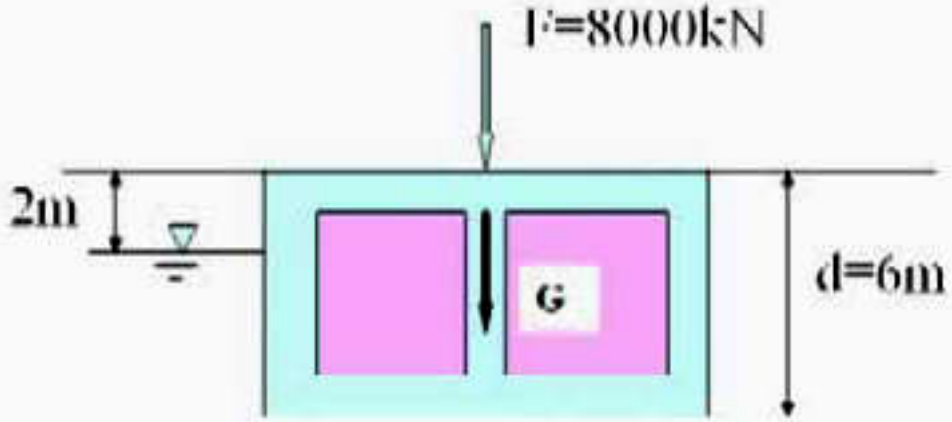
$$h = 15190mm$$

$$a_2 = h - 14000 \quad = 15190\text{-}14000 = 1190\text{mm}$$

当 a_2 在1.19m～2.24m范围内，可以满足 $e \le 0.1\frac{\overline{w}}{A}$ 的规定。



例题：某箱形基础的基底尺寸A=100m²，基础自重为3600kN，地基情况如下。试评价该基础的补偿程度。



$\gamma = 18kN/m^3$　$\gamma_{sat} = 20kN/m^3$

$E_s = 5MPa$

解：

$$p=\frac{F+G-G'}{A}=\frac{8000+3600-4\times100\times10}{100}=76kPa$$

$$\sigma_c=\gamma\ d=18\times2+10\times4=76kPa$$

$$p=\sigma_c$$

$$p_0=p-\sigma_c=76-76=0$$

G——基础受到的浮力。　　P--已扣除水浮力。

$p=\sigma_c$　全补偿

作　业

3.1 柱下条形基础的适用范围是什么?

3.2 文克勒地基上梁的挠曲线微分方程是怎样建立的?

3.3 柱下十字交叉梁基础节点荷载怎样分配，为什么要进行调整?

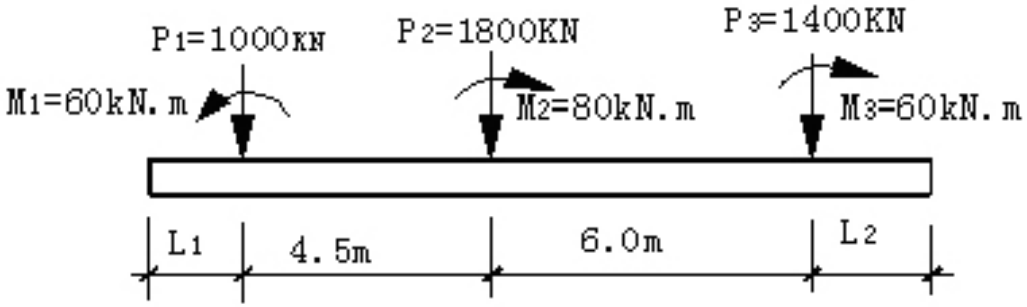
3.4 何谓筏形基础，适用于什么范围?计算上与前述的柱下独立基础、柱下条形基础有何不同?

3.5 什么是箱形基础，适用于什么条件?与前述的独立基础、条形基础相比有何特点?

作业**3-2** 以上简答**3.1---3.5**

作业3-3 P92书上习题3-10

图示一柱下条形基础，所受外荷载大小及位置如图示，地基为均质粘性土，地基承载力特征值f_{ak}=160kPa，土的重度γ=19kN/m^3，基础埋深为2m，试确定基础底面尺寸；翼缘的高度及配筋；并用倒梁法计算基础的纵向内力(材料、图中的L1、L2及截面尺寸自定)。



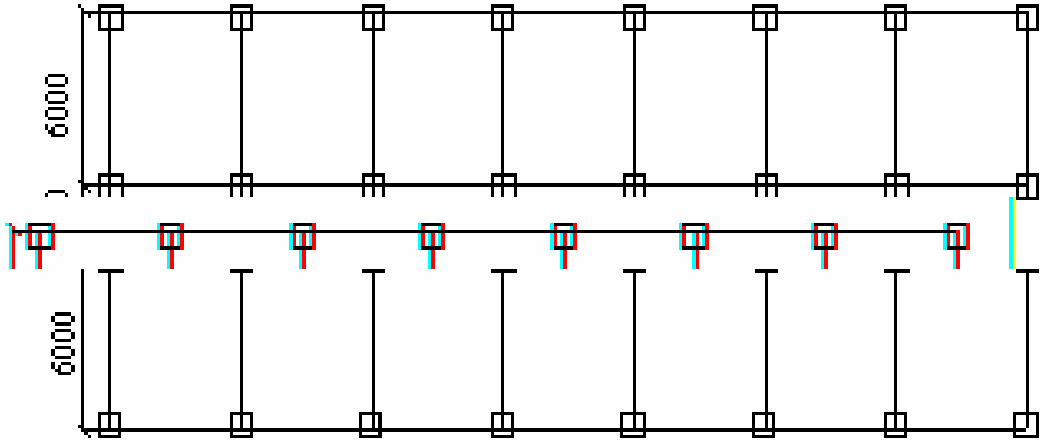
作业3-4 P92书上习题3-12，采用Winkler地基上梁的方法计算上题中P2点的竖向位移，梁的弯矩即剪力

作业3-5 P92书上习题3-13 十字交叉梁基础

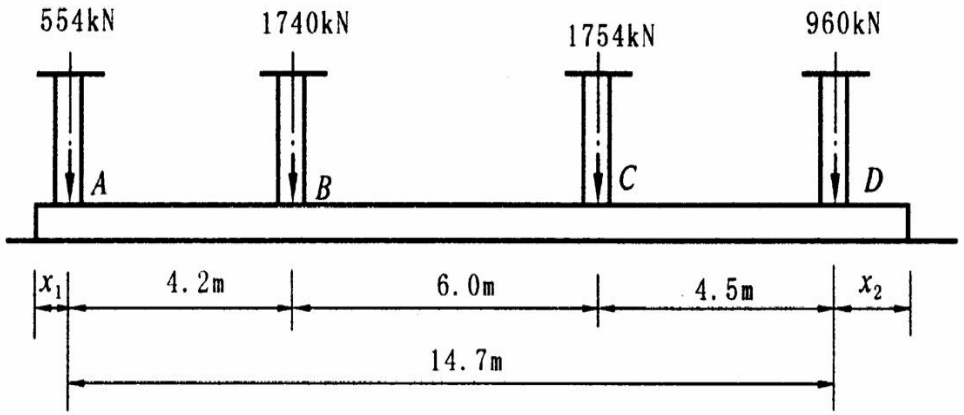
要求：只进行初步分配，不做调整。

追加作业 DEL

某建筑物采用框架结构，柱截面尺寸600mm×600mm，其刚度相对较大，柱网布置如下图。相应于荷载效应基本组合时传至基础顶面的柱荷载，中柱为820kN，边柱为780kN，地基土相对均匀，从地面至设计地面下8.9m均为粘土层，其下为密实卵石层。若基础置于设计地面标高下2.4m处，经载荷试验获得该土层的承载力特征值为228kPa，该土层的物理指标：r=18.5kN/m^3， e=0.82，液性指数I_l=0.78。若横向采用单向条形基础，试对其进行设计。



试确定下图所示条形基础的底面尺寸，并用简化方法分析内力。已知：基础埋深d=1.5m，地基承载力设计值 f_a=150kPa，其余数据见图 .



(a)

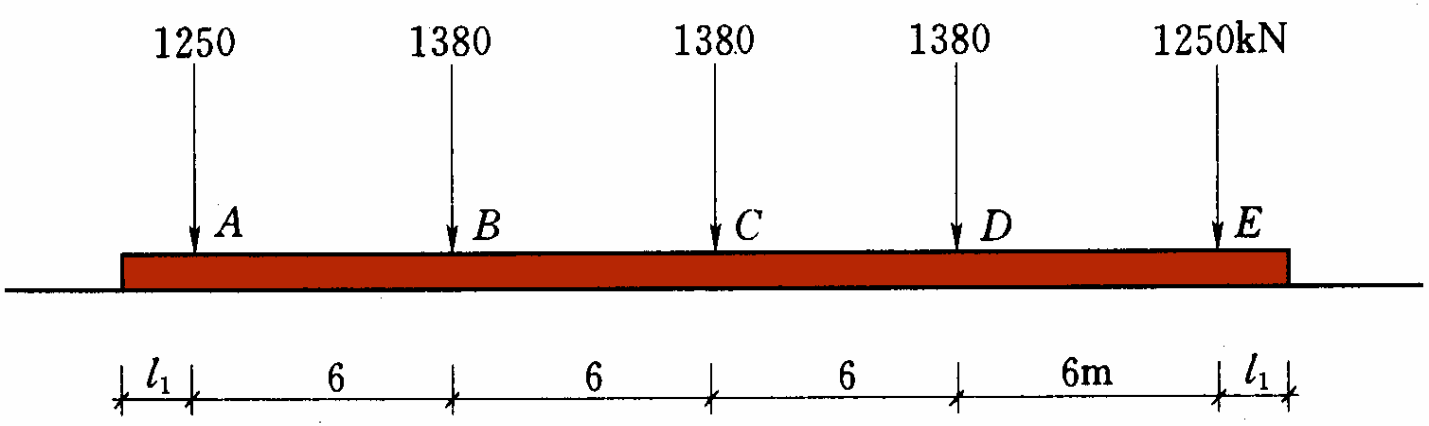
1.先确定L:设x1=?,计算x2,就可以计算L

2.计算宽度b,

3.用静力平衡法计算分析内力

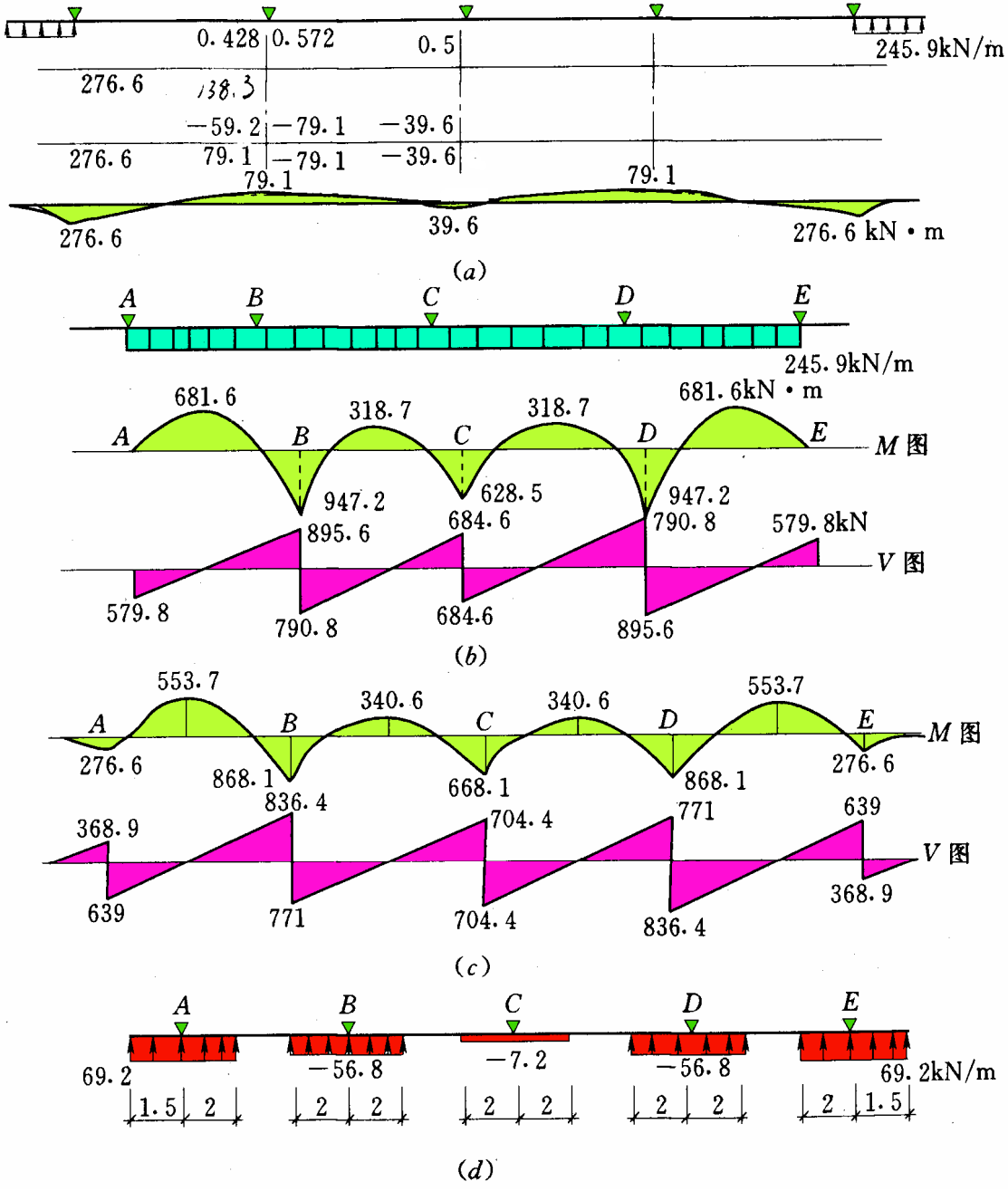
4.绘制内力图M.V

某框架结构建筑物的某柱列如图所示，欲设计单向条形基础，试用倒梁法计算基础内力。假定地基土为均匀粘土，承载力特征值为110kPa，修正系数η_b =0.3、 η_d =0.6 ，土的天然重度r=18kN/m^3。



某柱列示意图

计算过程和结果参考


0.428
0.572
0.5
245.9kN/m
276.6
138.3
−59.2
−79.1
−39.6
276.6
79.1
−79.1
−39.6
79.1
79.1
276.6
39.6
276.6 kN • m
(a)
A
B
C
D
E
245.9kN/m
681.6
318.7
318.7
681.6kN • m
M 图
947.2
628.5
947.2
895.6
684.6
790.8
579.8kN
V 图
579.8
790.8
684.6
895.6
(b)
553.7
340.6
340.6
553.7
M 图
276.6
868.1
836.4
668.1
868.1
276.6
368.9
704.4
771
639
V 图
639
771
704.4
836.4
368.9
(c)
A
B
C
D
E
69.2
−56.8
−7.2
−56.8
69.2kN/m
1.5
2
2
2
2
2
2
2
2
1.5
(d)

常规设计： 既不遵循上部结构与基础的变形协调条件,也不考虑地基与基础的相互作用，地基反力按线性分布简化计算的基础设计计算方法称为常规设计。这种方法一般用于浅基础（如扩展基础、双柱联合基础）的设计计算，同时也经常用于许多连续基础的初步设计。

文克勒地基：认为地基土的本构关系符合：地基上任一点所受的压力强度p与该点的地基沉降s成正比，即p=ks，其中k称为基床反力系数（简称基床系数）的地基称为文克勒地基。这一地基模型是由捷克工程师文克勒（Winkler）首先提出的，因此称为文克勒地基。这一假设忽略了地基土中剪应力的存在。一般认为力学性质与水相近的地基，用文克勒地基最合.

梁的特征长度**1/λ**： $\lambda=[(kb)/(4E_CI)]^{1/4}$,为地基梁挠度微分方程中的一个参数,它的大小与集中基床系数kb和梁的抗弯刚度E_CI有关.它的倒数$1/\lambda$称为梁的特征长度，特征长度越大则梁相对愈刚。所以λ是影响梁挠曲曲线形状的一个重要因素。

✓开挖基坑移去的土重，可以补偿建筑物的重量，因此基础只要有足够的埋深，就可有效降低基底附加应力，甚至使基底附加应力趋于零。（×）

✓筏基中的“倒楼盖法”是将（筏形基础）视为楼盖。