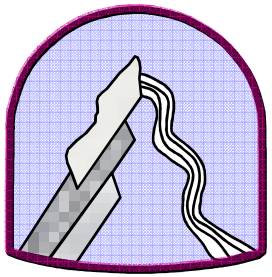
《高等土力学》之三

土的强度



第3章 土的强度

第三章 土的强度

3.1 概述
3.2 土的抗剪强度的机理
3.3 土的强度与土的物理性质
3.4 影响土的强度外部因素
3.5 土的排水与不排水强度
3.6 土的强度理论
3.7 黏性土的抗拉强度

3.1 概述

- 研究历史
  Research history
- 土的强度的特点
  Characteristics of soil strength
- 土的屈服、强度和土体破坏
  Yield, strength and soil failure of soil
- 测定土强度的试验方法
  Test method for determining soil strength

3.1.1 研究历史

1.1776年，库仑（Coulomb）公式；

$$\tau_f = c + \sigma \tan\varphi$$

2.1900年，莫尔(Mohr)；

$$\tau_f = f(\sigma_n)$$

3.土的抗剪强度τ_f是作用在其破坏面上的正应力σ_n的单值函数；

4.现代的强度理论：破坏是应力应变关系的最后状态：包括在本构关系模型之内

5.与时间有关、拉伸、断裂及孔隙水压力：水力劈裂

强度**strength**

- 材料的**强度**是指材料单元破坏时的(应力)状态。

$$f(\sigma_{ij}, k_n) = 0$$

3.1.2 土的强度的特点

1. 土是碎散颗粒的集合，颗粒之间的相互联系是一般相对薄弱的。所以土的强度主要是由颗粒间的相互作用力决定，而不是由颗粒矿物的强度本身决定的。
2. 土的破坏主要是剪切破坏，其强度主要表现为抗剪（摩擦）强度。
3. 黏聚力：颗粒间的连接—黏聚力；
   摩阻力：颗粒间摩擦作用。
4. 三相组成，固体颗粒之间的液体、气体及液、固、气间的界面对于土的强度有很大影响：孔隙水压力、吸力（毛细力）。
5. 地质历史造成土强度强烈的多变性、结构性和各向异性。
6. 土强度的这些特点体现在它受内部和外部、微观和宏观众多因素的影响，成为一个十分复杂的课题。

P137

1. 屈服与强度：

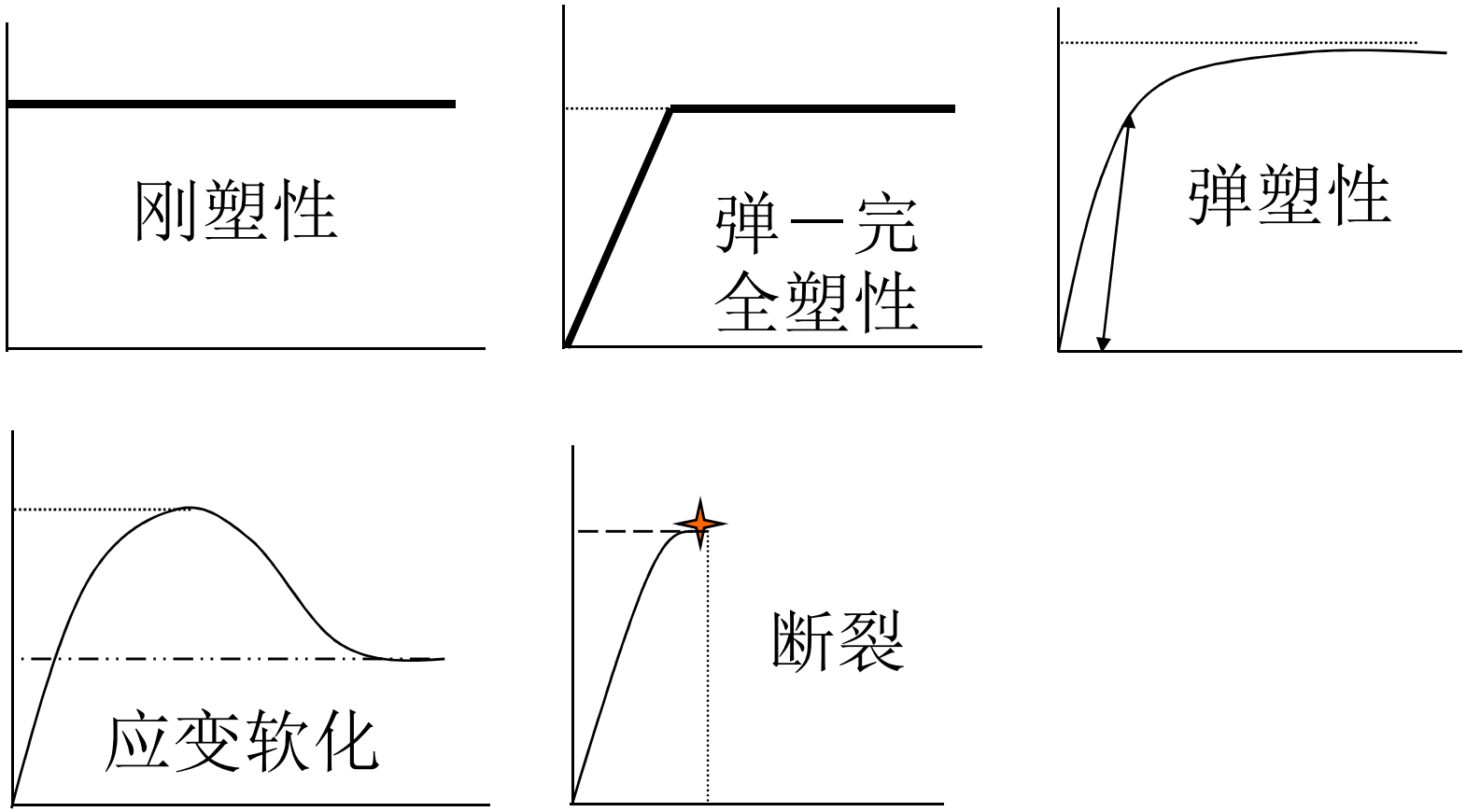


图3—1 土的几种基本本构关系模型
与应力应变关系曲线

2.土的强度和土体破坏

1) 孤立的土单元，应力状态达到强度=破坏。

2) 土达到屈服不一定达到破坏—对应于什么模型；

3）在土体中，局部土达到强度，不一定引起土体的破坏

3) 渐进破坏：软化－应力转移－过程的持续进行导致土体最后破坏

4) 崩塌、断裂-以拉伸与倾倒为主的破坏现象。

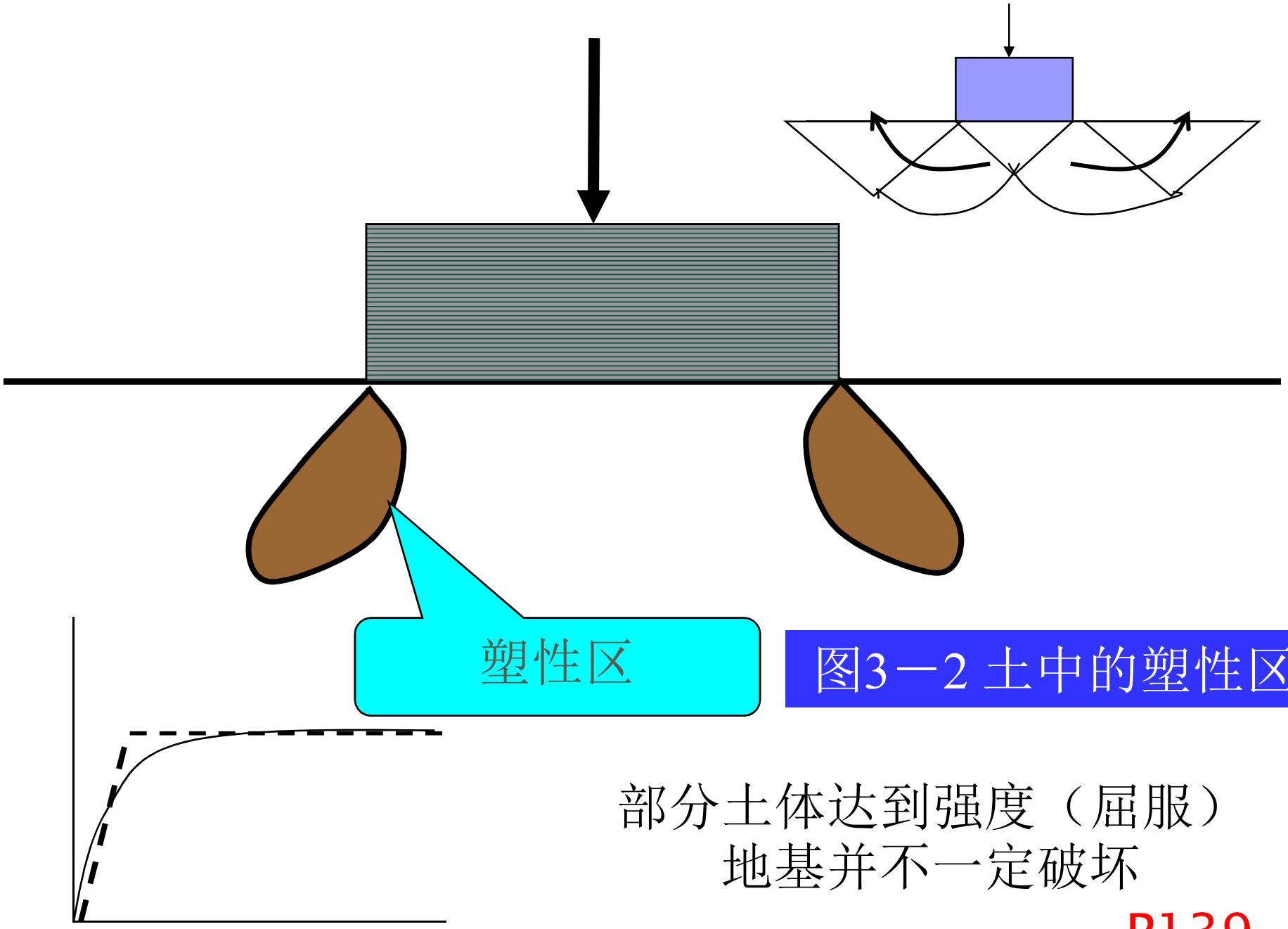
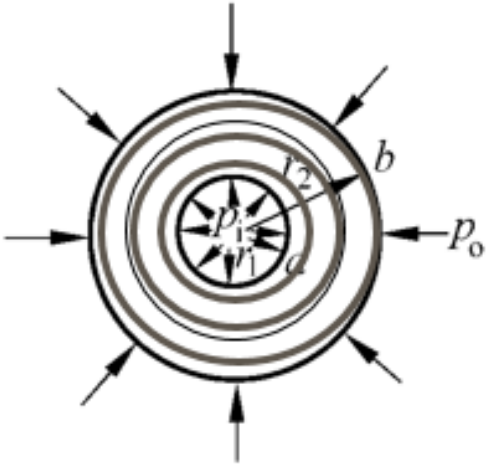


图3－2 土中的塑性区

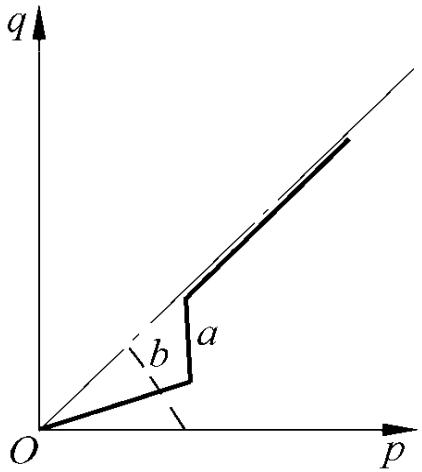
部分土体达到强度（屈服）
地基并不一定破坏

P139

厚壁筒内压破坏（内压为面力$p_i > p_0$）

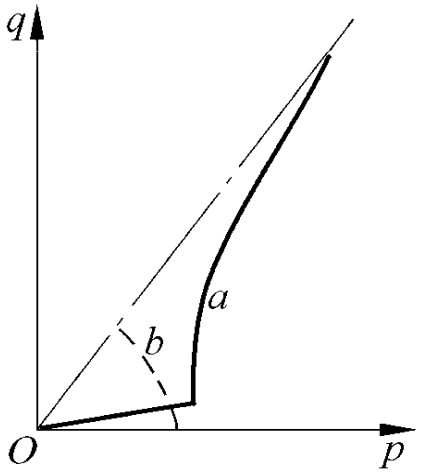


内壁点a与外壁点b必须同时达到强度线，试样才会破坏-部分土体达到强度（屈服），并不一定整体破坏。



(a)

弹－完全塑性模型计算的应力路径

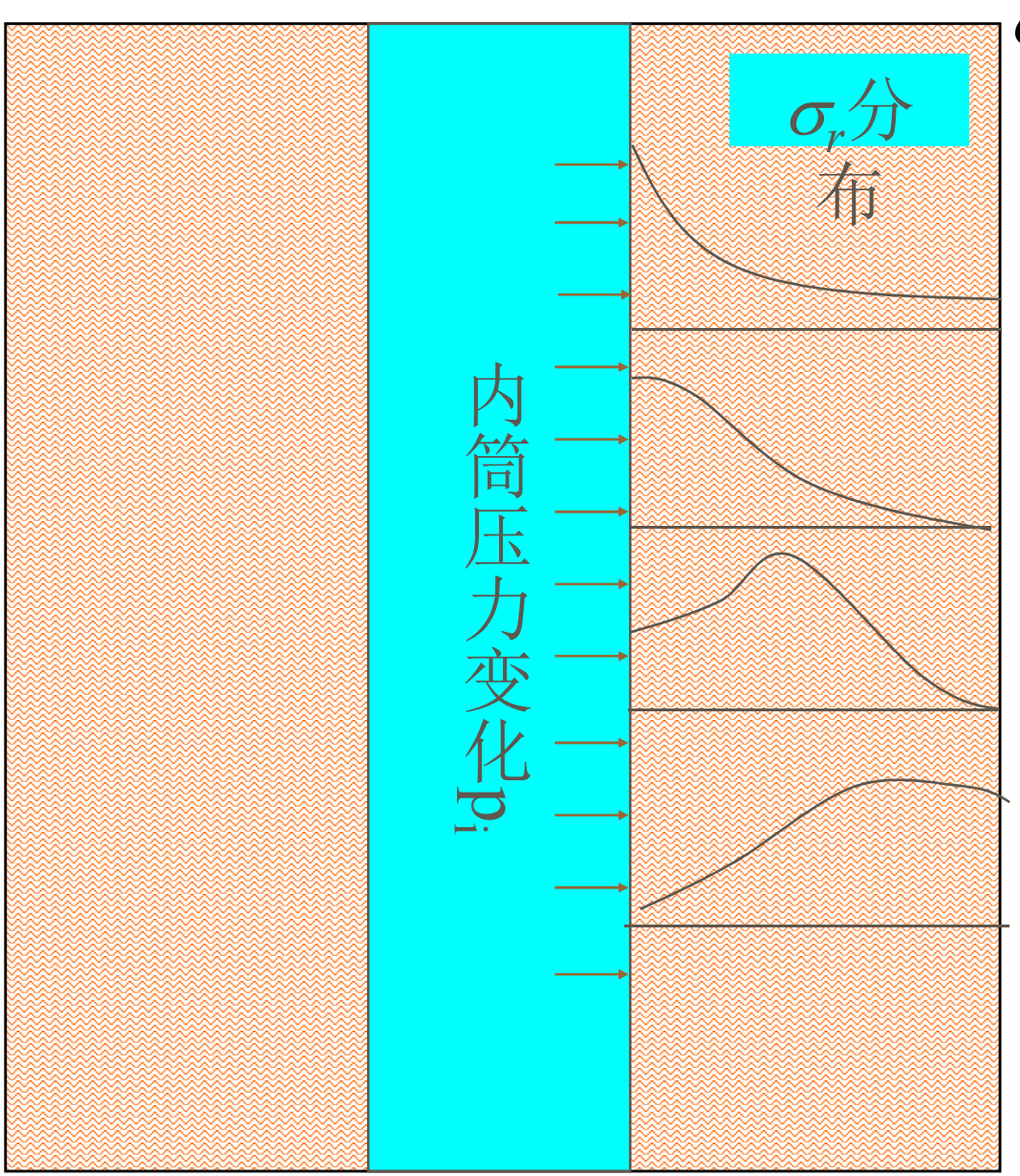


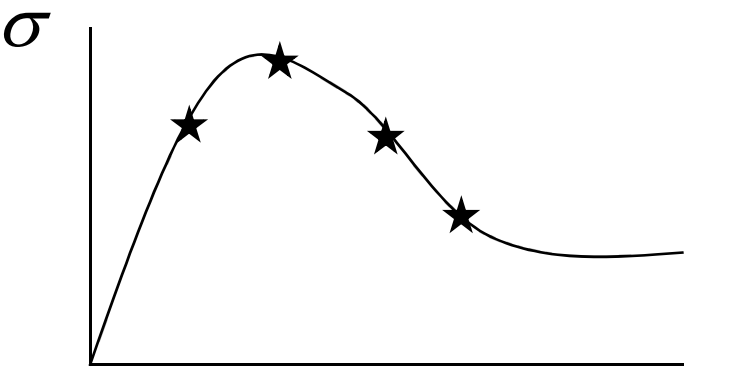
(b)

弹塑性模型计算的应力路径

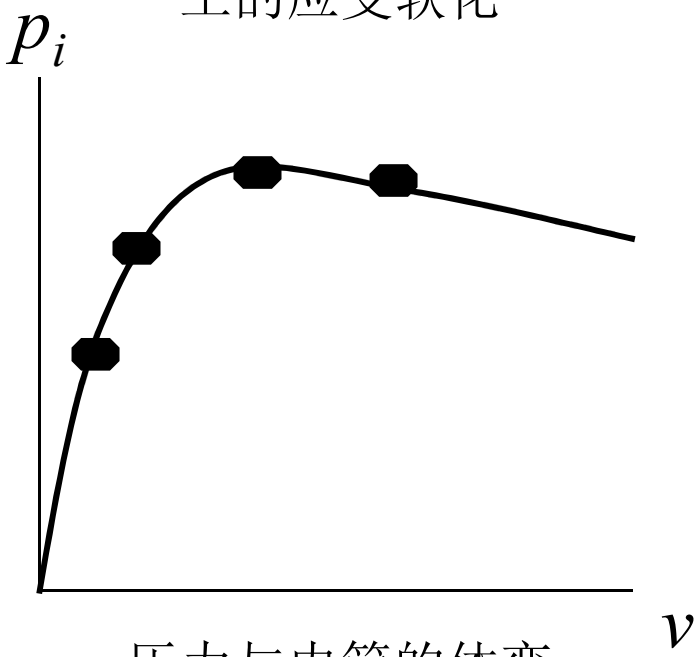
图3—3 厚壁筒内压扩张的受力与应力路径

P139





土的应变软化



压力与内筒的体变

图3—4 应变软化与厚壁筒的渐进破坏 P139

3.1.4 测定土强度的试验方法

1. 土试样破坏(强度）的判断
2. 直剪试验与三轴试验
3. 复杂应力路径试验：平面应变、真三轴、空心扭剪
4. 超静孔压与吸力的影响：排水与不排水，非饱和土三轴试验
5. 现场原位测试：十字板、旁压仪、大型原位直接剪切等。

P139

1. 土试样破坏的判断

1）破坏是应力体变过程的最后阶段，这时微小的应力增量将会引起不允许的，或者不可控制的(不能容许的）应变；

2）土的破坏主要是剪切破坏；一般不能用单一应力分量确定其强度；

3）有时用应力比和应力差判断破坏是不一致的。

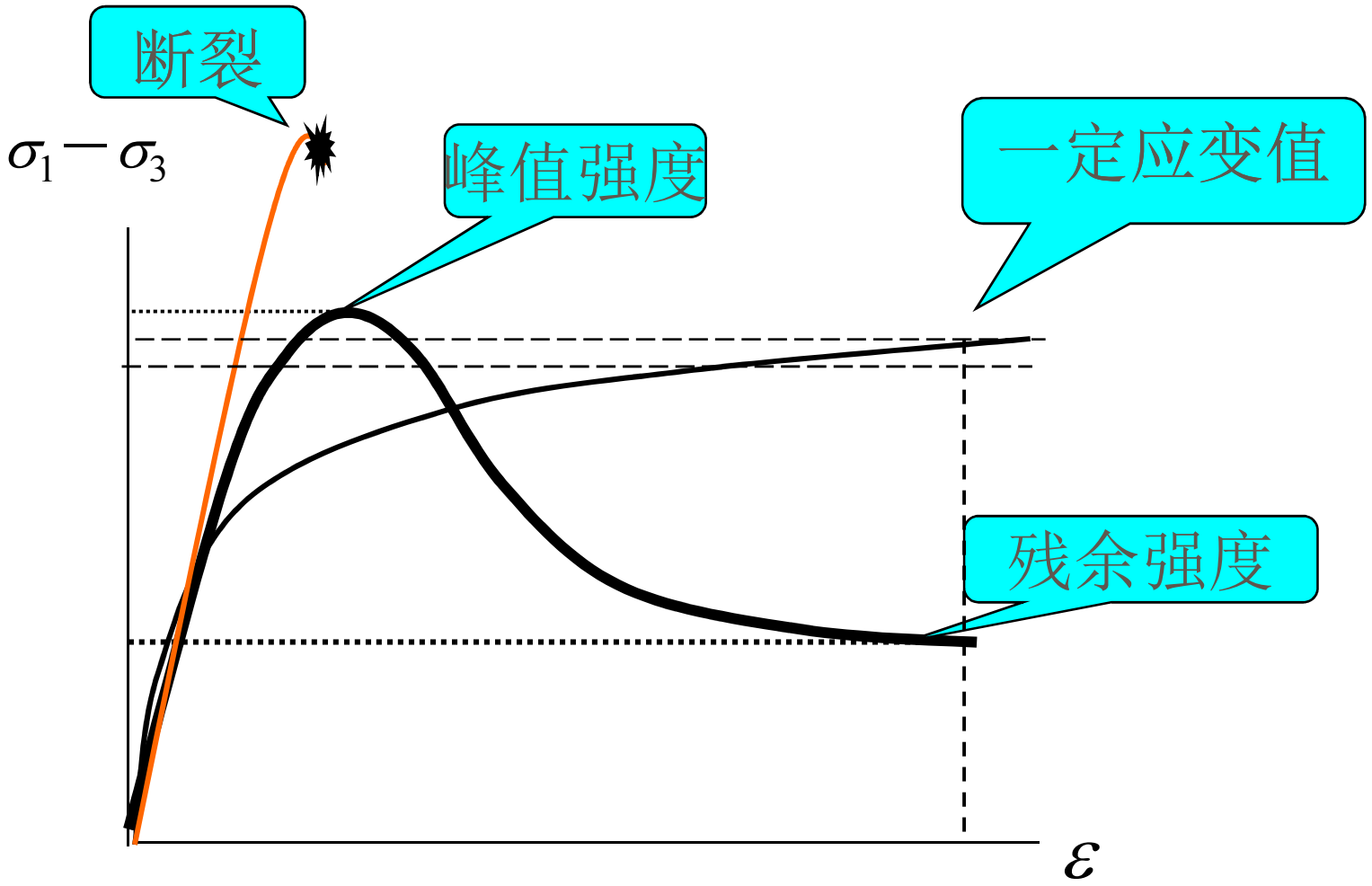


图3—5 土的几种破坏形式定义

破坏是应力变形过程的最后阶段，
这时微小的应力增量将会引起很大的，
或者不可控制(不能容许的）应变 。

P138-139

应力应变曲线　　总应力路径与有效应力路径

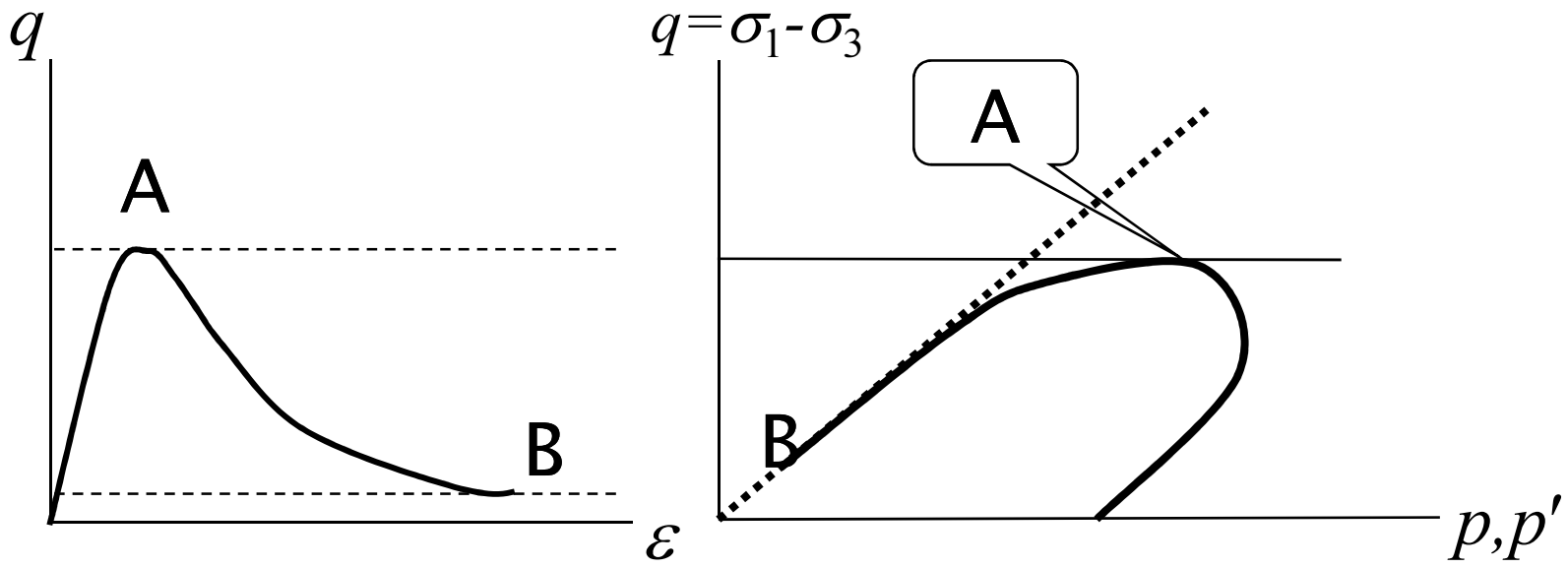


图3－6 松砂固结不排水试验(CU)

B：最大应力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_{max}$

A：最大应力差 $(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$

不同的强度确定方法

3.2 土的抗剪强度的机理

摩擦强度 $\sigma\tan\varphi$ 与黏聚（力）强度 c

一般不可能将二者截然分开。其表现形式与实际机理往往不一致，例如：

砂石土的咬合与毛细吸力—表现为（假）黏聚力

正常固结黏土强度包线过原点—（假）摩擦力

饱和黏土$\varphi_u=0$，c_u：实际存在摩擦力

$$\tau_f = c + \tan\varphi$$

P140

3.2.1 摩擦强度

1. 固体颗粒间的滑动摩擦
2. 咬合摩擦

3.2.2 黏聚力

1. 静电引力
2. 电磁引力
3. 颗粒间的胶结
4. 颗粒间接触点的化合价键
5. 表观的（假）黏聚力

3.2.1 摩擦强度

1.固体颗粒间的滑动摩擦

$$\mu = \frac{T}{N} = \tan\varphi_{\mu}$$

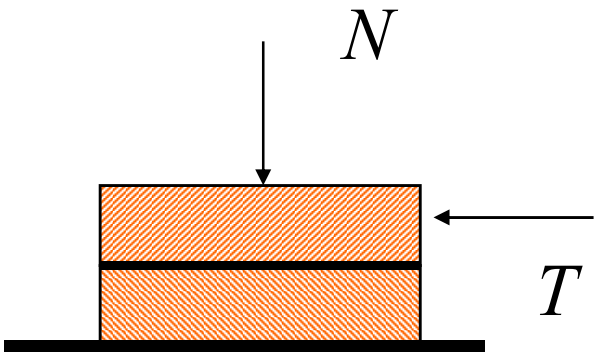


图3－7 滑动摩擦

1)固体表面的“**纯**”滑动摩擦

2)其中***N*** 正压力，

3)T 为剪切力，

4)μ为摩擦系数，

5)φ_{μ}为滑动摩擦角。

可见摩擦力T 正比于正压力***N***；两物体间摩擦阻力与物体尺寸无关。

P140

光滑表面的真实的固体表

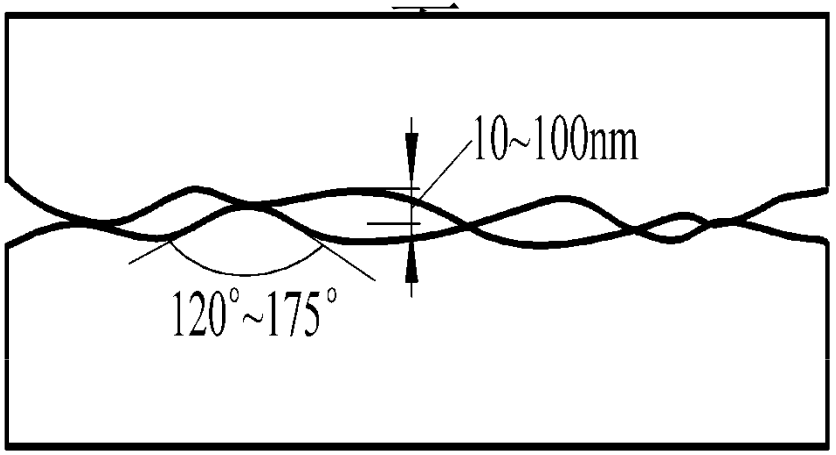


图3—8 固体接触表面的微观情形

即使是极光滑的表面：起伏在10nm~100nm之间（纳米，10^{-9}m），不平处的坡度为120°~175°

对于看似光滑的石英矿物表面其凹凸不平可达到500nm

一些松散矿物颗粒表面不平度可超过这个尺度10倍以上

存在不规则表面的咬合和“自锁” 作用和分子层次的作用力。

P141

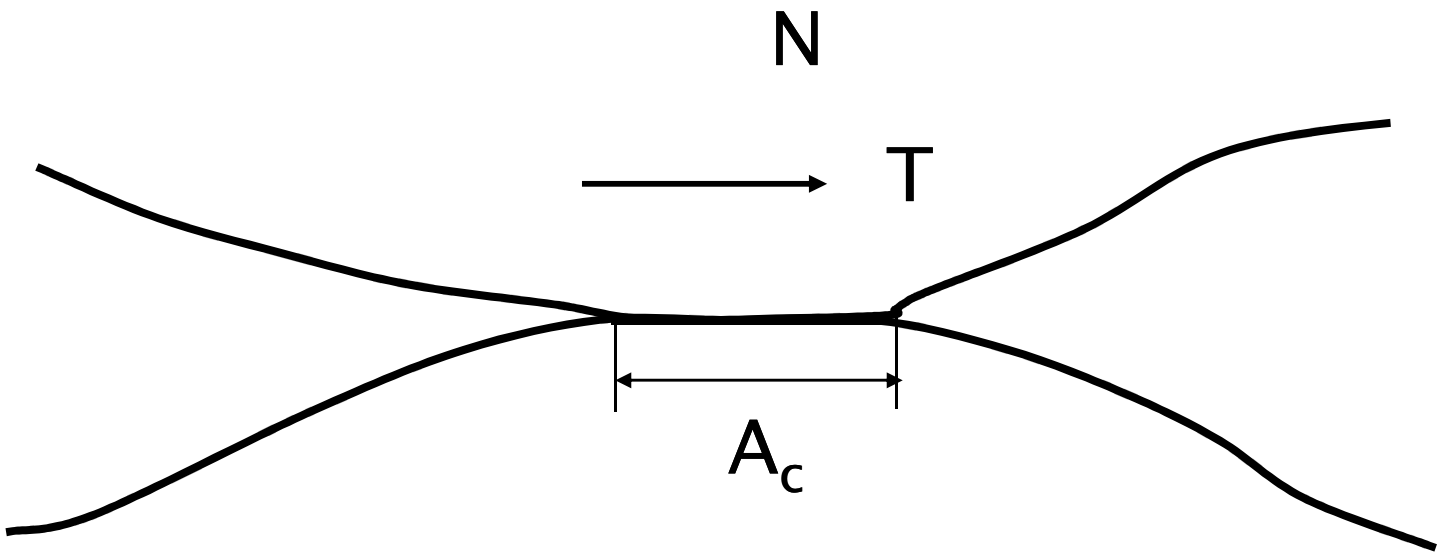


图3—9 粗粒土的实际接触面积

σ_y：材料（矿物）的屈服应力

τ_m：材料抗剪强度

摩擦系数 μ

$$A_c = \frac{N}{\sigma_y}$$

$$T = A_c \tau_m$$

$$\mu = \frac{T}{N} = \frac{\tau_m}{\sigma_y}$$

由于实际接触面积很小，局部压力很大，会使材料达到屈服；由于距离是单分子的尺度，形成吸附引力；可能使局部矿物产生重结晶。

P141

不平表面吸附膜的影响

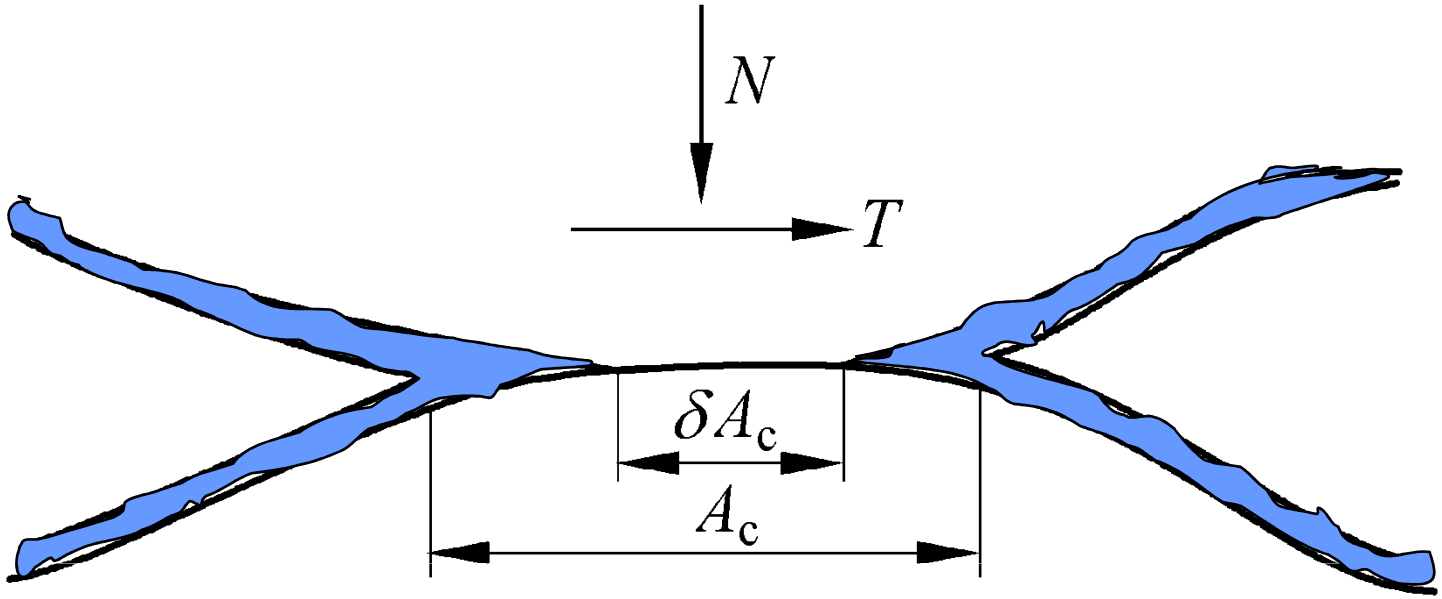


图3—10 不平表面吸附膜的影响

$$N = A[\delta \times \sigma_m + (1-\delta)\sigma_c]$$

$$T = A_c[\delta\tau_m + (1-\delta)\tau_c]$$

吸附膜的τ_c要比τ_m小得多。所以清洁与否十分重要

不同情况下石英表面的滑动摩擦系数。

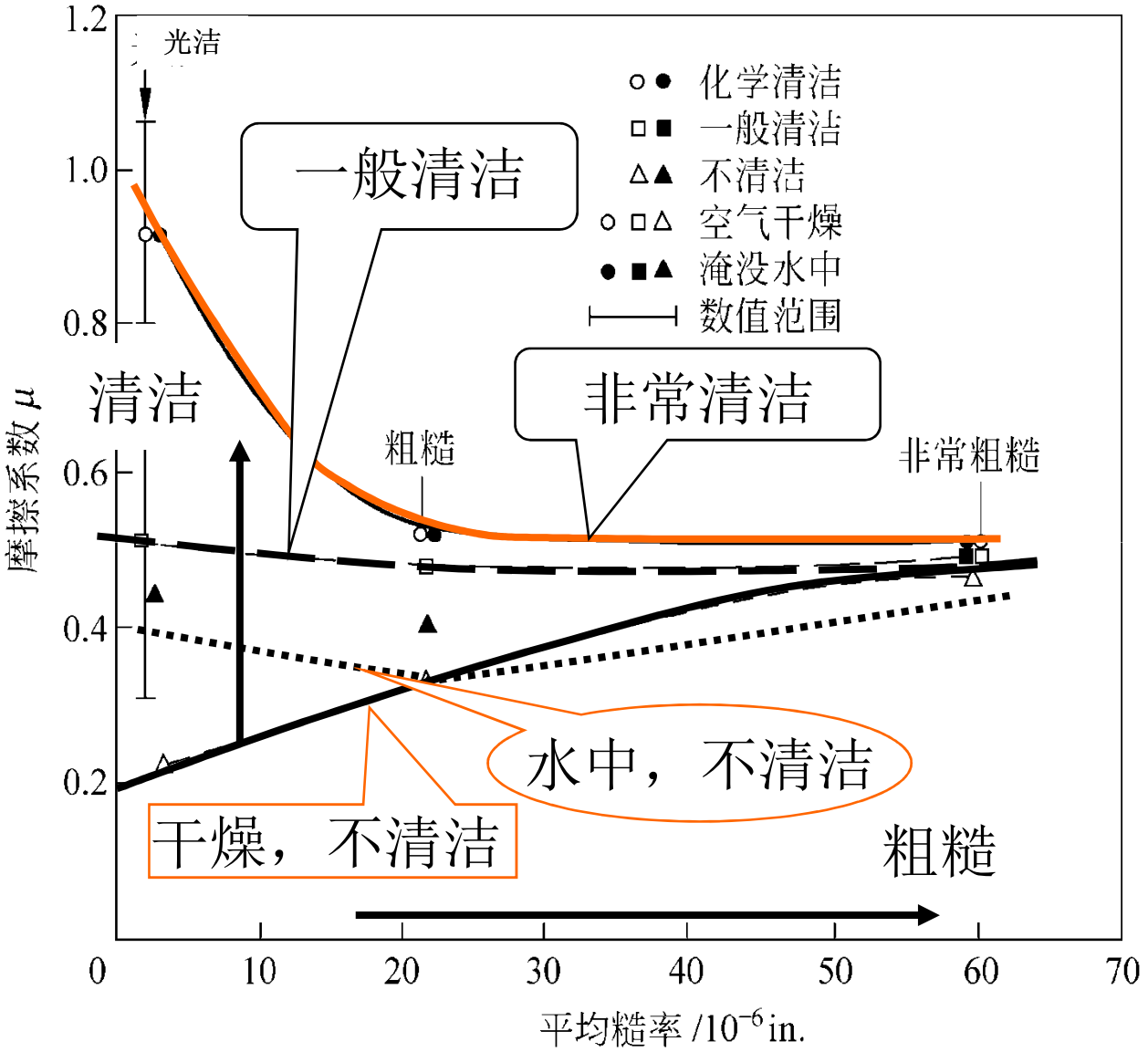


图3—11 不同情况下石英表面的滑动摩擦系数

没有化学清洁的表面由于吸附膜的润滑作用，抛光表面摩擦角很小

粗糙表面受清洁与否影响较小

在饱和情况下，由于水对吸附膜的破坏，其滑动摩擦角有所提高

P142

常见矿物的滑动摩擦角

非粘土矿物	饱和石英	22~24.5°
	饱和长石	28~37.6°
	饱和方解石	34.2°
	饱和绿泥石	12.4°
粘土矿物	高岭石	12°
	伊里石	10.2°
	蒙脱石	4~10°

图3—11 常见矿物的滑动摩擦角

P142

3.2.1 摩擦强度

2.咬合摩擦

1)颗粒间的咬合：

2)微观现象：颗粒的提升、错动、转动、拔出、断裂、接触点的破损……

3) 宏观现象：剪胀、破碎、定向和重排列—提高抗剪强度

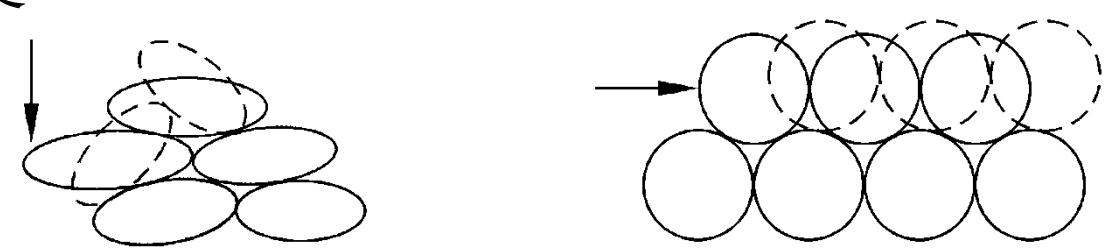
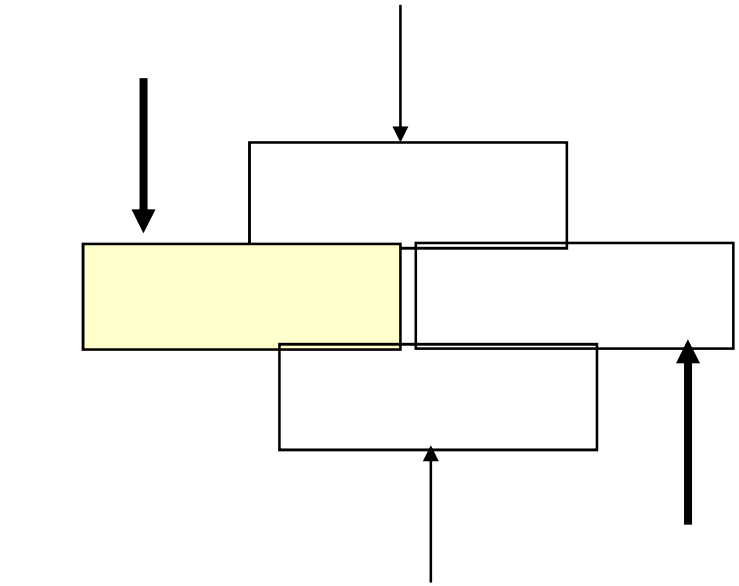
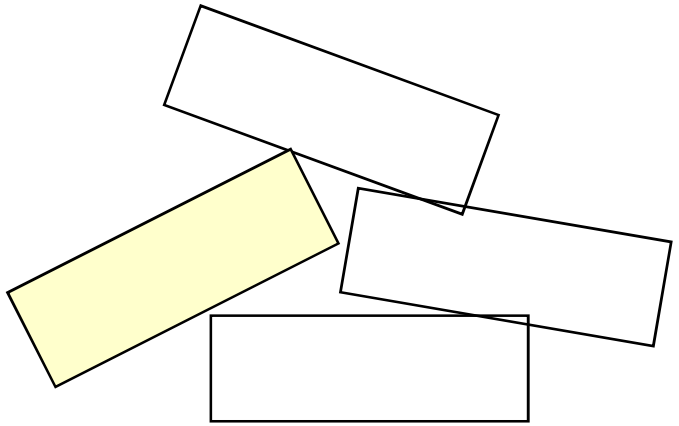


图3－13 颗粒间的咬合摩擦

P142

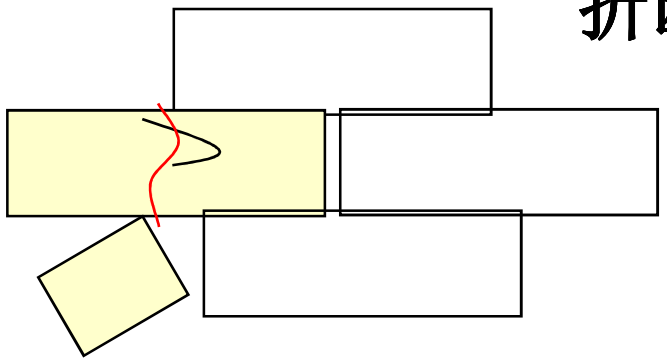
咬合的三种结果

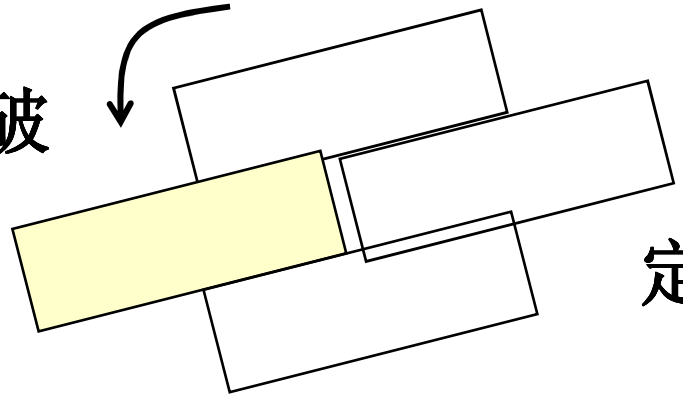




剪胀

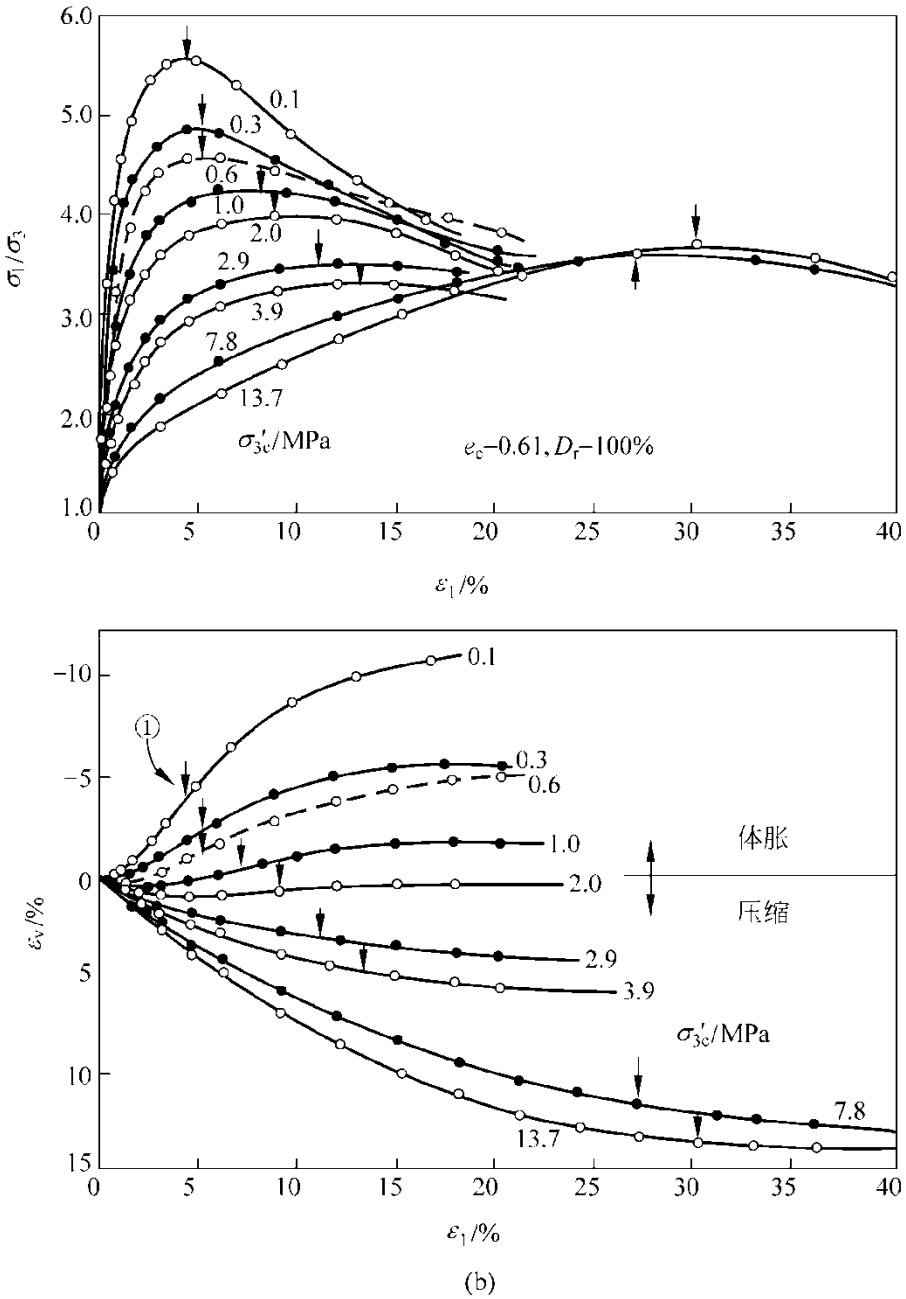
折断，破碎





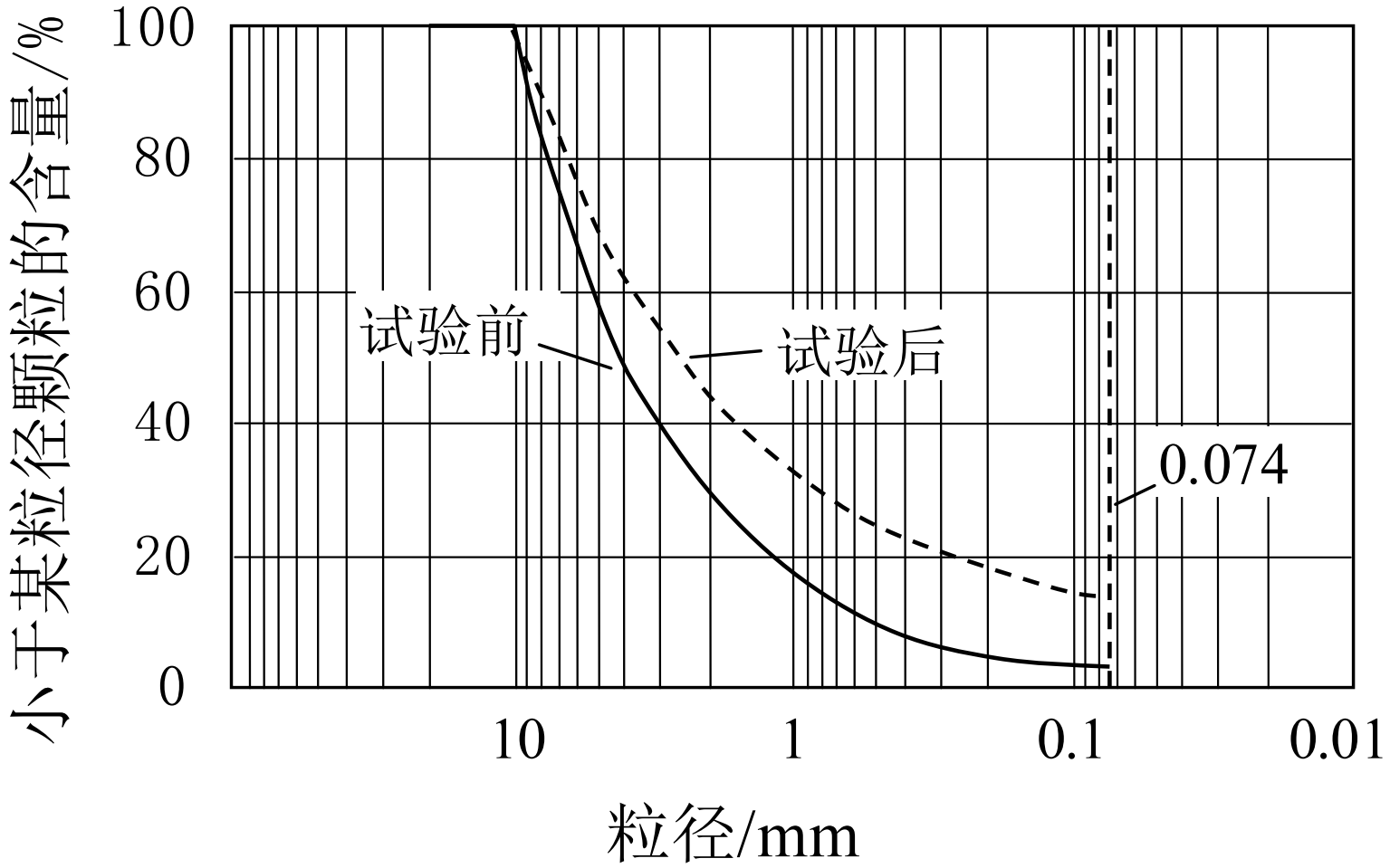
定向与重排列

颗粒的破碎



σ_3=13.7MPa高围压下密砂三轴试验破坏后，砂的孔隙比e=0.37，明显小于初始（最小）孔隙比(0.61)。

试验前后的级配曲线-颗粒的破碎



三轴剪胀

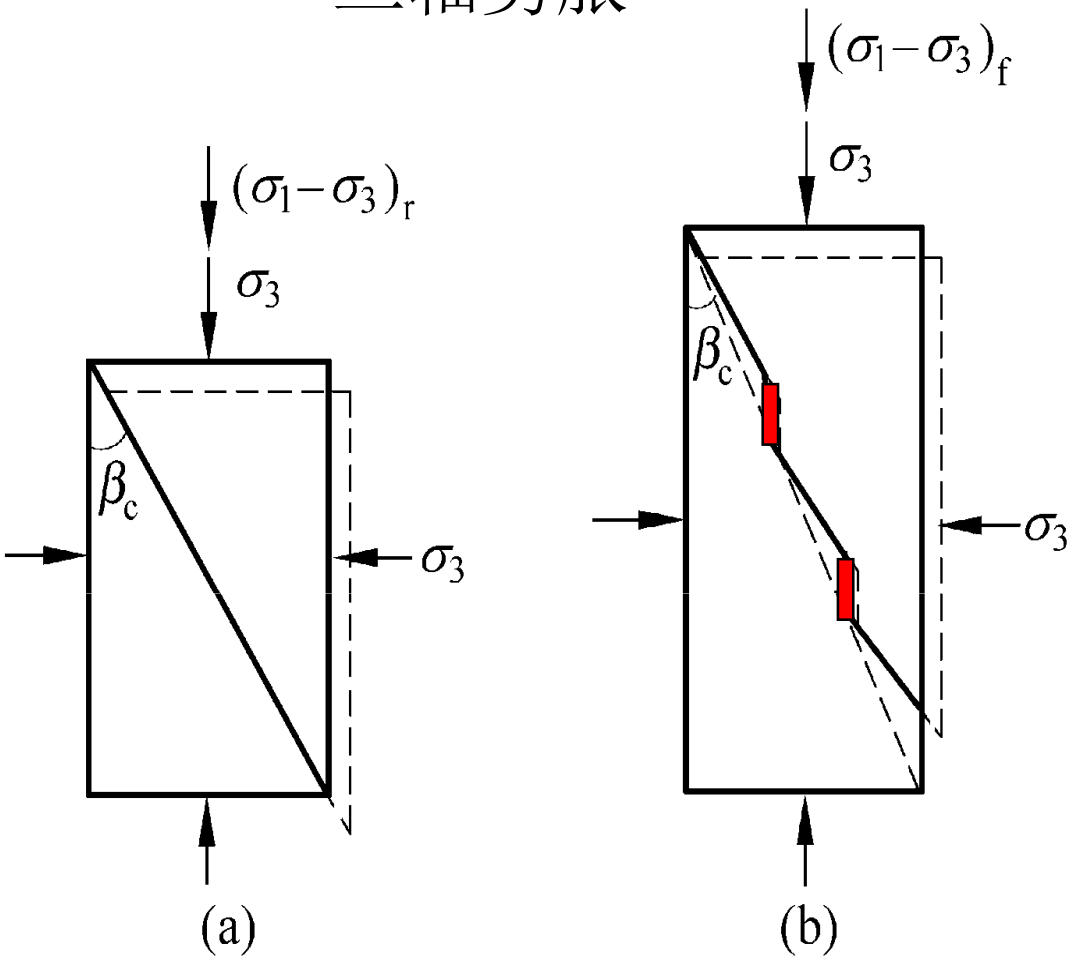


图3—14 剪胀模型

假设 $D=1-\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1}$

D>1:有剪胀，D=1:无剪胀

a.无剪胀时：外力作功

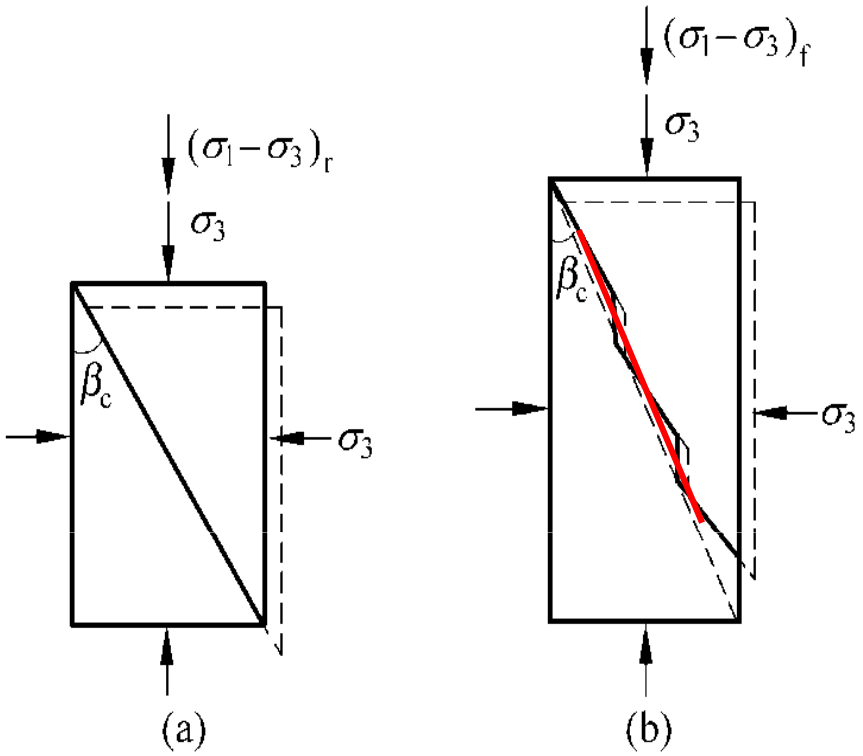
$$w_r=\Delta\varepsilon_1\left(\sigma_1-\sigma_3\right)_r$$

b.有剪胀：外力作功增加

$$\begin{aligned} w_f&=\Delta\varepsilon_1\left(\sigma_1-\sigma_3\right)_f\\ &=w_r-\Delta\varepsilon_v\sigma_3\\ &=\Delta\varepsilon_1\left(\sigma_1-\sigma_3\right)_r-\Delta\varepsilon_v\sigma_3 \end{aligned}$$

$(\Delta\varepsilon_v<0)$

P142



$$w_r = \Delta\varepsilon_1 \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)_r \tag{1}$$

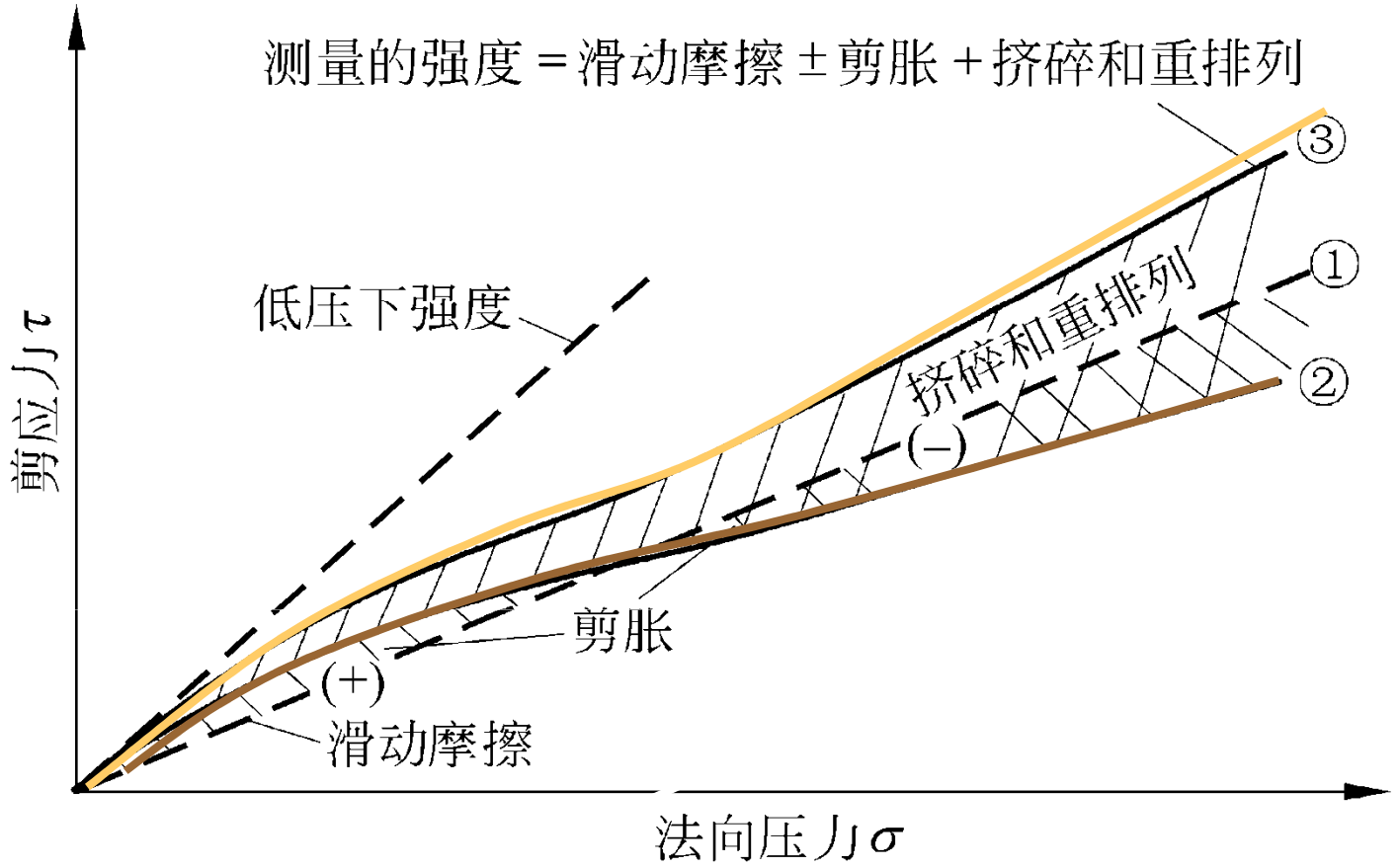
$$\begin{aligned} w_f &= \Delta\varepsilon_1 \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)_f \\ &= \Delta\varepsilon_1 \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)_r - \Delta\varepsilon_v \sigma_3 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\left(\sigma_1 - \sigma_3\right)_f = \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)_r - \frac{\Delta\varepsilon_v}{\Delta\varepsilon_1}\sigma_3 \tag{3}$$

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)_f = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)_r - \frac{\Delta\varepsilon_v}{\Delta\varepsilon_1} \tag{4}$$

$$\tan^2\left(45° + \frac{\varphi_f}{2}\right) = \tan^2\left(45° + \frac{\varphi_r}{2}\right) - \frac{\Delta\varepsilon_v}{\Delta\varepsilon_1} \tag{5}$$

DEL

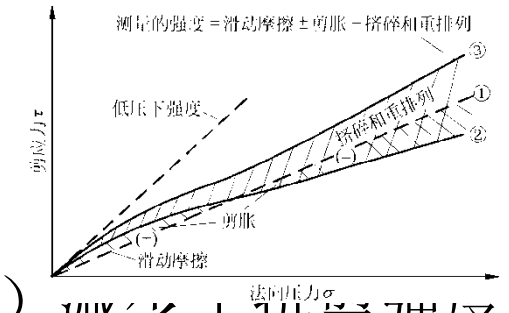


① 单纯滑动摩擦　② 滑动＋剪胀（缩）　③ 滑动＋剪胀＋颗粒破碎及重排列

图3－15 土的强度及其影响因素

P144

结论



1)剪胀提高了抗剪强度；剪缩（负剪胀）减少了抗剪强度；

2) 颗粒的破碎与重定向排列需要额外作功，也增加了土的抗剪强度。但由于颗粒破碎与重排列减少了土产生剪胀的可能性，甚至会发生剪缩；

3)在高围压下，颗粒破碎量大，很难发生剪胀；

4)颗粒的重排列往往会破坏土的原有结构，造成剪胀量减少。

从这个角度来看，颗粒的破碎和重排列减少了土的剪胀，与不发生颗粒的破碎和重排列相比，实际上减少了土的摩擦强度。

P143

3.2.2 黏聚力

1. 静电引力（electrostatic attraction）

颗粒平面部分带负电荷，而两端边角处带正电荷，异号电荷吸引；

黏土颗粒的边角与平面相对时，两个反号的双电层相互作用而产生吸引力。

3.2.2 黏聚力

2. 范德华力. Van der Waals forces

它是分子层次间的引力。物质的极化分子与相邻的另一个极化分子间通过相反的偶极吸引；极化分子与非极化分子接近时，也可能诱发后者。

只有很小的颗粒（<1μm，10^{-6}m），在很近的时候它才会起作用。距离稍远它衰减很快，可认为与于颗粒距离的四次方成反比。

3. 颗粒间的胶结

1)它们包括碳、硅、铅、铁的氧化物和有机混合物。

2)这些胶结材料可能来源于土料本身，亦即矿物的溶解和重析出过程；也可能来源于土中水溶液中。

3)由胶结物形成的黏聚力可达到几百kPa。

4)这种胶结不仅对于黏土，而且对于砂土也会产生一定的黏聚力，即使含量很小，也明显改变了土的应力应变关系及强度包线。也是土的结构性的主要原因。

4. 颗粒间接触点的化合价键

当正常固结土在固结后再卸载而成为超固结，其抗剪强度并没有随有效正应力的减少而按比例减少，而是保留了很大部分的强度。

在这个过程中由于孔隙比减少，造成在颗粒间接触点形成初始的化合价键是重要原因。

这种化合键主要包括离子键、共价键和金属键，其键能很高。

5. 表观的黏聚力

机械咬合

毛细吸力

冰冻等

黏聚力总结

黏聚力都是来源于颗粒间由于各种土内部吸引而产生的正应力。而抗剪强度则是由于这些吸引力而产生的粒间的摩擦。有人认为这种黏聚抗剪强度来源于“内部压力”产生的摩擦力。

据测试分析表明，粒间吸引力引起的黏聚力较小，化学胶结力是黏聚力的主要部分。

各种黏聚力的数值范围

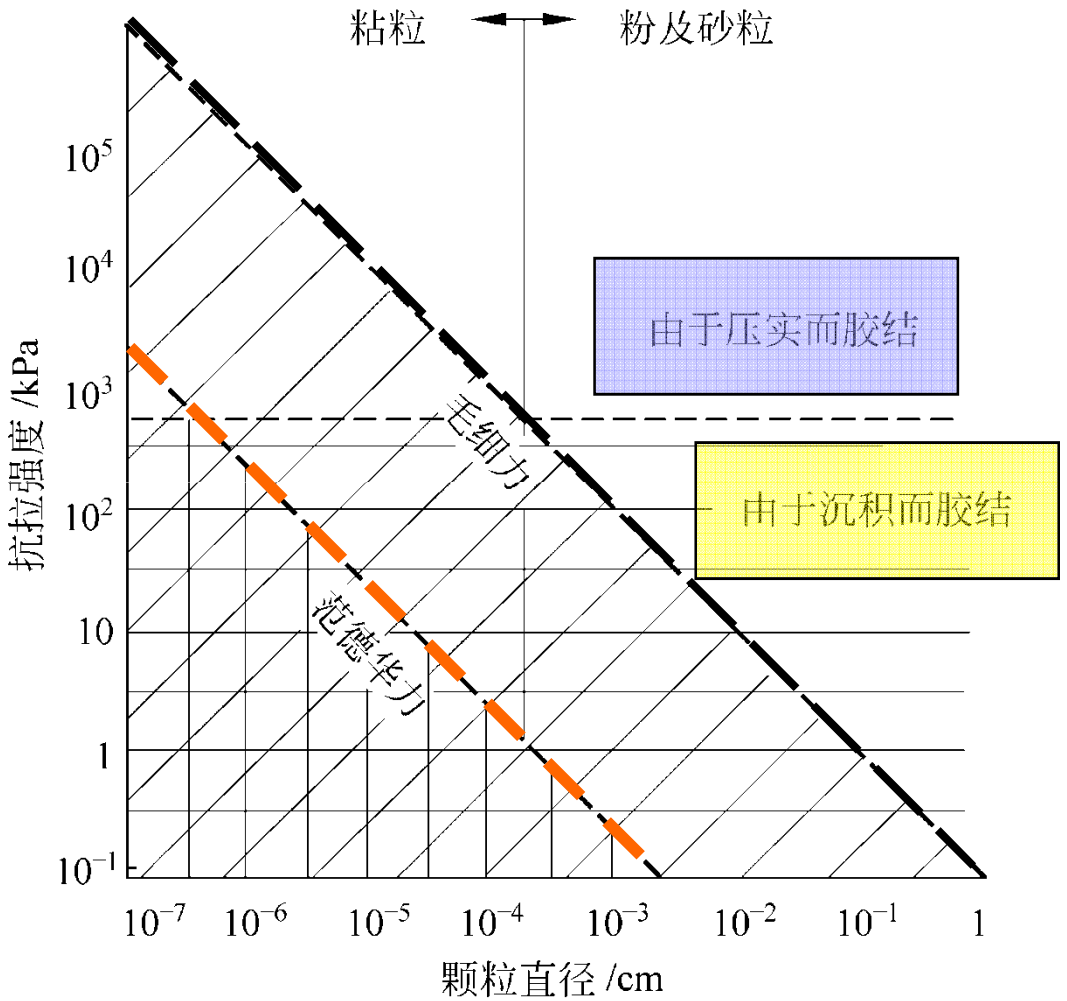


图3—16

P145

3.3 土的强度与土的物理性质（内因）

3.3.1 影响土强度的因素

3.3.2 影响土强度的一般物理性质

3.3.3 孔隙比e与砂土抗剪强度关系—临界孔隙比e_{cr}

3.3.4 孔隙比与黏土强度—真强度理论

P146

3.3.1 影响土强度的因素

$$\tau_f = f\left(e, C, \sigma', \phi, c, H, T, \varepsilon, \dot{\varepsilon}, S\right)$$

- e为土的孔隙比；
- C 代表土的组成，component；
- H 代表应力历史，history；
- T表示温度，temperature；
- ε和$\dot{\varepsilon}$ 分别表示应变和应变率；
- S表示土的结构，Structure；
- c和φ为黏聚力及内摩擦角。

■ 其中各种因素并不独立，可能相互重叠。

P146

1.内部因素

组成（C）、状态（e）和结构（S）

（1）组成：矿物成分，颗粒大小与级配，颗粒形状，含水量（饱和度）以及黏性土的离子和胶结物种类等因素。

（2）状态：砂土的相对密度；黏土的孔隙比。

（3）结构：颗粒的排列与相互作用关系。

2.外部因素

温度、应力状态（围压、中主应力）、应力历史、主应力方向、应变值、加载速率及排水条件。

P146-147

3.4.2 影响土强度的一般物理性质（组成与状态）

1. 颗粒矿物成分
2. 颗粒的几何性质
3. 土的级配
4. 土的状态
5. 土的结构
6. 剪切带的形成及其影响

P147

1. 颗粒矿物成分对滑动摩擦角的影响

黏土：高岭土>伊里土>蒙特土

粗粒土：含云母、泥岩等，摩擦角明显变小—

矿物本身滑动摩擦角小；颗粒易于破碎

非粘土矿物	饱和石英	22~24.5°
	饱和长石	28~37.6°
	饱和方解石	34.2°
	饱和绿泥石	12.4°
粘土矿物	高岭石	12°
	伊里石	10.2°
	蒙脱石	4~10°

图3—17 常见矿物的滑动摩擦角

P147

2. 粗粒土颗粒的几何性质

大小、棱角、针片状……

（1）颗粒尺寸的大小的影响

一方面，大尺寸颗粒具有较强的咬合，可能增加土的剪胀，从而提高强度；

另一方面，大尺寸颗粒在单位体积中颗粒间接触点少，接触点上应力加大，颗粒更容易破碎，从而减少剪胀，降低了土的强度。

P147

对于砂土

- 如果均匀的细砂与粗砂具有相同的孔隙比e，二者的内摩擦角φ基本相同。但由于细砂的e_{min}要大，所以这时细砂的相对密度D_r要高。
- 如果相对密度D_r相同，则粗砂的内摩擦角φ大。

P147

（2）表面糙度、针、片状形状及棱角颗粒

① 在其他条件相同时，颗粒表面糙度增加将会增加砂土的内摩擦角。

② 粗粒土的针、片状形状及棱角的影响较复杂：

（a）加强了颗粒间的咬合作用：$\varphi\uparrow$。

（b）针片状颗粒更易于折断，棱角易于折损:$\varphi\downarrow$。

棱角与针片状颗粒

在同样较低围压下

（1）砂土由于单位体积接触点多，颗粒破碎一般不严重，其棱角使抗剪强度增加(河砂与山砂）；

（2）碎石土由于单位体积内接触点少，它们其强度提高不明显，甚至减小（碎石与卵石）。

3. 土的级配—级配良好：

密度增加

剪胀性增强

触点增加与接触应力减小

有利于强度提高

4. 土的状态

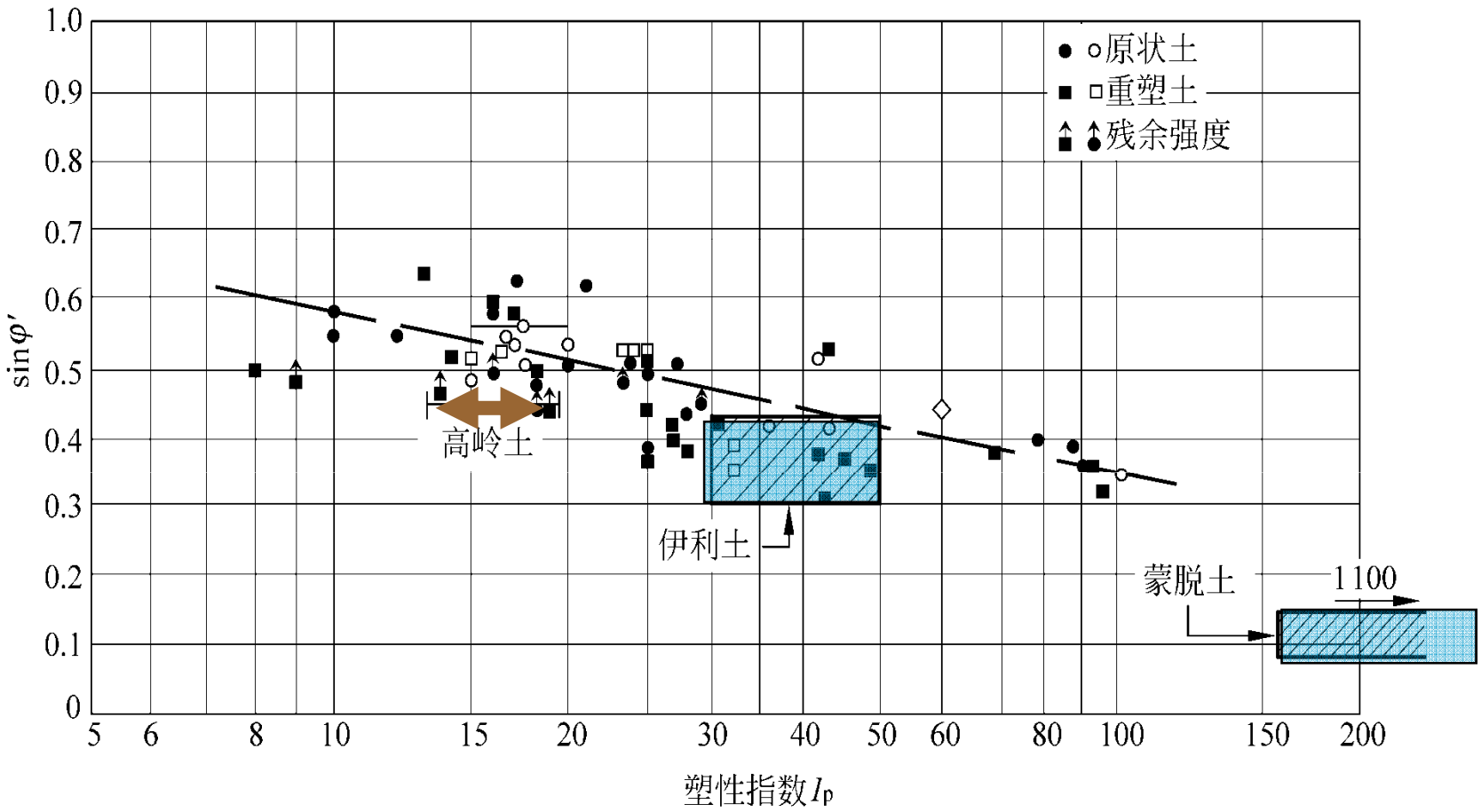
孔隙比e及相对密度D_r——影响强度的重要因素，密度大其强度提高。

砂土（以石英为主）的干与湿：二者一般接近，相差1～2℃。

P148

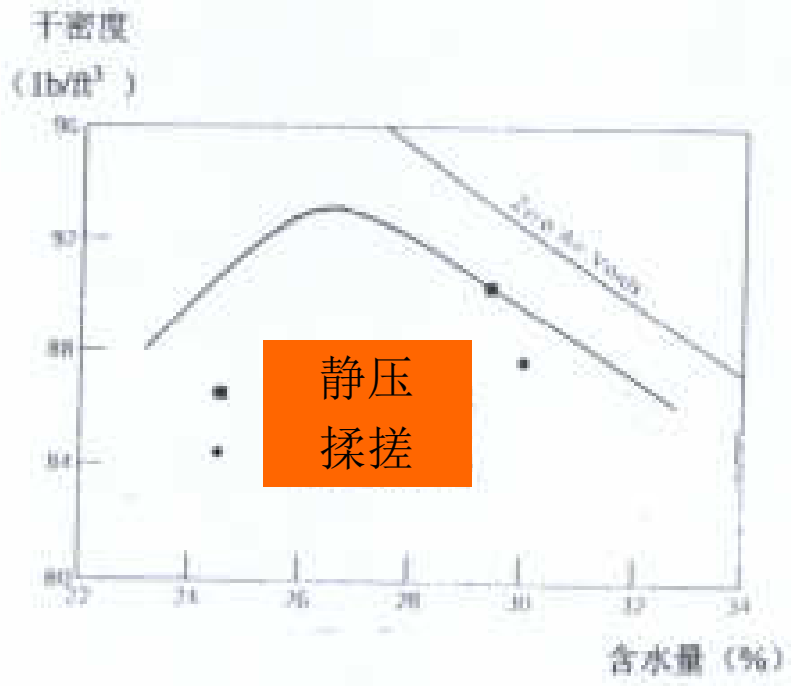
5. 土的结构：强度有所提高，并且表现出各向异性

6. 剪切带的形成及其影响：应变软化与残余强度

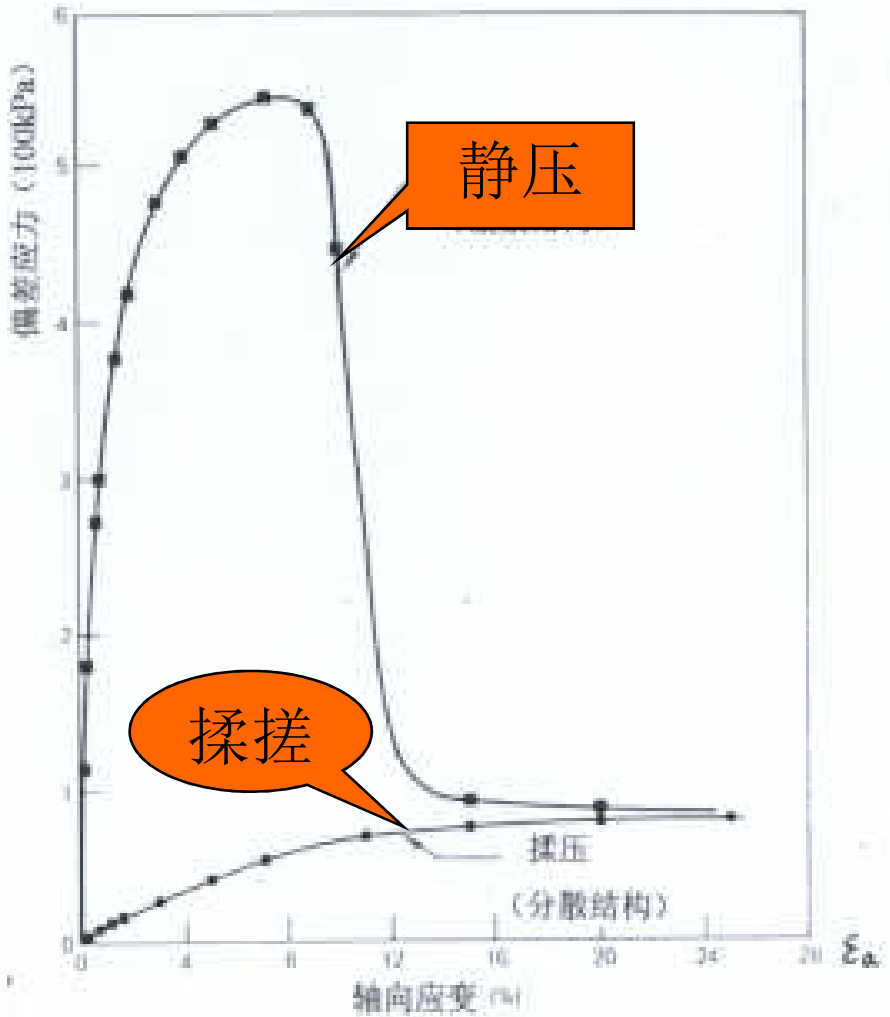


正常固结黏土的强度—矿物及塑性指数关系

P148



(a) 两种制样方法



(b) 单轴压缩（无侧限）试验

黏性土的结构性对强度的影响

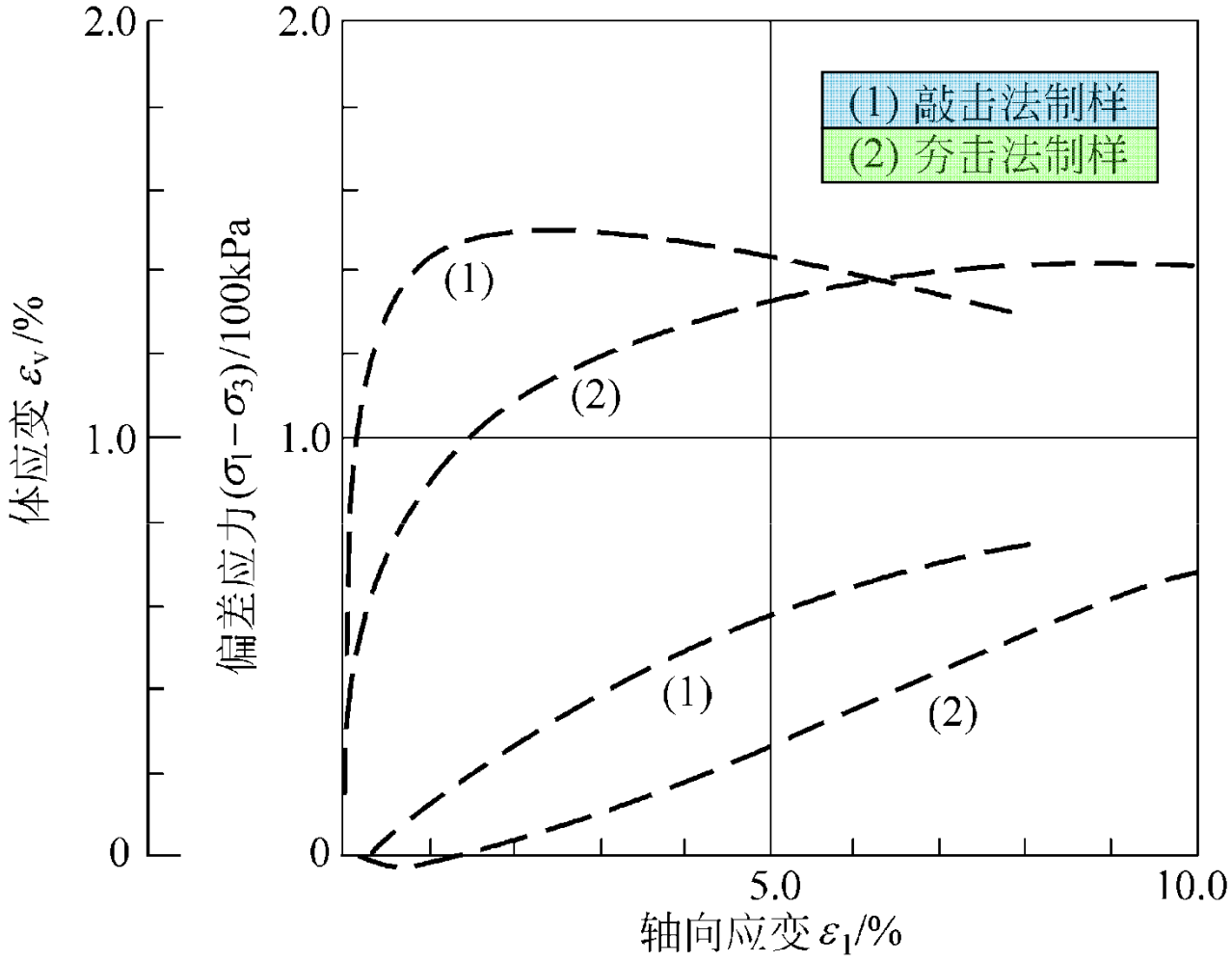


图3—20 砂土制样方法造成的结构性对强度的影响

P149

影响砂土内摩擦角的物理因素

因素	对内摩擦角的影响
孔隙比 e	e↑　　φ↓
棱角 A	A↑　　φ↑ （对碎石影响小）
颗粒表面粗糙度 R	R↑　　φ↑
含水量 w	w↑　　φ↓
颗粒尺寸 S	影响不大，并且不确定
级配	不均匀系数 C_u↑　　φ↑

P149

3.4.3 孔隙比e与砂土抗剪强度关系——临界孔隙比e_{cr}

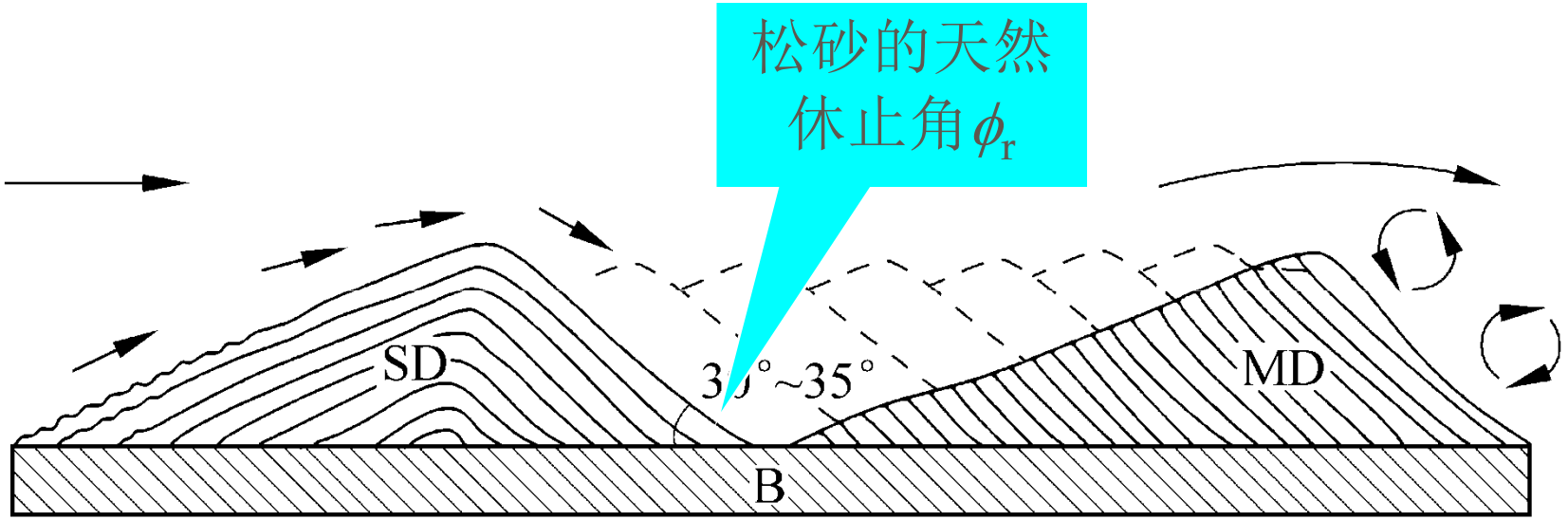


图3—22 天然沙丘天然休止角：φr

P150

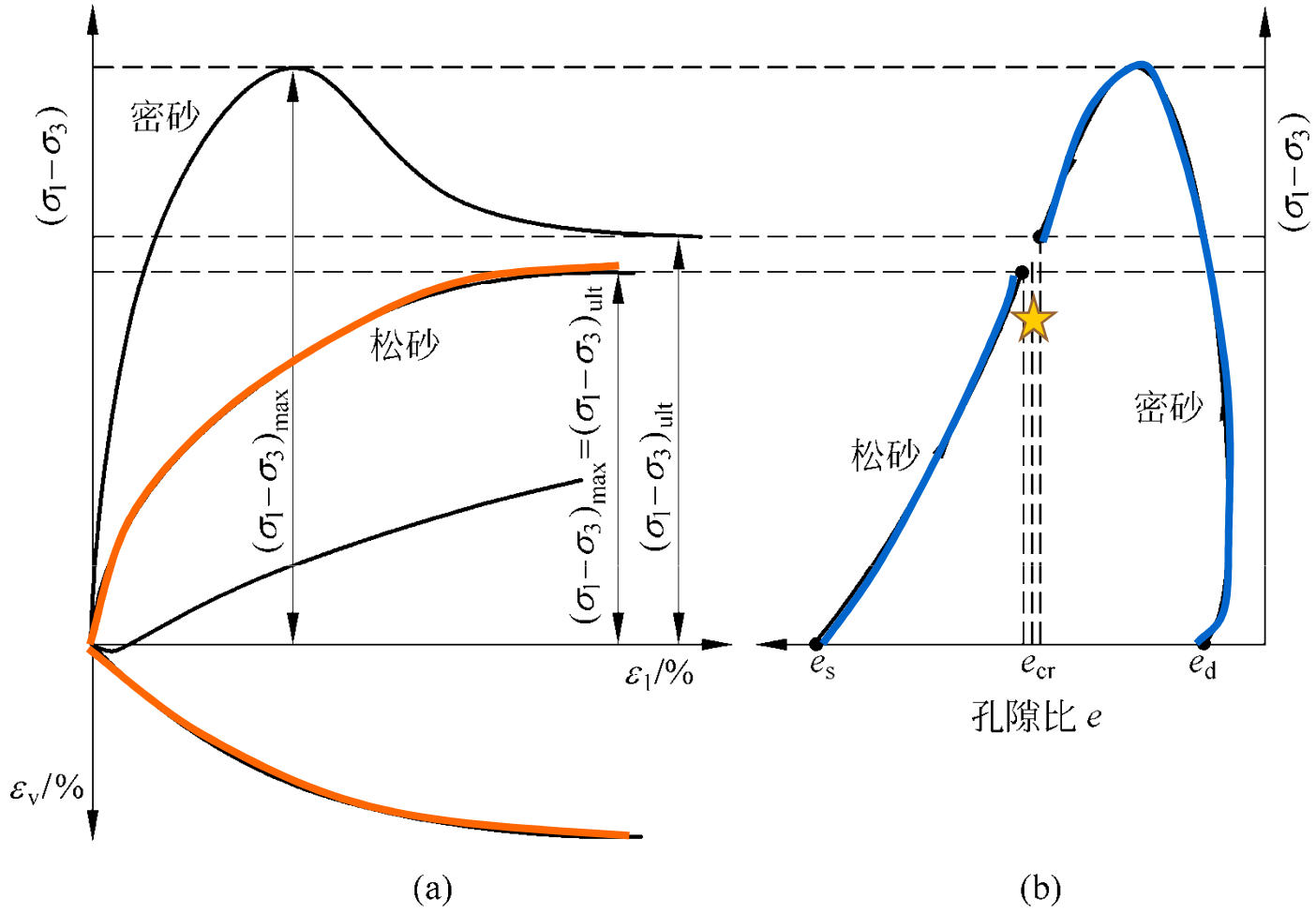


图3—23 相同围压下密砂与松砂的三轴试验：破坏时孔隙比接近

临界孔隙比 e_{cr}

临界孔隙比e_{cr}是指在在三轴试验加载过程中，达到极限应力差$(\sigma_1-\sigma_3)_{ult}$，轴向应变连续增加，最终试样体积几乎不变时的孔隙比。

也可以叙述为：在一种围压下，用具有临界孔隙比的砂试样进行排水三轴试验，偏差应力达到$(\sigma_1-\sigma_3)_{ult}$时，试样的体应变为零；或者不排水试验破坏时的孔隙水压力（孔隙水压力系数A）为零。

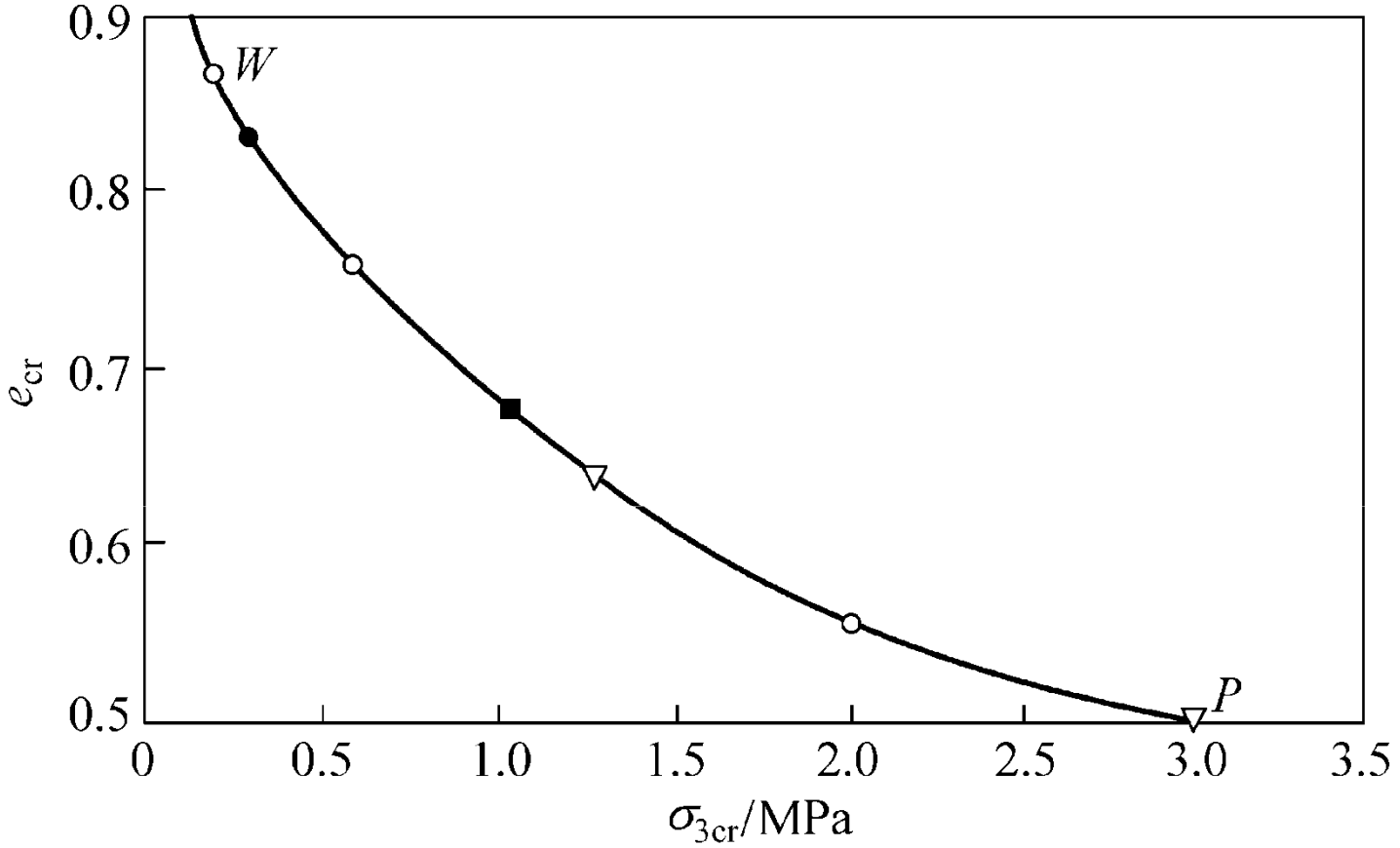


图3－24 临界孔隙比与围压

P151

制样孔隙比e—围压σ_3—破坏时体应变ε_v简化关系

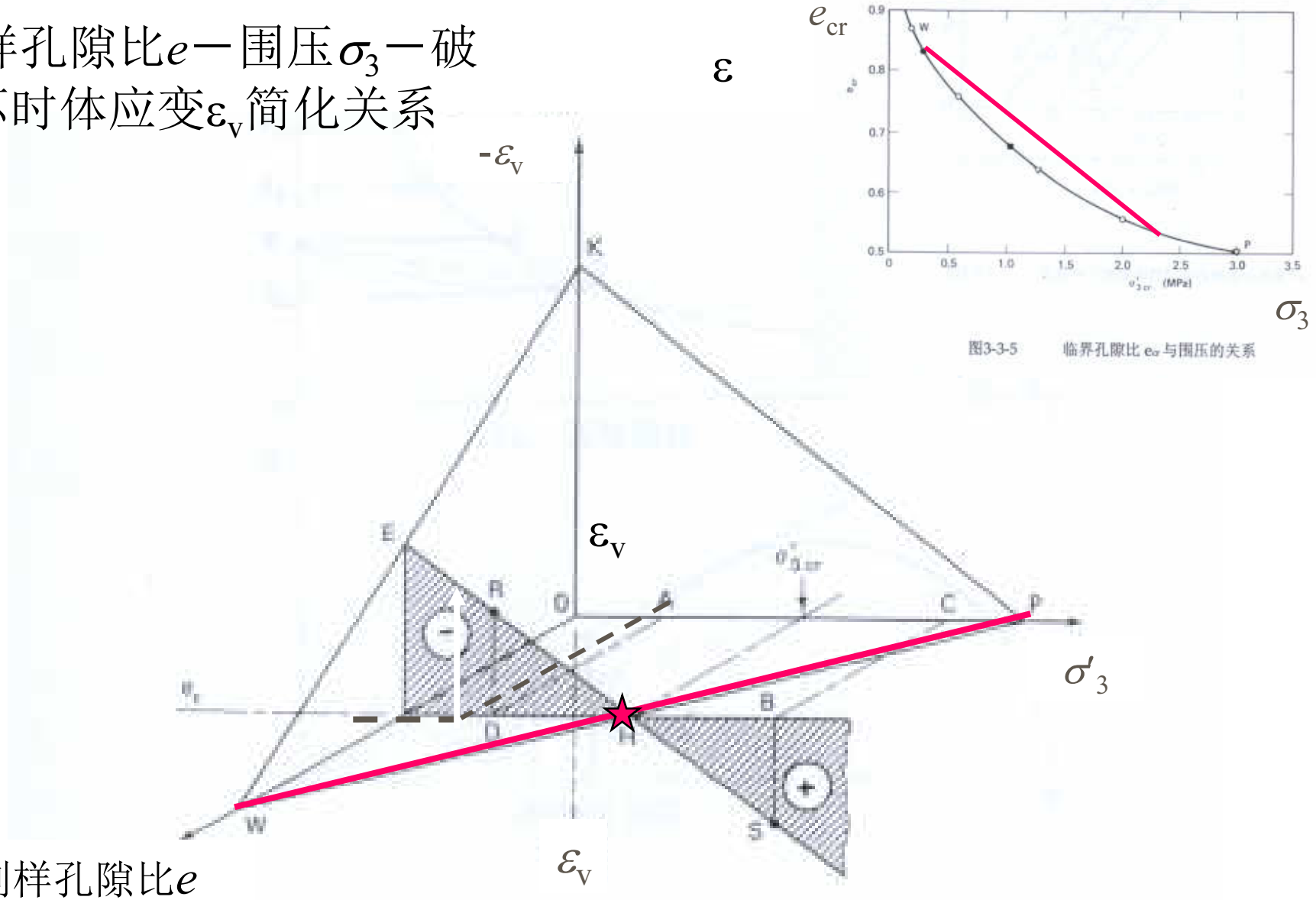


图3—25 制样孔隙比e—围压σ_3—破坏时体应变ε_v简化关系

P152

3.4.4 孔隙比与黏土强度——真强度理论

正常固结黏土的强度包线过原点：但各围压下的密度不同实际上存在粘聚力

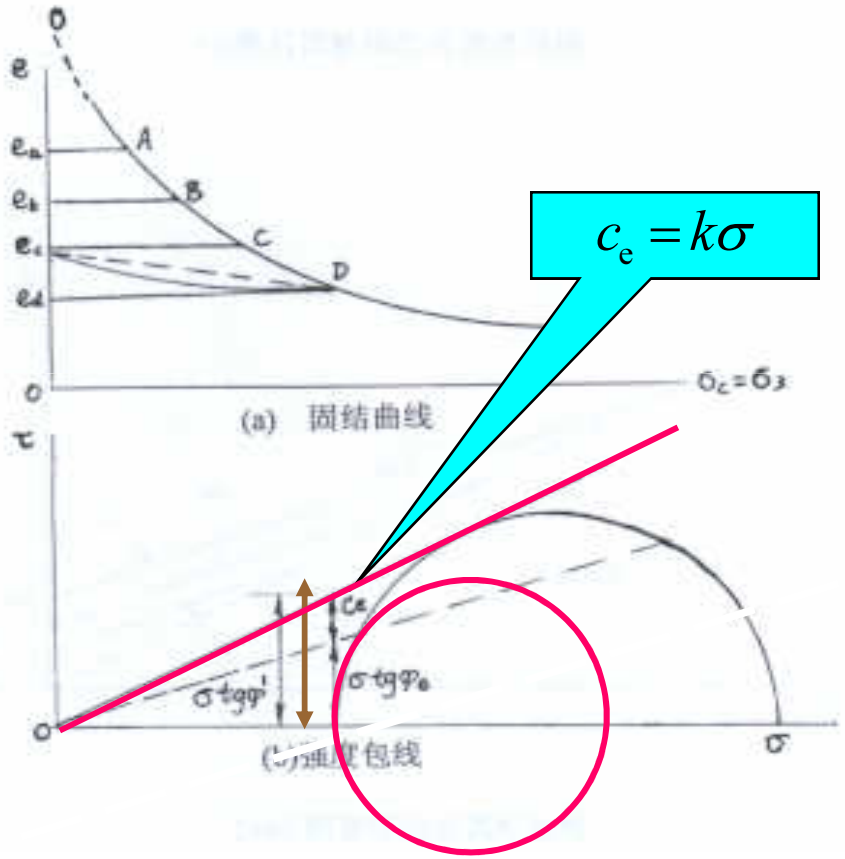
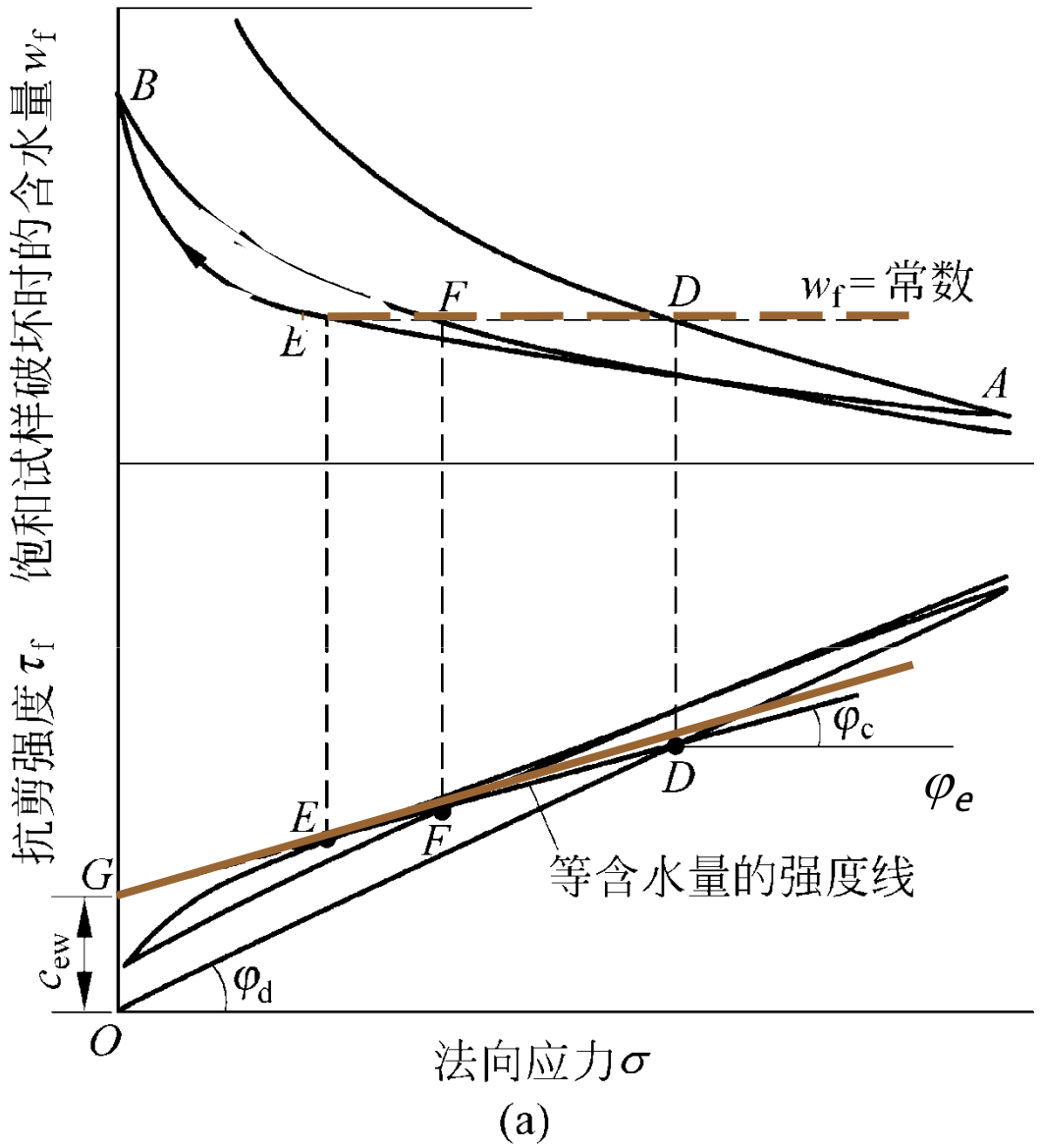


图3—26 真强度理论

P153



伏斯列夫的真强度理论：

破坏时的含水量相同$w(e)$

图3—27 伏斯列夫的真强度理论

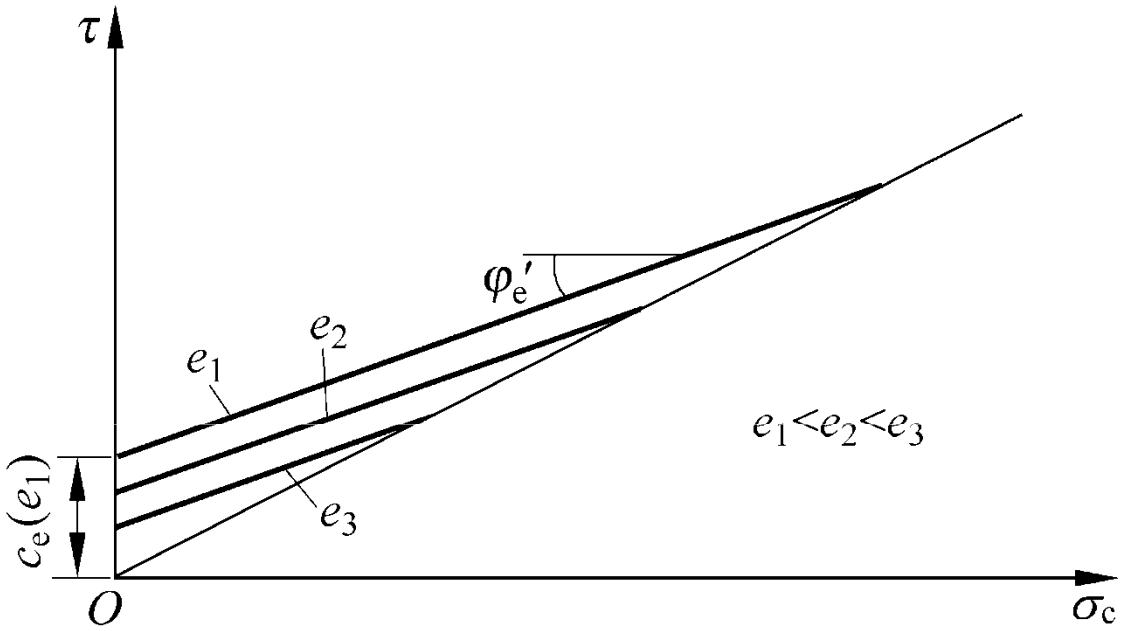
P154

破坏时不同密度的试样

φ'_e：基本是常数

c_e：是密度的函数

$$c_e=f(e_i)$$



(b)

图3—28 不同密度的试样

3.4 影响土强度的外部条件

3.4.1 围压σ_3的影响

3.4.2 中主应力的σ_2影响

3.4.3 主应力方向的影响—土强度的各向异性

3.4.4 土的抗剪强度与加载速率的关系

3.4.5 温度与土强度关系

3.4.1 围压σ_3的影响

根据莫尔－库仑理论，在一般应力条件下围压σ3与偏差σ1–σ3间关系(与σ2无关)：

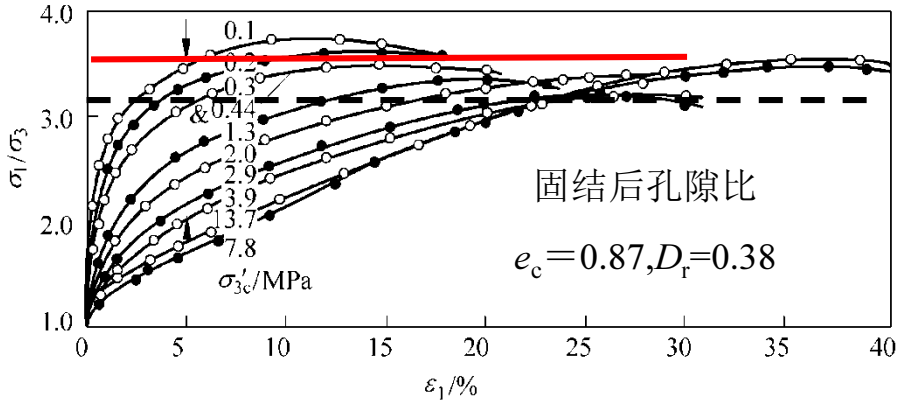
$$\sigma_1-\sigma_3=\frac{2}{1-\sin\varphi}\left(c\cos\varphi+\sigma_3\sin\varphi\right)$$

τ_f与σ_n间的单值函数关系：

$$\tau_f=A\sigma_n^b$$

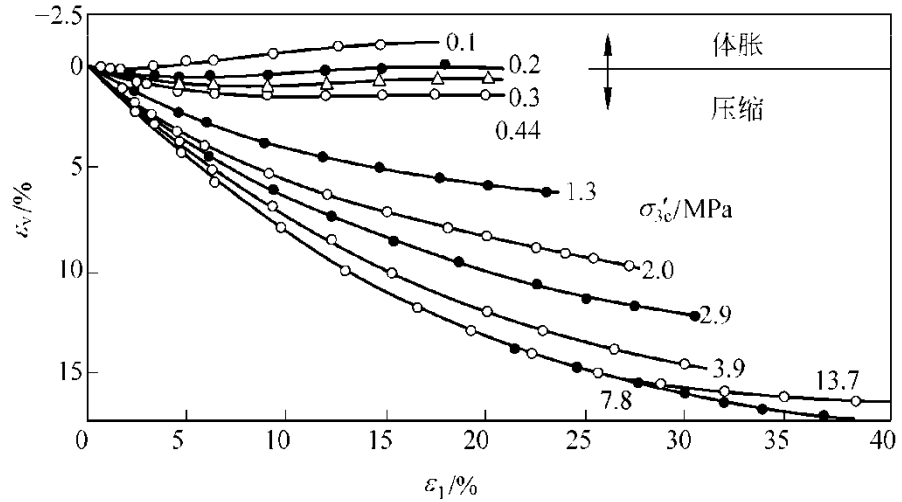
$$\varphi=\varphi_0-\Delta\varphi\lg\frac{\sigma_3}{P_a}$$

图3－29 非线性的强度包线（b<1.0）



（a）

σ_3=0.1～13.7MPa



（b）

松砂

Sacramento河**松砂**在不同围压下三轴试验的$\sigma_1/\sigma_3-\varepsilon$及$\varepsilon_v-\varepsilon_3$间关系曲线。

临界围压大约为200kPa

图3－30 松砂在不同围压下试验曲线

P156

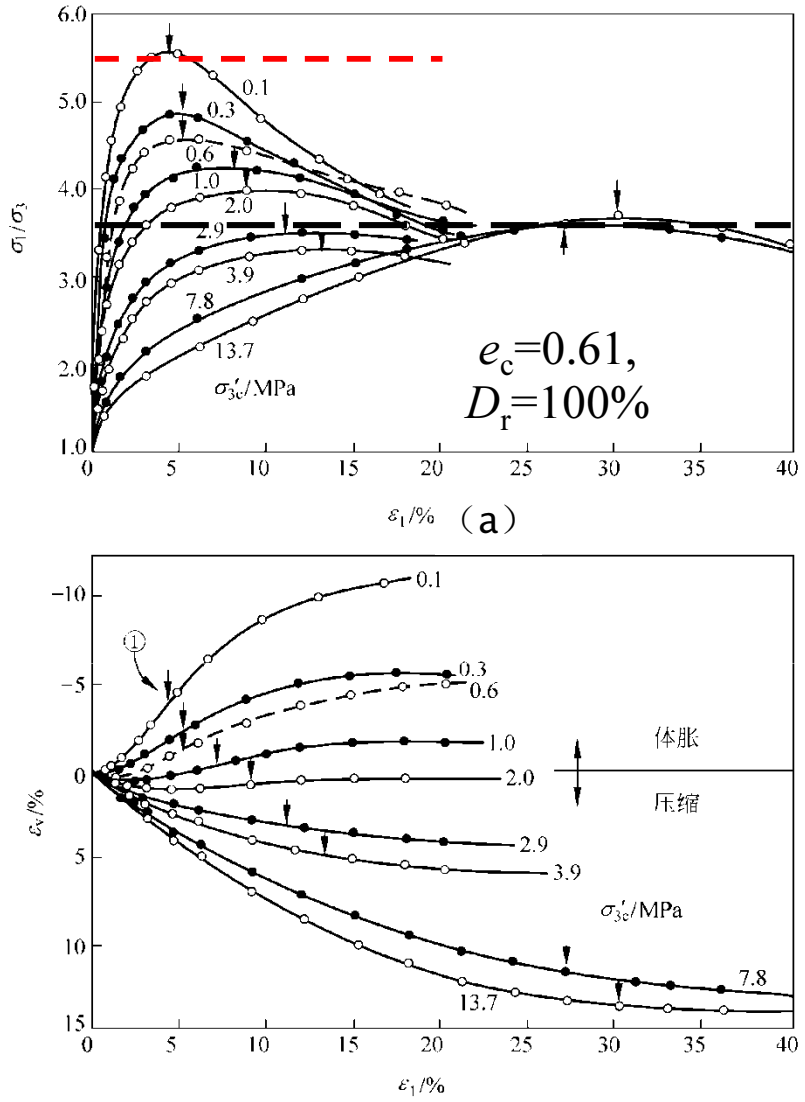


图3－31密砂

密砂

σ_3=0.1～13.7MPa

σ_3=13.7MPa 高围压下三轴试验破坏后，砂的孔隙比e=0.37，明显小于初始孔隙比0.61。

$$\Delta\varphi=7.5°$$

临界围压为20MPa左右。

P156

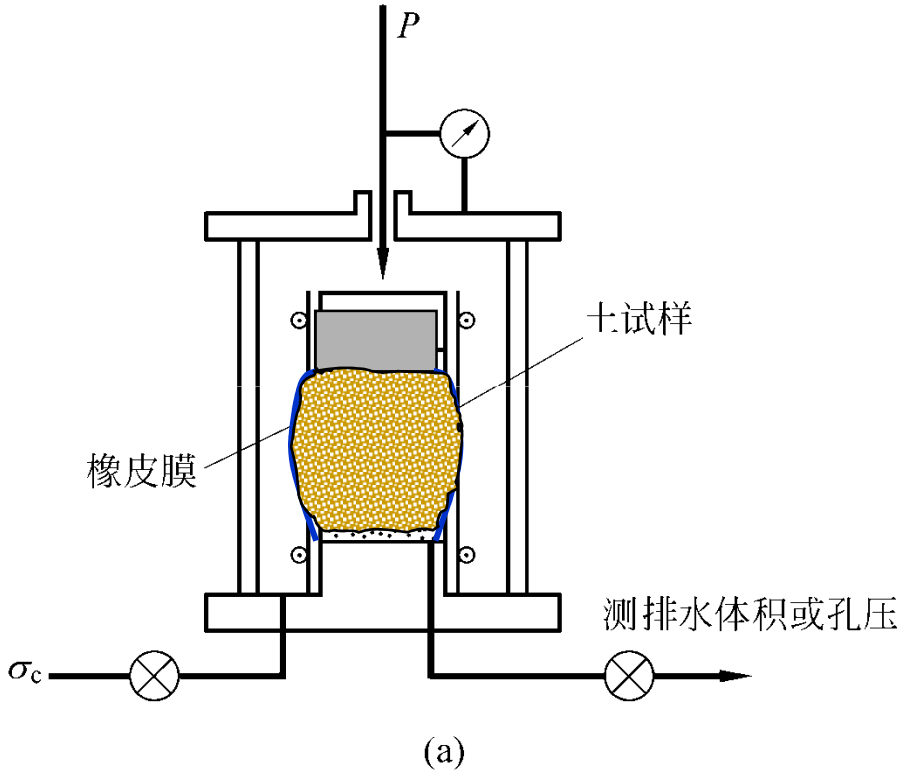
极低围压（ σ_3<10kPa）下砂土的三轴试验强度：

三轴试样端部约束膜约束压力室内的静水压力

加载杆的摩擦力试样自重

制样施加的负孔压

—使试验的精度很难保证



(a)

3.3.2 中主应力的σ_2影响

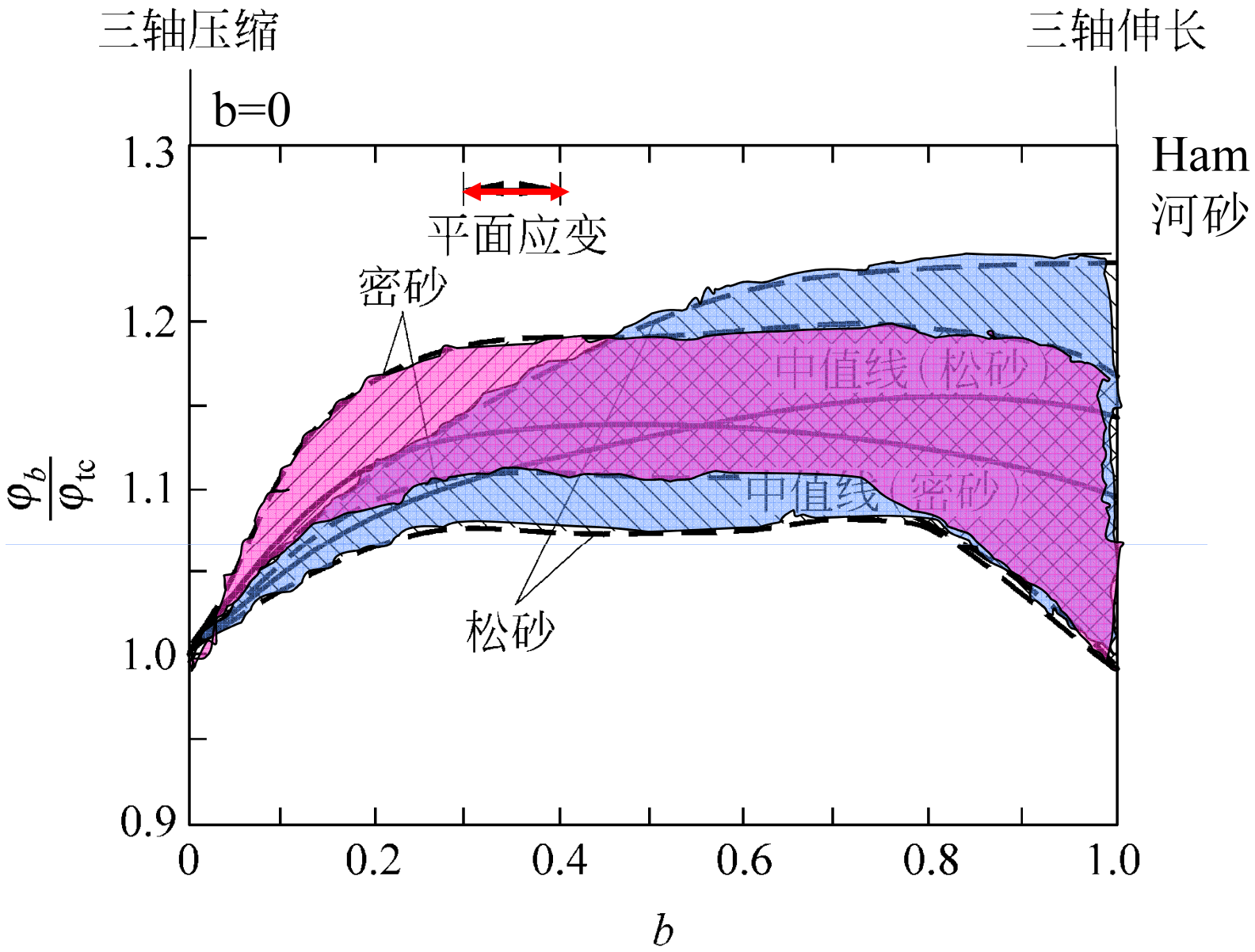
$$b=\frac{\sigma_2-\sigma_3}{\sigma_1-\sigma_3}$$

$$\theta=\mathrm{tg}^{-1}\frac{2\sigma_2-\sigma_1-\sigma_3}{\sqrt{3}(\sigma_1-\sigma_3)}$$

根据莫尔—库仑强度理论，土的抗剪强度与中主应力σ_2无关。

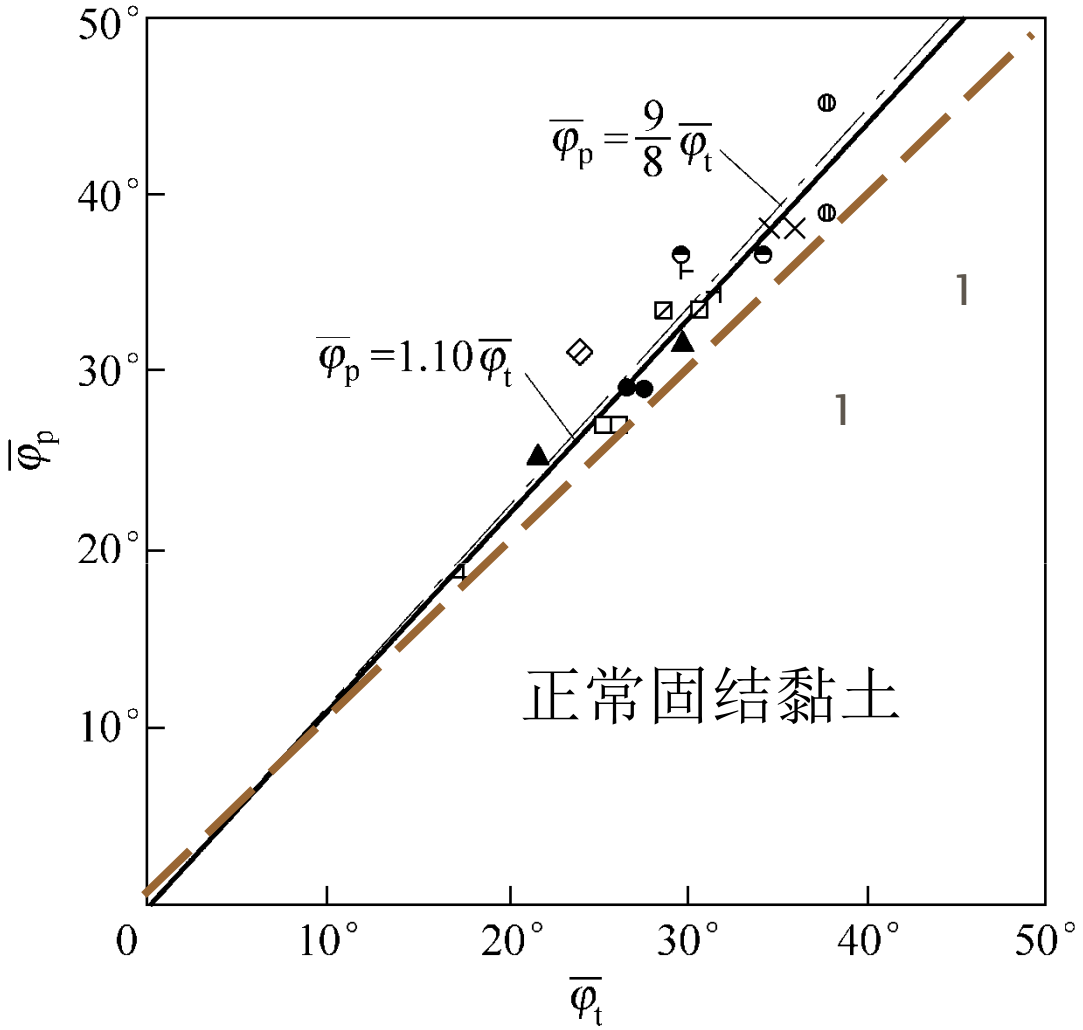
$$\sin\varphi=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3+2c\cot\varphi}$$

P157



各种仪器进行的真三轴试验结果

P158



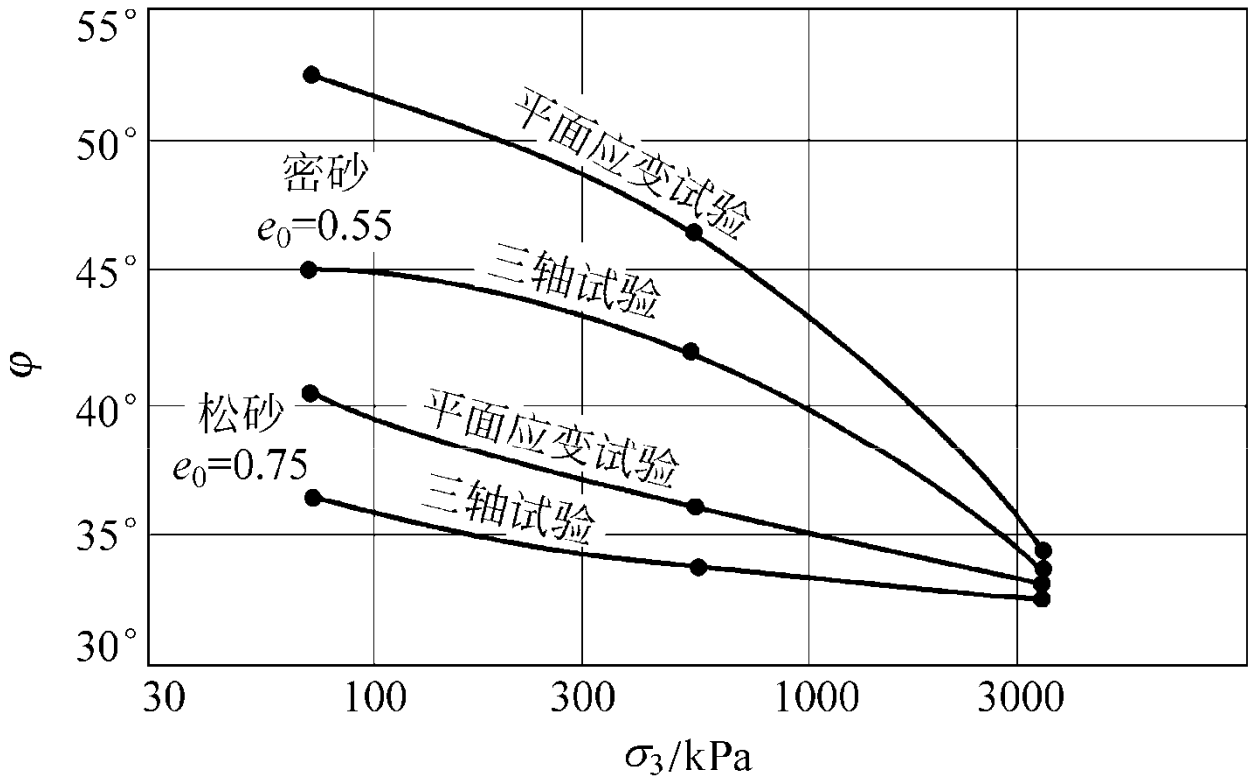
$$\bar{\varphi}_p = 1.1\bar{\varphi}_t$$

$$\bar{\varphi}_p = \frac{9}{8}\bar{\varphi}_t$$

图3—33 黏土三轴试验的φ_t与平面应变试验的φ_p

P159

不同围压下**平面应变和三轴压缩**的砂土内摩擦角比较



密砂：4°—9°　　松砂：2°—4°　　高压下二者接近相同。

图3—34 不同围压下砂土

P159

Ramamurthy建议三轴与平面应变：

松砂

$$\sin\varphi_p + 3\left(1/\sin\varphi_t - 1/\sin\varphi_p\right) = 1$$

密砂

$$3\sin\varphi_p - \sin\varphi_t\left(\sin\varphi_p + \cos\varphi_p\right) = 2\sin\varphi_t$$

P159

平面应变方向的主应力

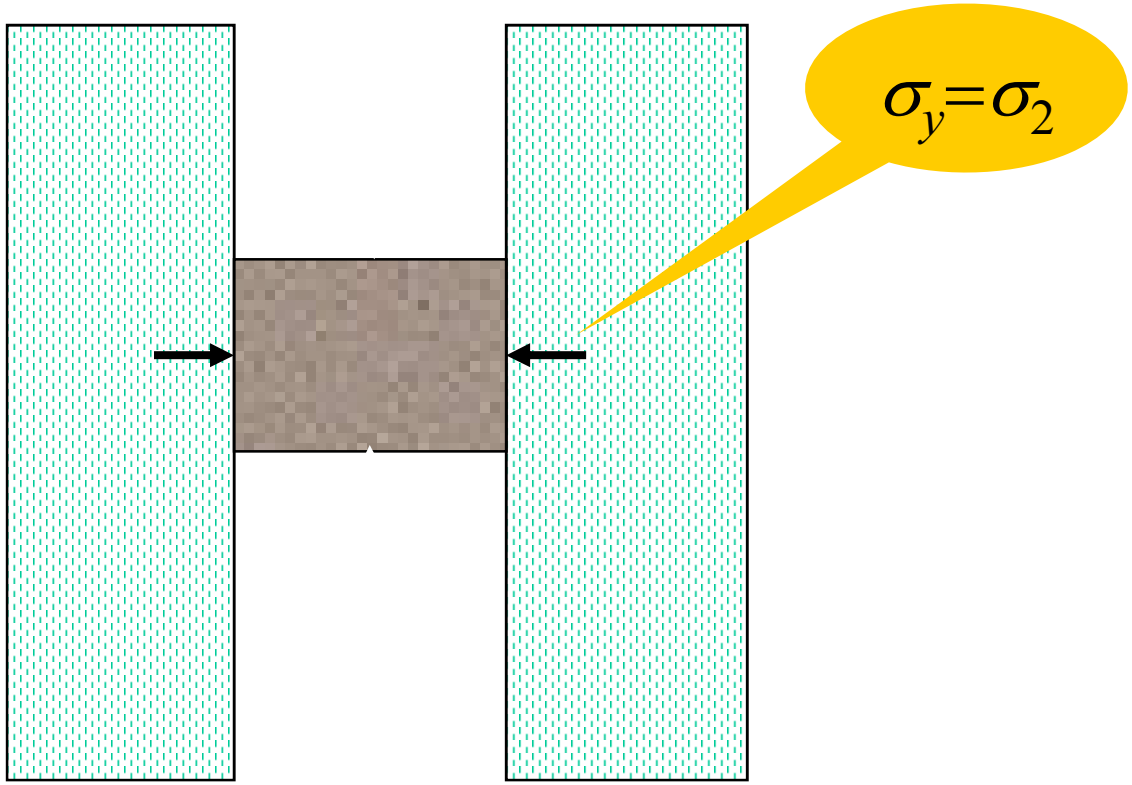
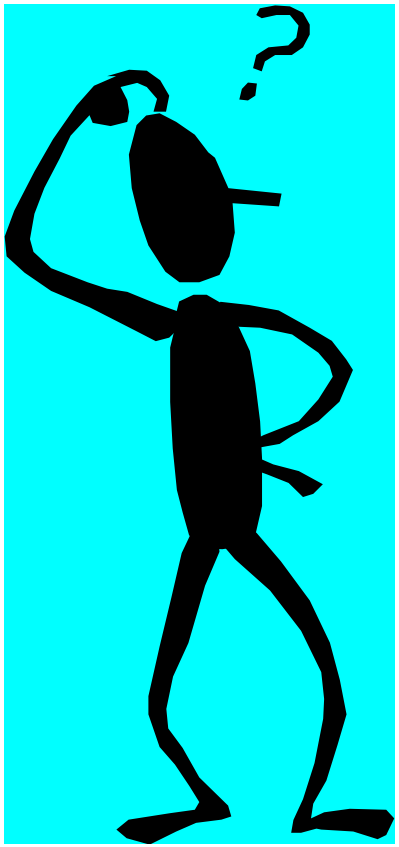


图3－35 平面应变方向的主应力



平面应变方向为中主应力
毕肖甫常数b=0.25～0.35。
只有在破坏时才是正确的！

σ_y为小主应力的条件

$$\varepsilon_y=[\sigma_y-\nu(\sigma_z+\sigma_x)]/E=0$$

$$\sigma_y=\nu(\sigma_z+\sigma_x)$$

如果 $\sigma_z=\sigma_x$

$$\sigma_y=2\nu\sigma_x<\sigma_x$$

$$\sigma_y=\sigma_3$$

如果 $\sigma_z=k\sigma_x \quad k\geq 1.0$

$$\sigma_y=\nu(1+k)\sigma_x$$

$$k<(1-\nu)/\nu$$

$$\sigma_y<\sigma_x$$

$$\sigma_y=\sigma_3$$

减载的泊松比小于加载

$\sigma_y = \nu(\sigma_z + \sigma_x)$

$\sigma_z = \sigma_x = 100\text{kPa}$

$\nu_l = 0.3$

$\sigma_y = 60\text{kPa}$

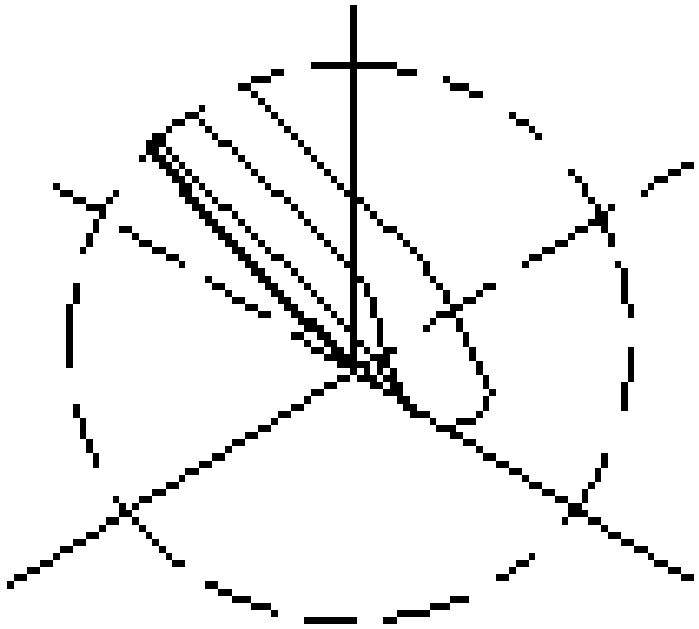
如果：$\nu_u = 0.2$

$\sigma_z = \sigma_x = 20\text{kPa}(\Delta\sigma_z = \Delta\ \sigma_x = 80\text{kPa})$

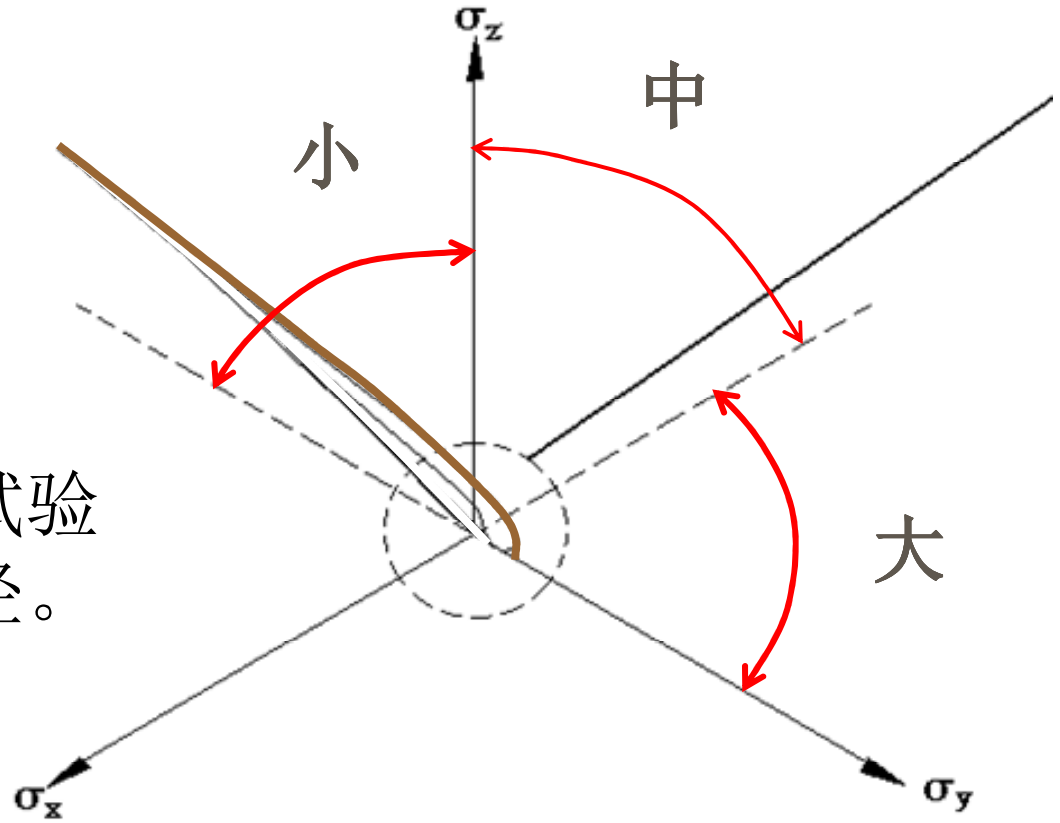
$\sigma_y = 28\text{kPa}(\Delta\sigma_y = 32\text{kPa})$

σ_y=变成大主应力$\sigma_y = \sigma_1$

为什么超固结土可　$K_0 > 1.0$？



卸载时，σ_y 小主应力—中主应力—大主应力



k=1.17 的平面应变等比试验中，应力循环时应力路径。

3.4.3 主应力方向的影响—土强度的各向异性

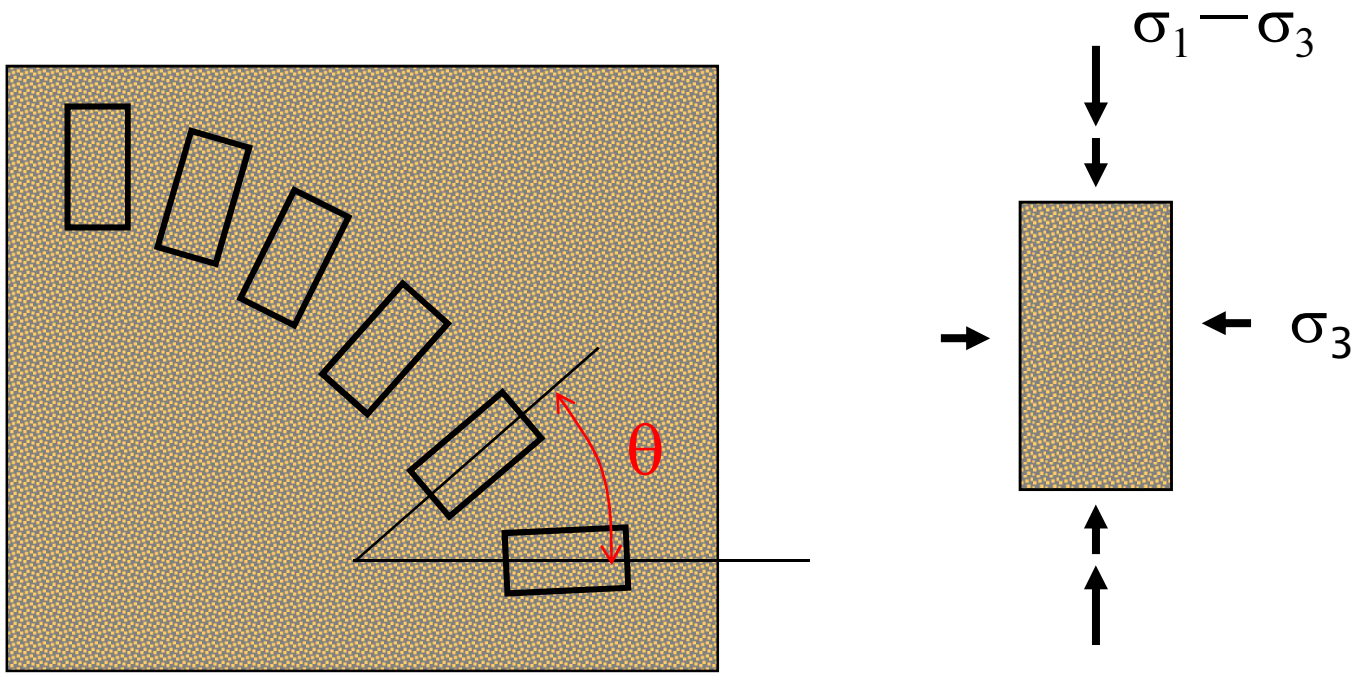


图3－39 砂土不同方向取样的强度试验

撒砂砂土→自下而上通入CO_2 →饱和→

-25°冻结→不同方向取样→三轴试验

P159

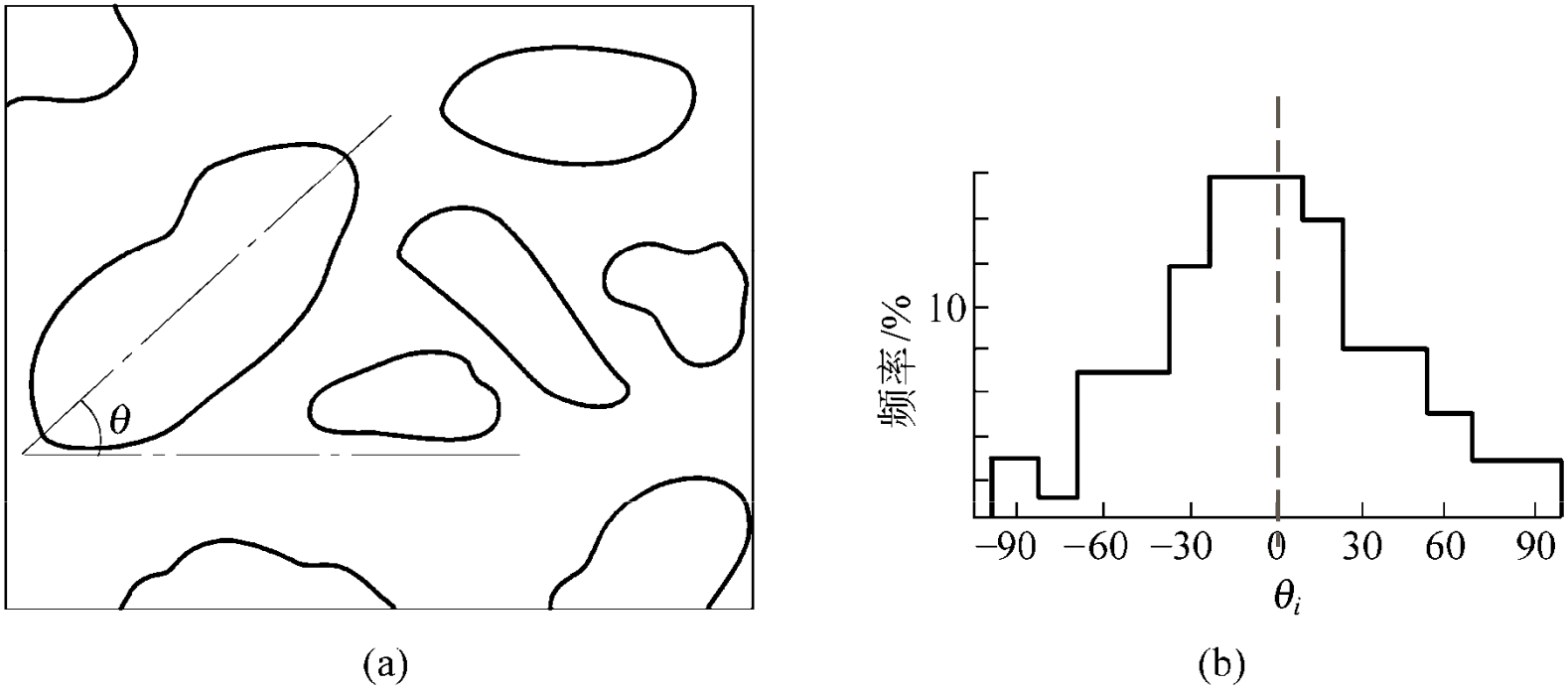


图2—75 颗粒长宽比

颗粒长宽比：$L/W=1.64$，定向作用造成土的各向异性

P160

3.4.3 主应力方向的影响—土强度的各向异性

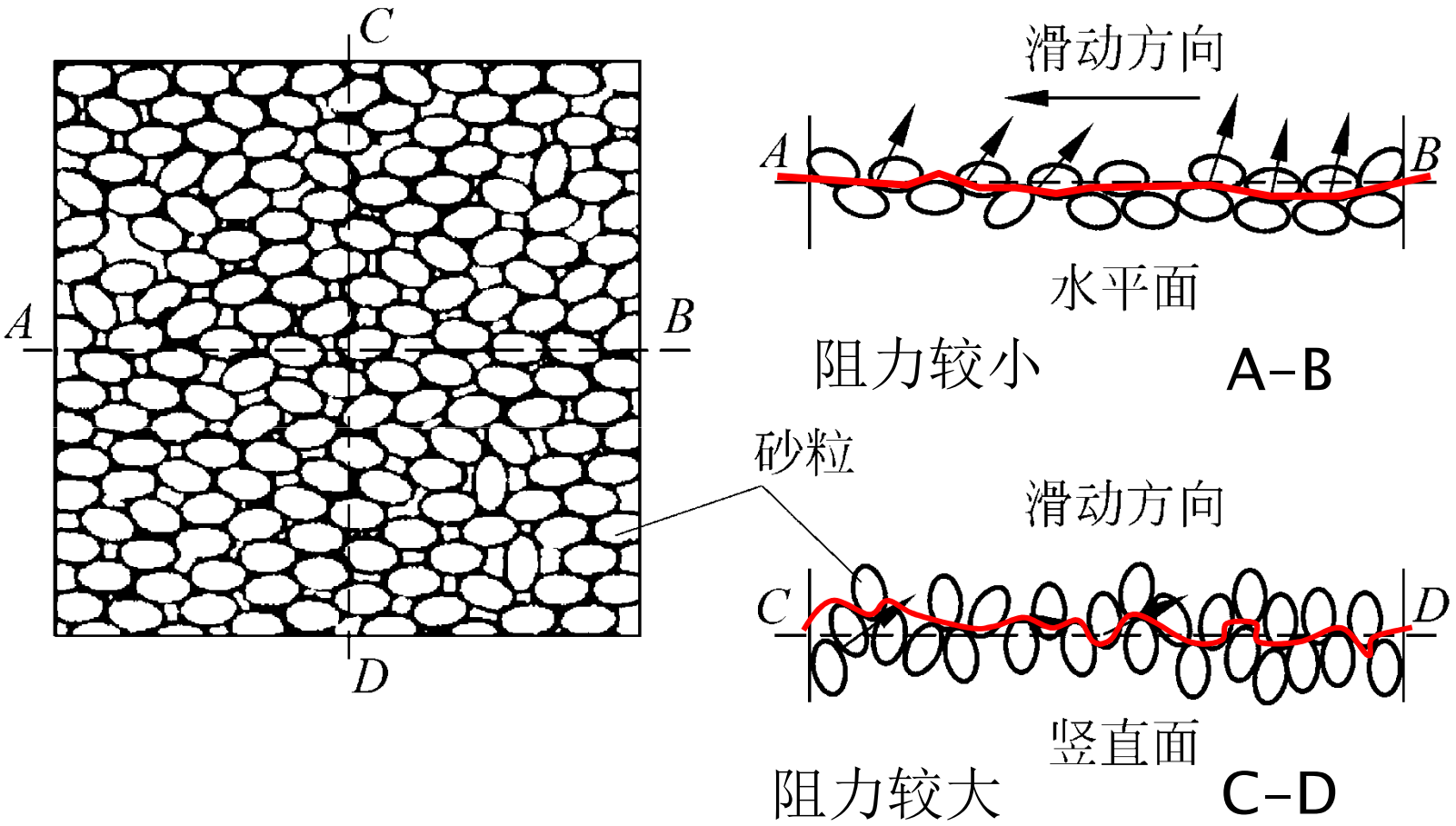


图3—41 砂土颗粒排列

P160

3.4.3 主应力方向的影响—土强度的各向异性

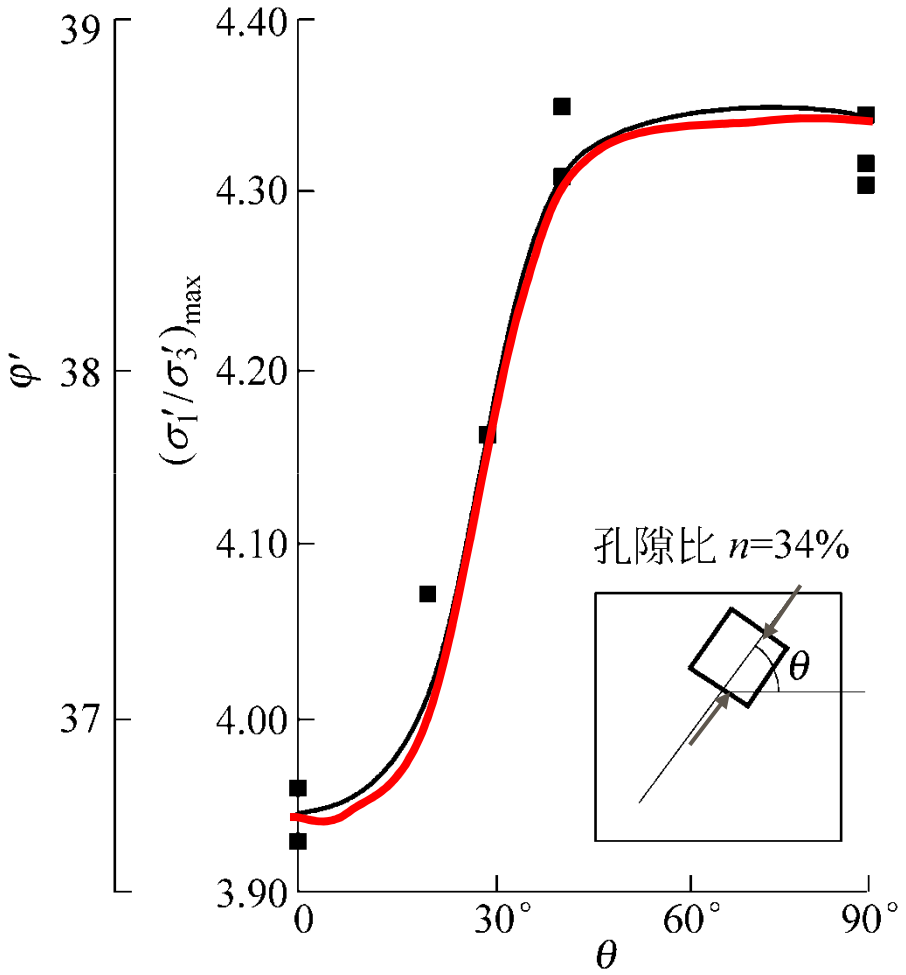
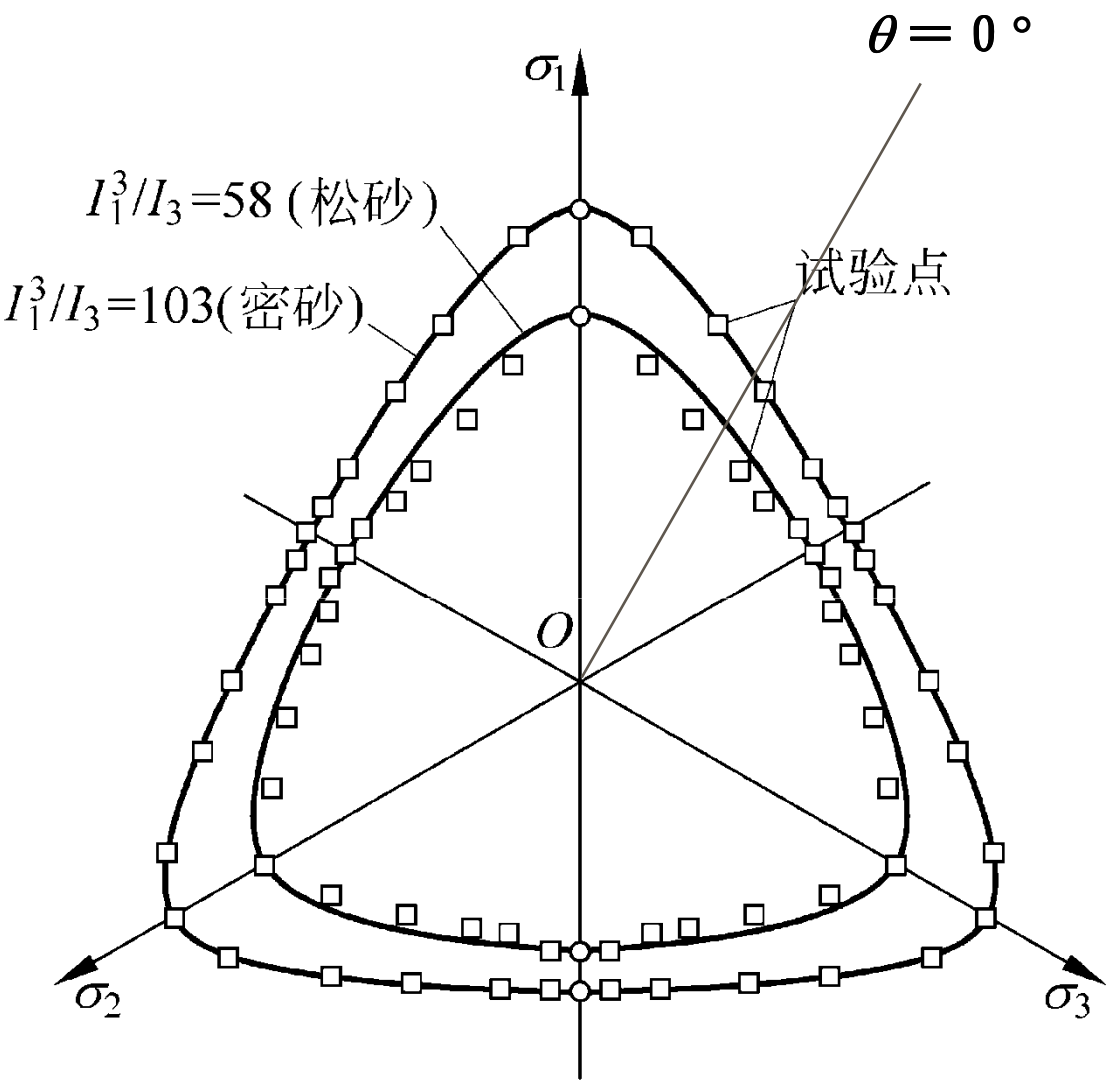


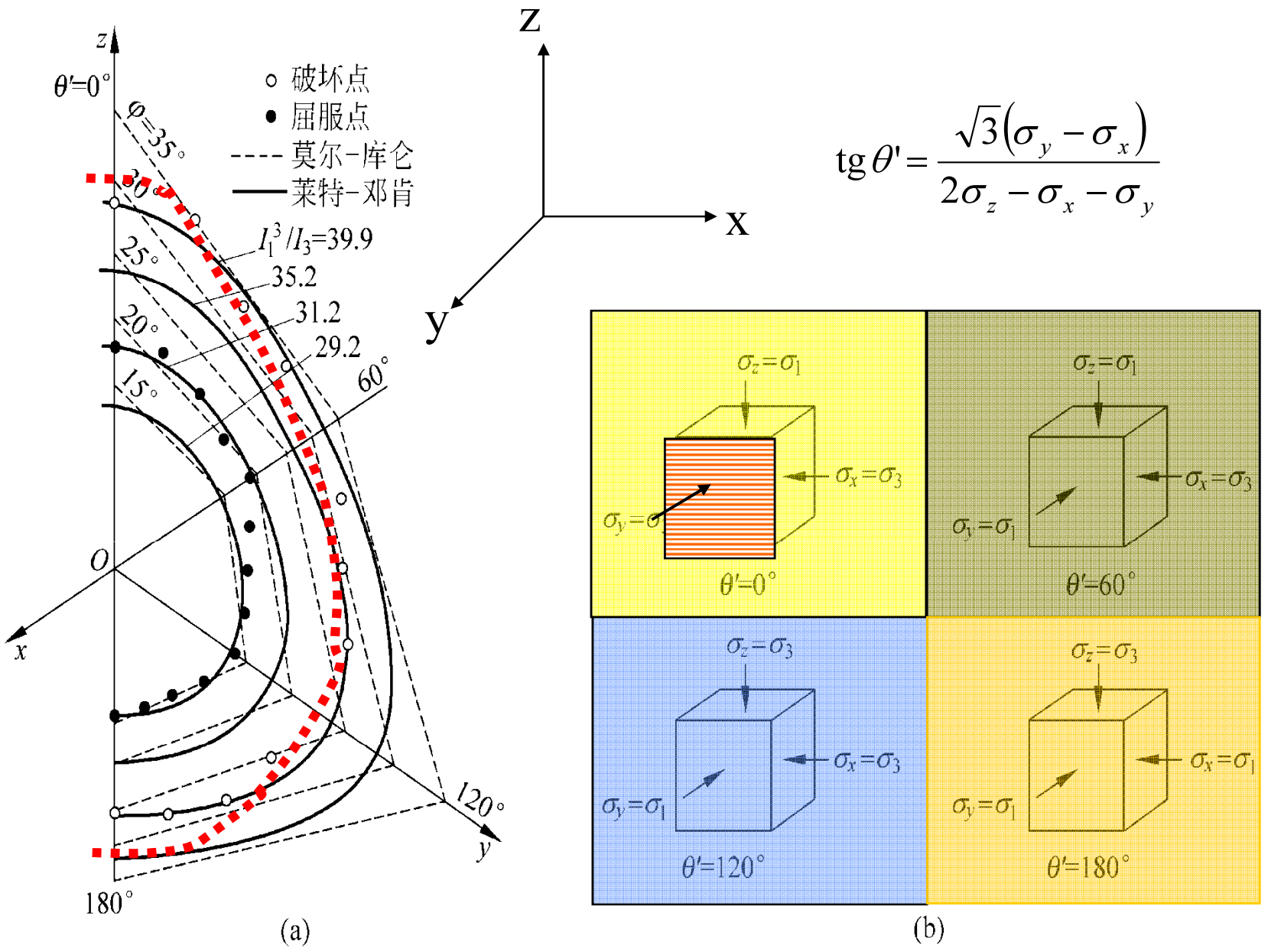
图3－40 主应力方向对砂土强度的影响

P160

$$\tan\theta = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sqrt{3}(\sigma_1 - \sigma_3)}$$



各向同性砂土的Lade-Duncan强度准则



$$\operatorname{tg}\theta' = \frac{\sqrt{3}(\sigma_y - \sigma_x)}{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y}$$

图3－42 砂土真三轴试验的结果

P161

黏粘土的各向异性

颗粒排列与作用力：分散结构与絮凝结构

固结历史：超固结与正常固结：$\sigma_3=k_0\sigma_1$

土质埋深

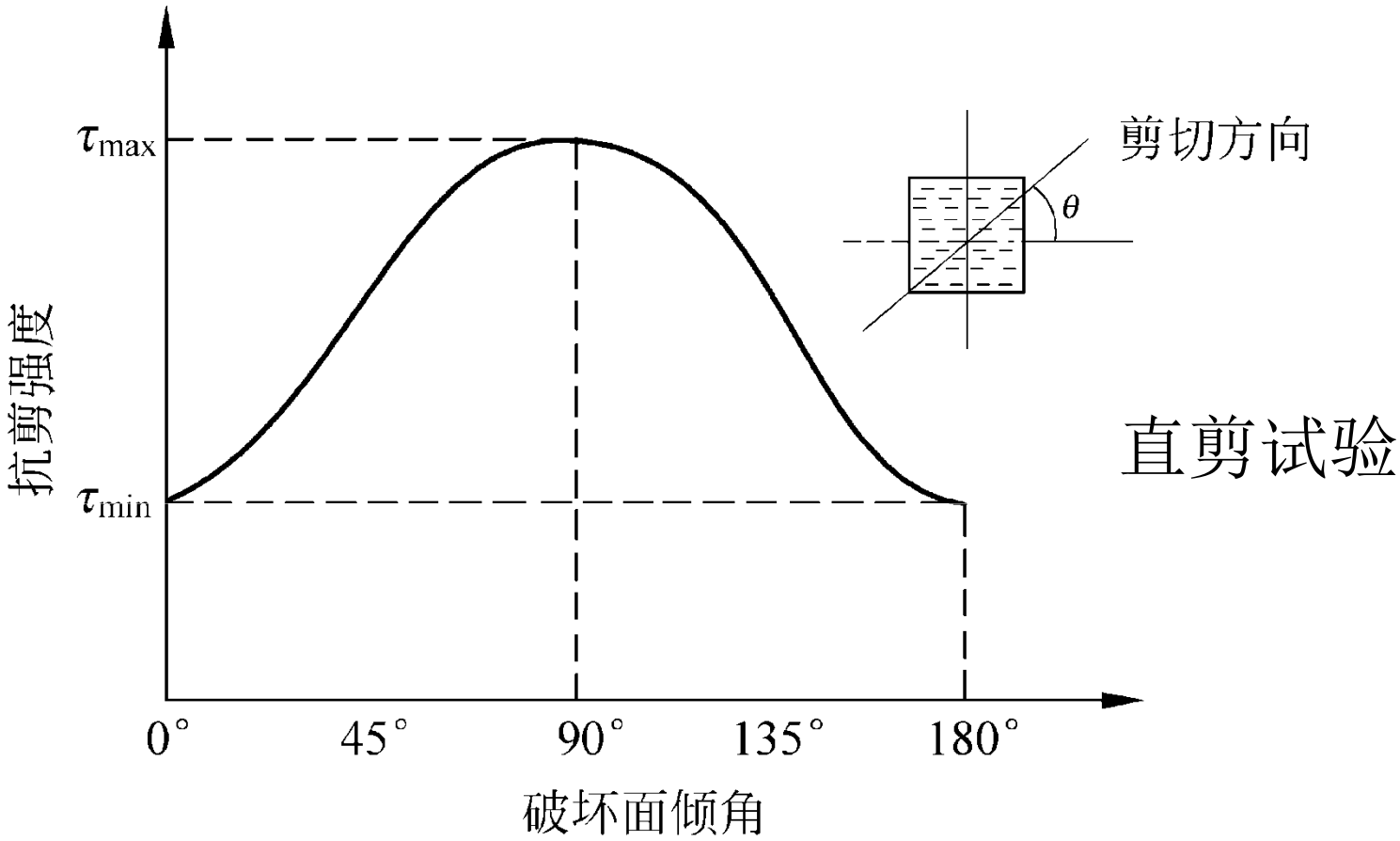


图3－43 剪切方向与抗剪强度

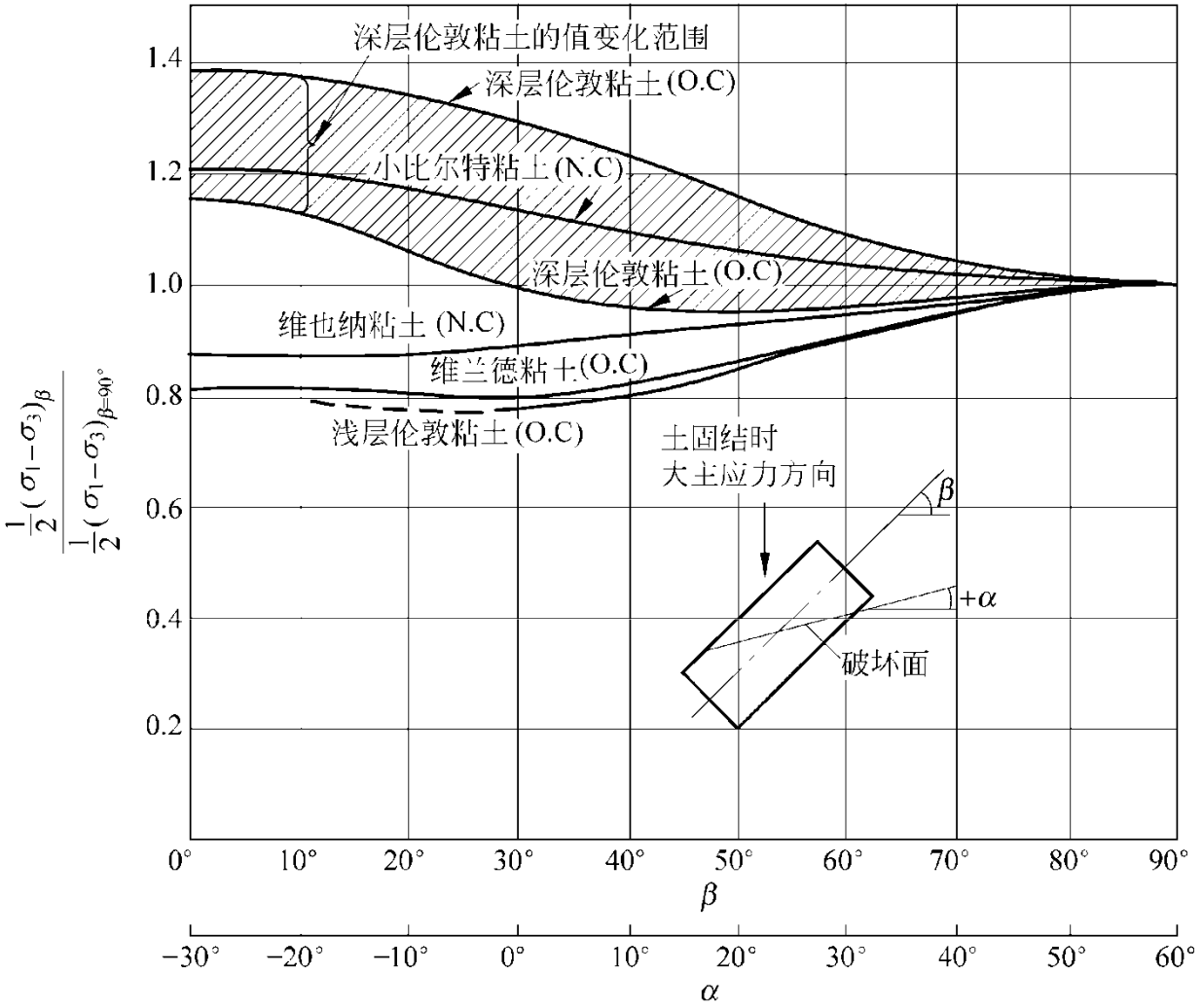


图3－44 不同黏土在三轴不排水强度与主应力方向的关系

α：剪切破坏面与水平方向的夹角；

β：试样轴向与水平方向夹角。

土K_0固结时的大主应力方向为竖直方向。

(1) 应力历史(正常固结与超固结)

(2) 埋深

(3) 地区，结构性

P162

应力路径对土的强度的影响

（1）应力路径对于砂土的有效应力强度指标一般影响**不大**。

（2）对于黏土，只要没有太大的应力反复，其有效应力强度指标受应力路径**影响不大**。

（3）但由于不同应力路径下不排水情况下的超静孔隙水压力不同，所以**土的不排水及固结不排水强度指标是受应力路径影响的**。

3.4.4 土的抗剪强度与加载速率的关系—时间的影响

1. 瞬时加载下土的动强度

2. 土的蠕变强度

3. 土的时效性——拟似超固结土

1. 瞬时加载下土的动强度

（1）在冲击荷载下，土的强度一般有所提高，这可能与土的破坏需要一定能量有关。

（2）对于饱和土，控制土强度的是加载速率，产生的超静孔隙水压力是否消散。

干砂的强度与加载时间的关系

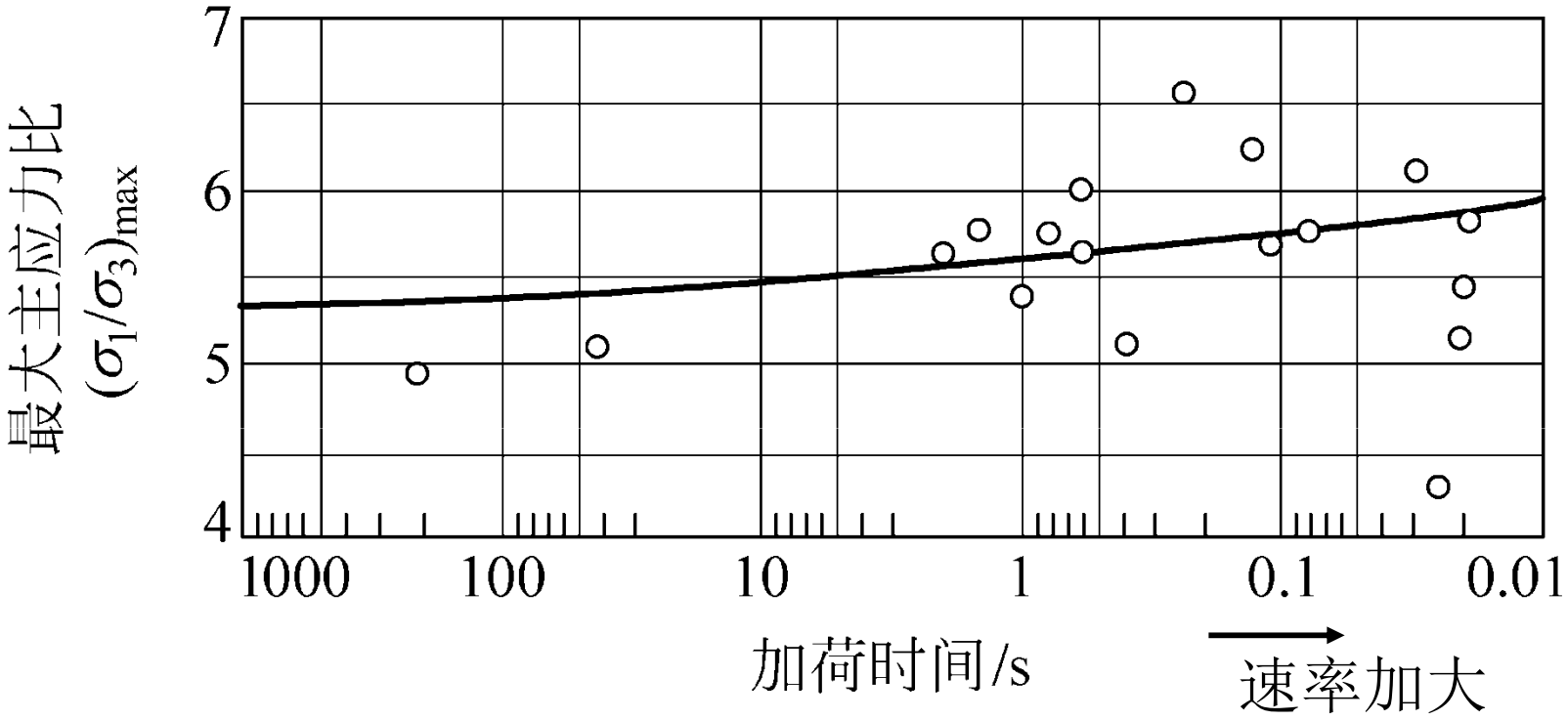


图3－45 加载速率与土的强度

$$(\tau_{max})_d = K(\tau_{max})_s$$

K: 黏土、砂土；饱和；围压

P163

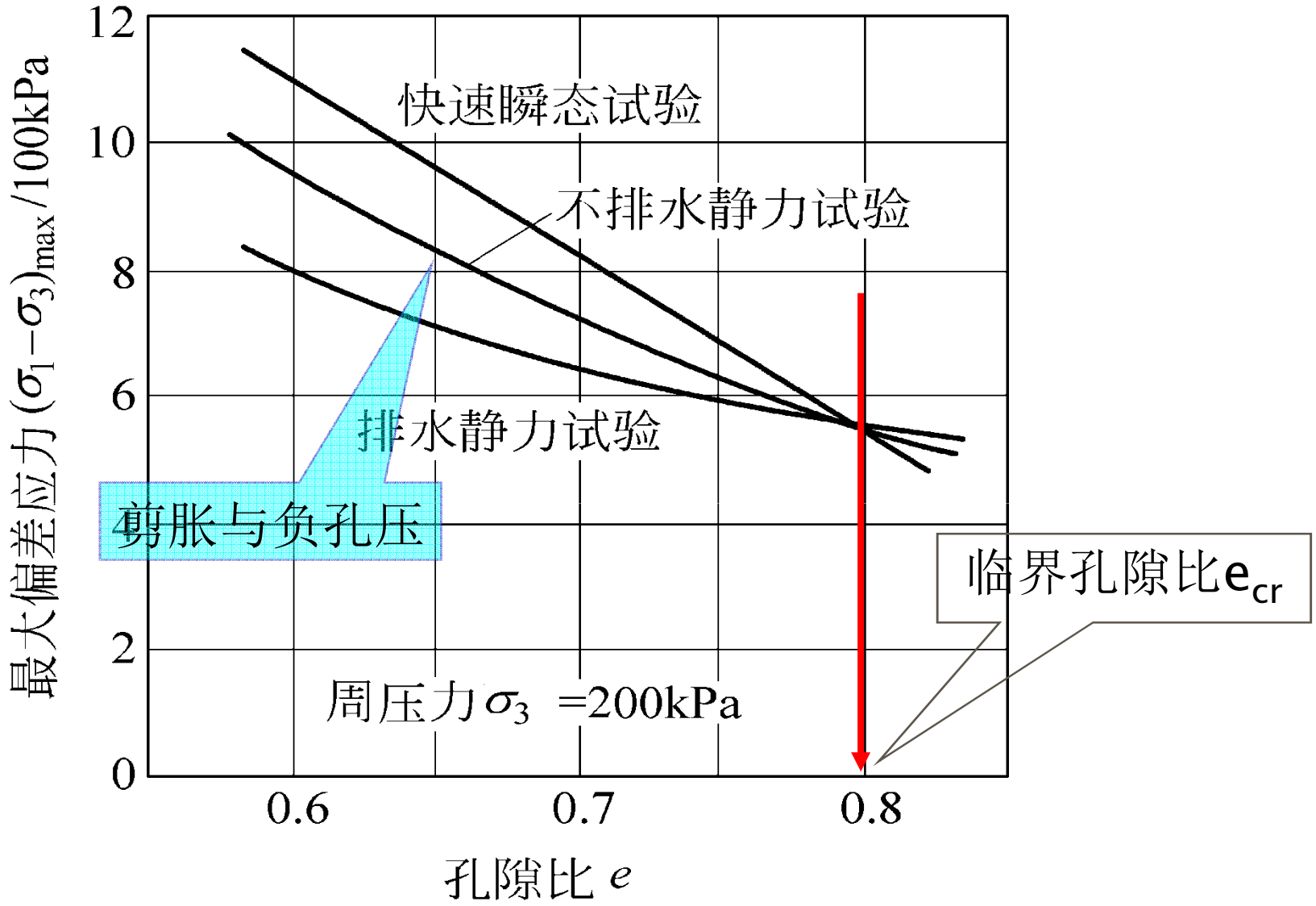


图3－46 饱和砂土在不同试验中的强度－孔隙比e

P163

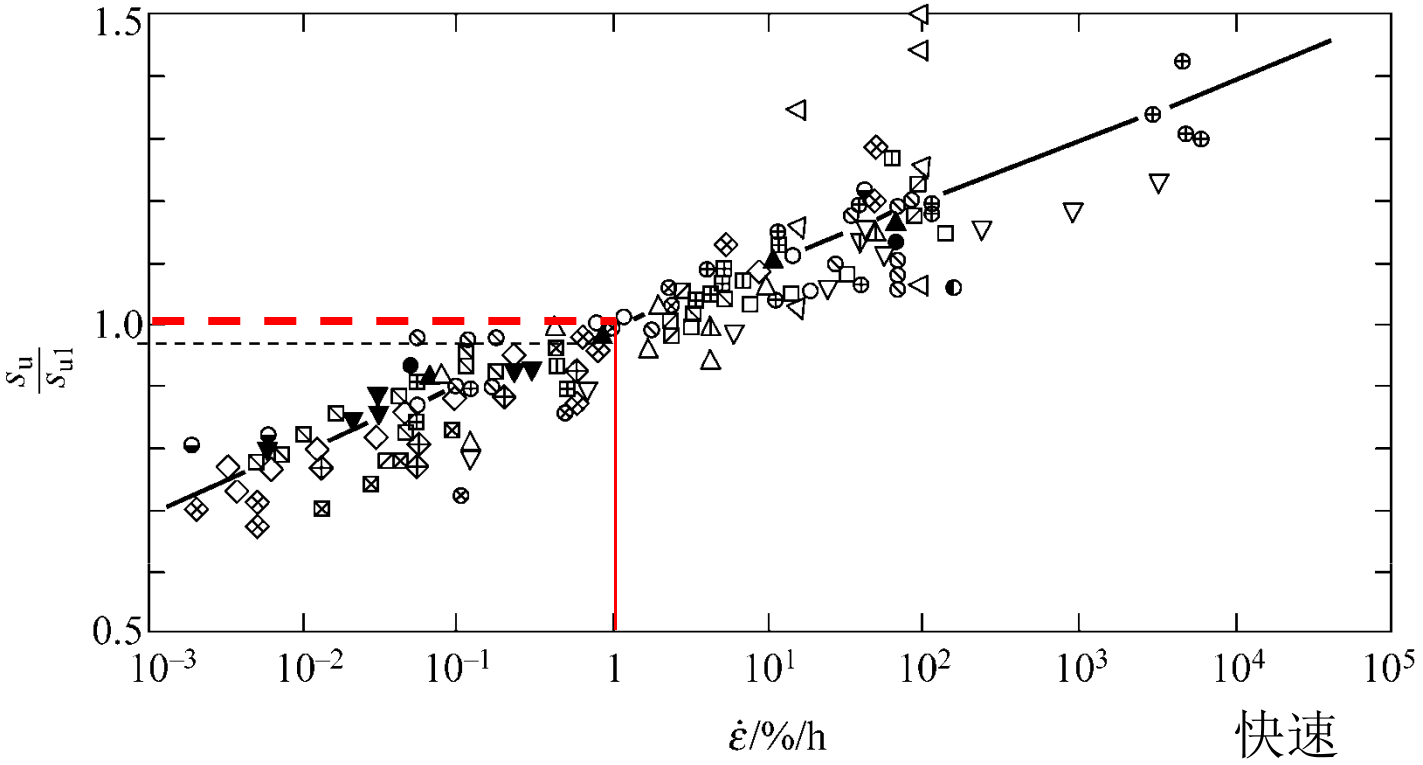


图3－47 加载速率与黏土的不排水强度cu

$$\frac{s_u}{s_{u1\%/小时}} = 1 + 0.10 \lg \dot{\varepsilon}$$

P164

2. 土的蠕变强度

蠕变强度对于土工问题有重要意义：

（1）土坡的稳定问题，破坏可能从土体的局部高应力水平区开始，由于蠕变向外逐步扩展，达到土体剪切破坏发生滑坡。许多天然滑坡就是这样发生的。

（2）挡土构造物中的土压力也受蠕变的影响，土的长期强度降低而使主动土压力增加。例如在软粘土中开挖的基坑，如果基坑暴露时间过长，其支护结构可能会由于土的流变性而产生的应力松弛而破坏。

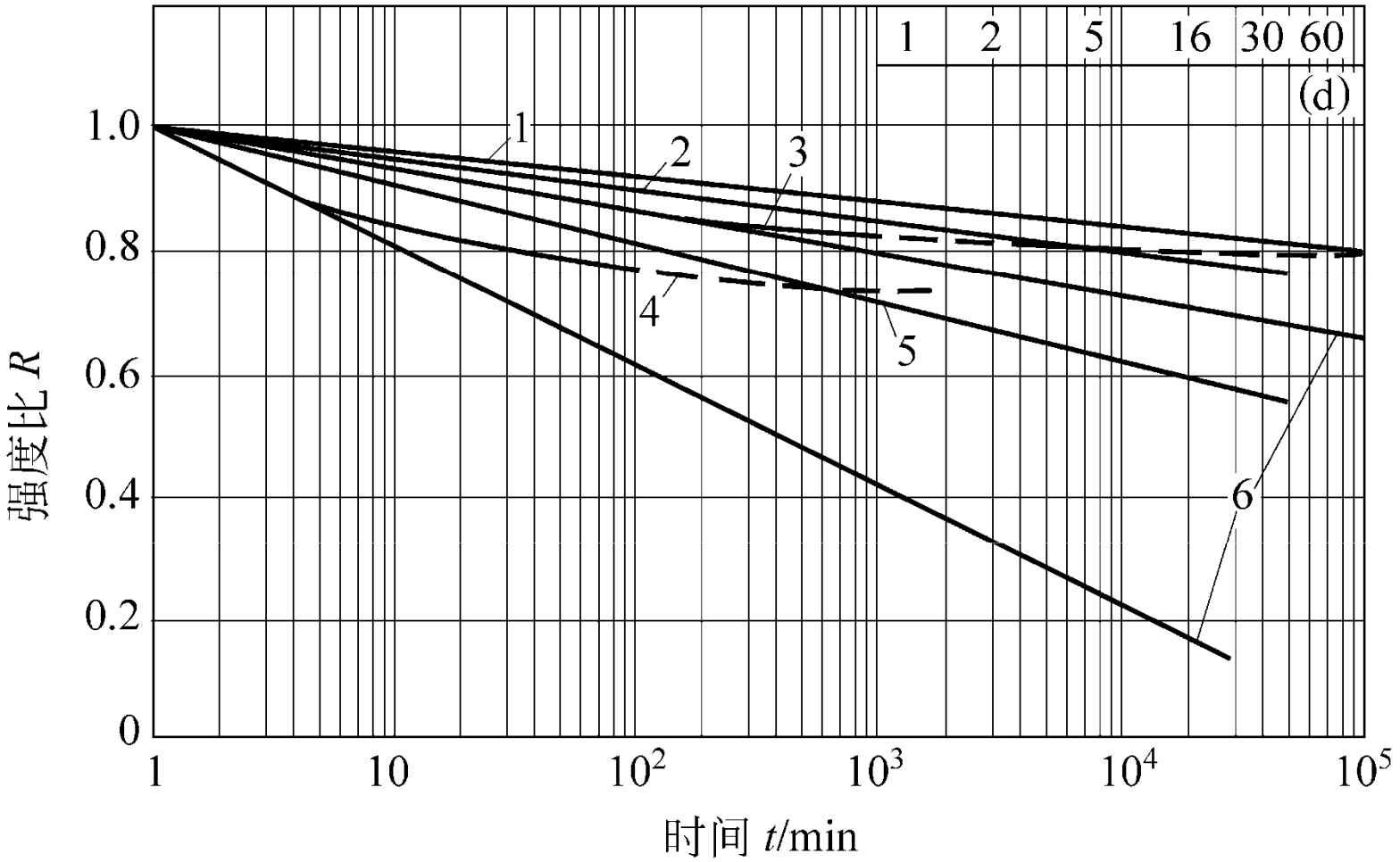


图3－48 不同黏土的蠕变强度

6种原状粘土，无侧限抗压强度q_u

P165

次压缩系数c_α

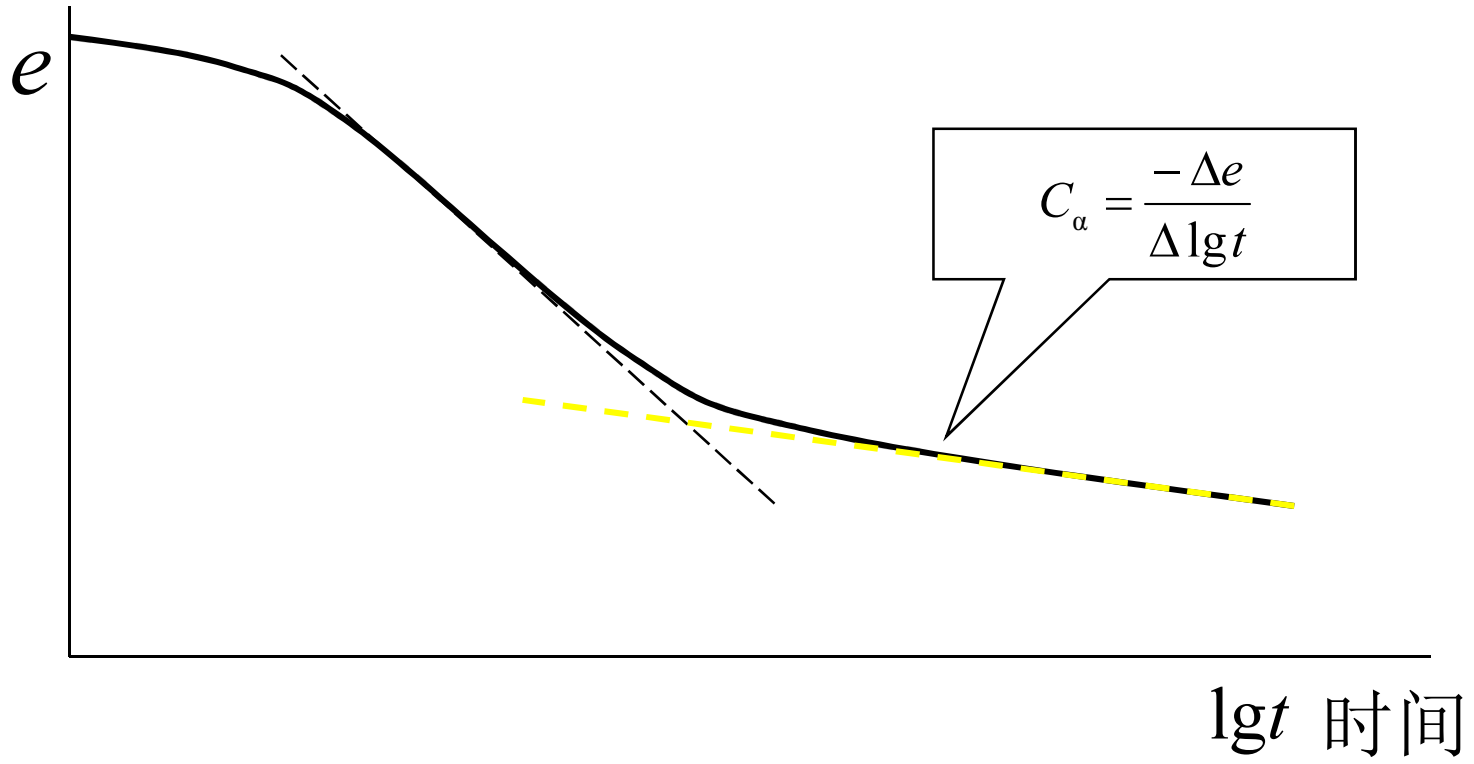


图5—3 次压缩系数

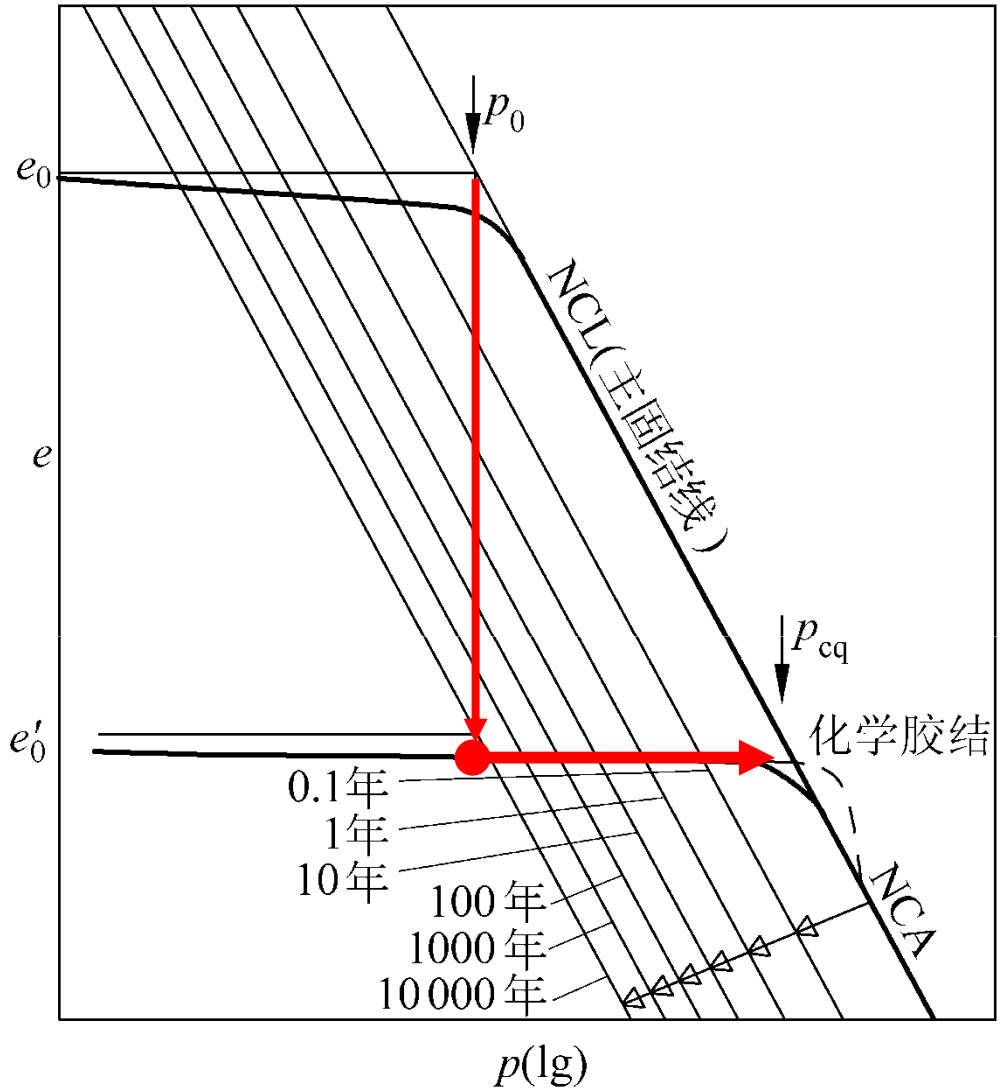
3. 土的时效性——拟似超固结土（Quasi-over consolidation）

（1）正常固结土。

（2）主固结已经完成。但如果此压力长时间继续施加，由于土的流变性而发生的次固结会使它继续压缩变密，从而使粘土颗粒间进一步接近使粒间力加强和胶结材料凝固。

（3）在成千上万年的有效应力作用下，次固结使这种正常固结的老粘土表现为类似超固结土的特性。

（4）拟似超固结土”QOC（Quasi-over consolidation）。



P_{cq}相当于先期固结压力，性质接近与超固结土：

$(p_0-e'_0)=(P_{cq}-e'_0)$

10000年，Q_3，老粘土。

图3－49 不同固结时间的压缩试验曲线

P165

（1）峰值强度提高。

（2）残余强度接近相同正常固结土。

（3）K_0变小。

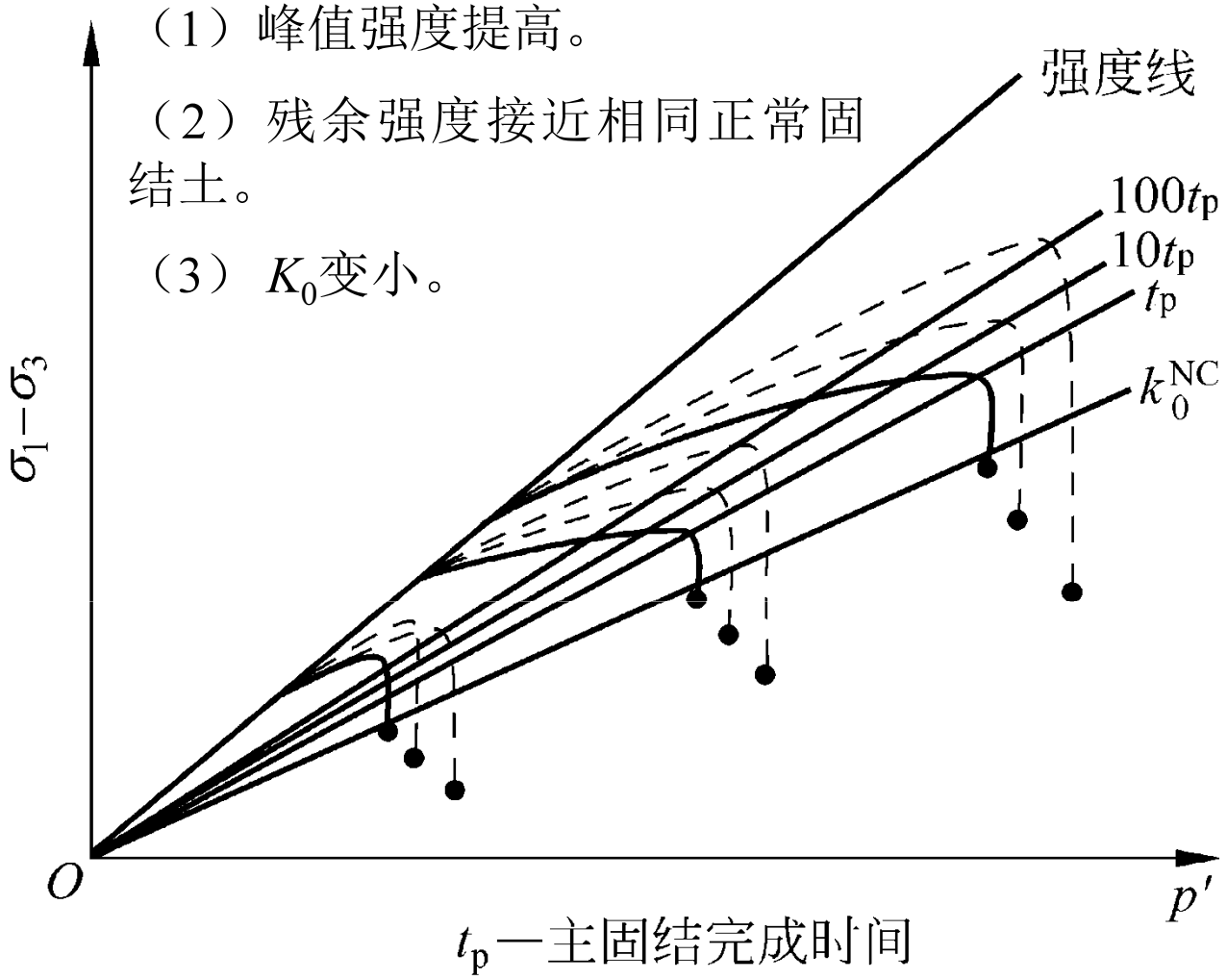


图3—50 不同固结历时的固结不排水试验有效应力路径

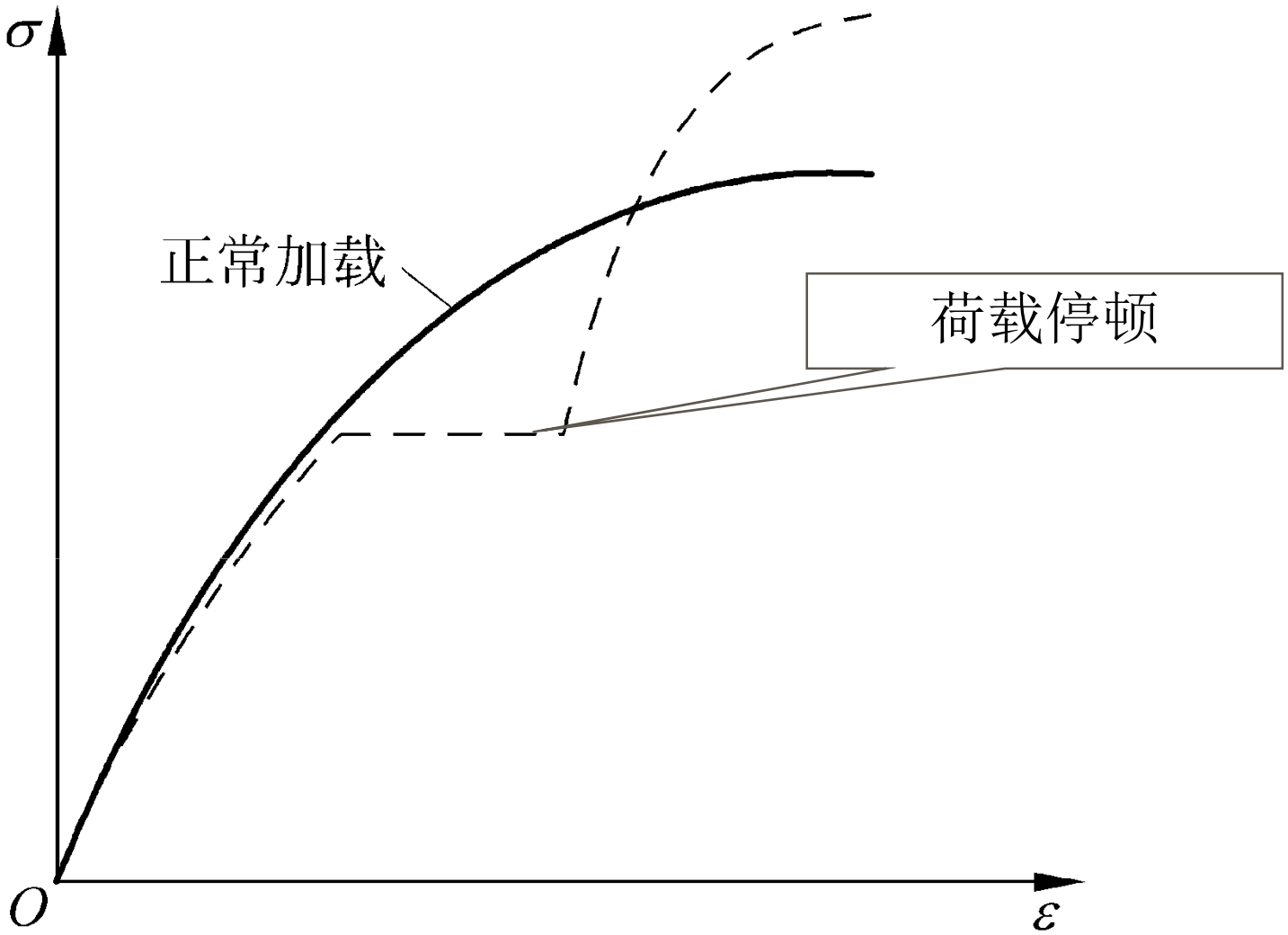


图3—51 荷载停顿与应力应变曲线

3.4.5 温度与土强度关系

在较高温度下，水的黏滞性变小，渗透系数增加，

（1）从而在高温下固结的饱和黏土的孔隙比减小，土的密度也越高，强度也会提高。

（2）在不排水情况下剪切时，较高的剪切温度可能产生较高超静孔隙水压力，减少土的有效应力，从而使土的抗剪强度下降。

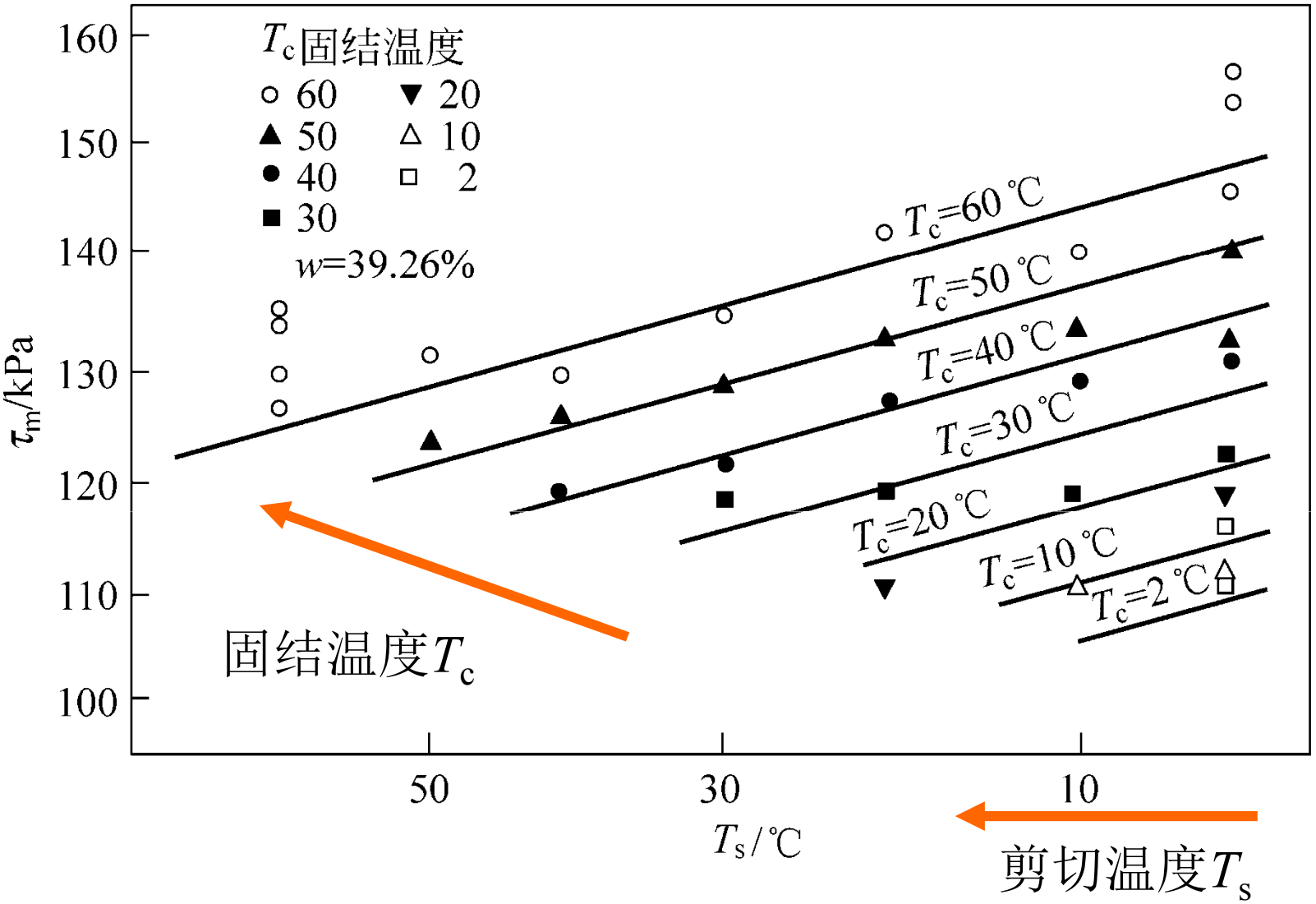


图3－52　固结不排水试验中温度对强度的影响

P166

3.5 土的排水与不排水强度

3.5.1 概述

3.5.2 砂土的排水和不排水强度

3.5.3 黏土的排水与不排水强度

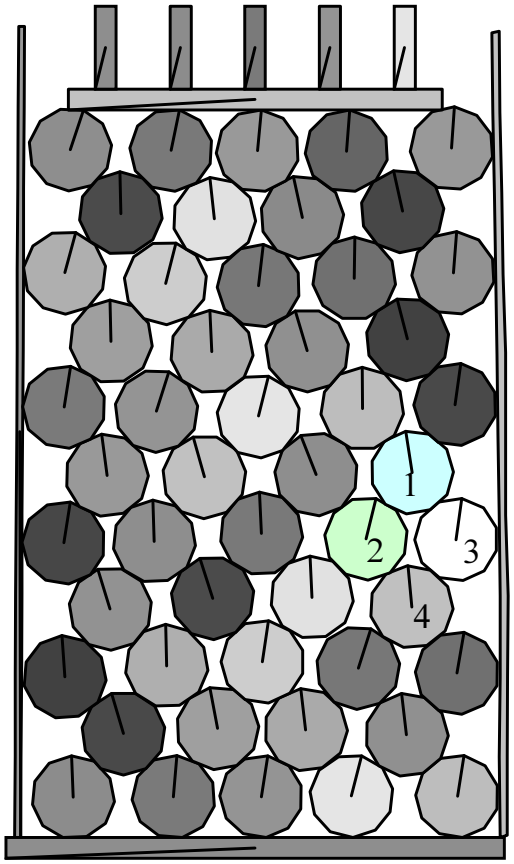
3.5.1 概述

- 关于有效应力原理的一些错误的认识与作法

$$\sigma = (1-n)\sigma' + nu$$

$$\sigma = \sigma' + u$$

$$u = \xi\gamma_w h$$



P168

3.5.1 概述

饱和土的有效应力原理的推导(1)：$P = P' + P_w = P' + u(A - A')$

由于颗粒间接触点的面积很小。 $\frac{P}{A} = \frac{P'}{A} + u(1 - \frac{A'}{A}) = \frac{P'}{A} + u(1 - \alpha)$

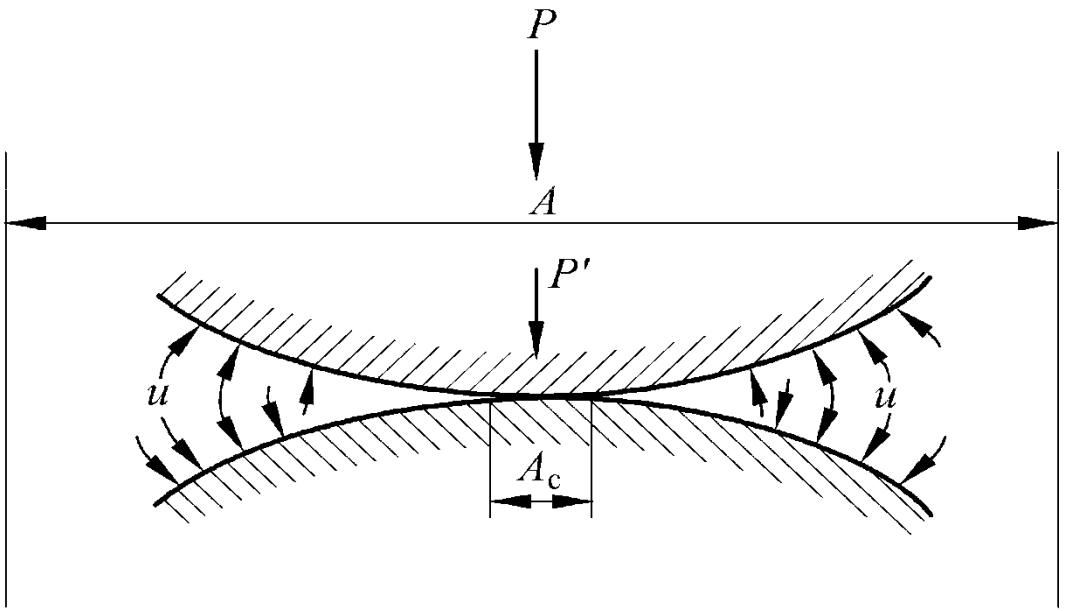


图3－53 土粒的接触

$$\alpha = \frac{A'}{A} \approx 0$$

$$\sigma' = \frac{P'}{A}$$

$$\sigma = \sigma' + u$$

有效应力的定义

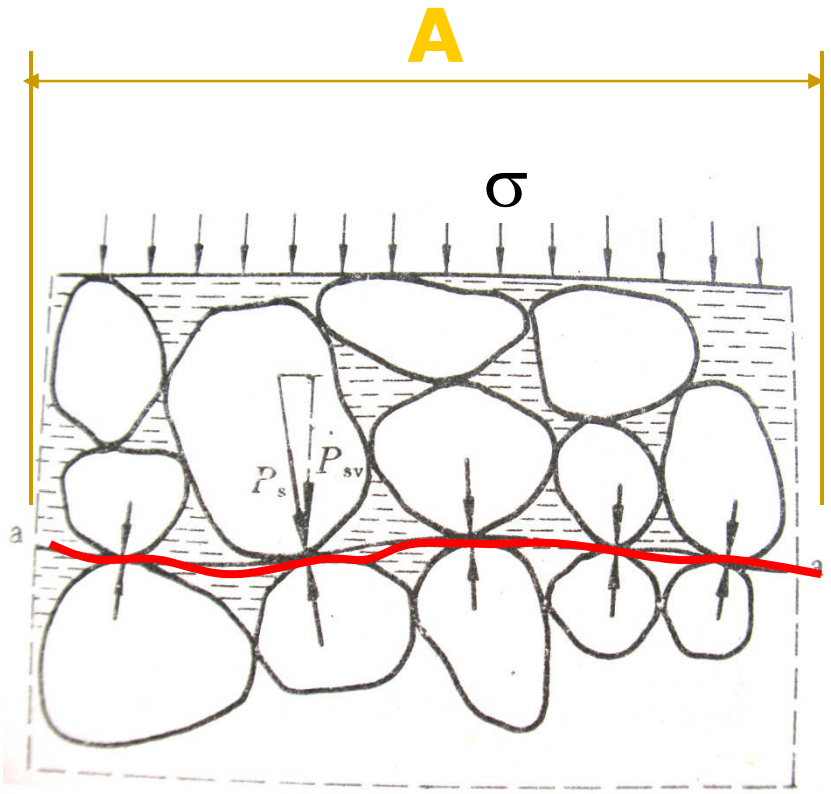
P168

有效应力原理的推导(2)

$$\sigma = \frac{\sum P_{svi}}{A} + (1-\alpha_c)u$$

$$\alpha_c = \frac{\sum A_{ci}}{A} \to 0$$

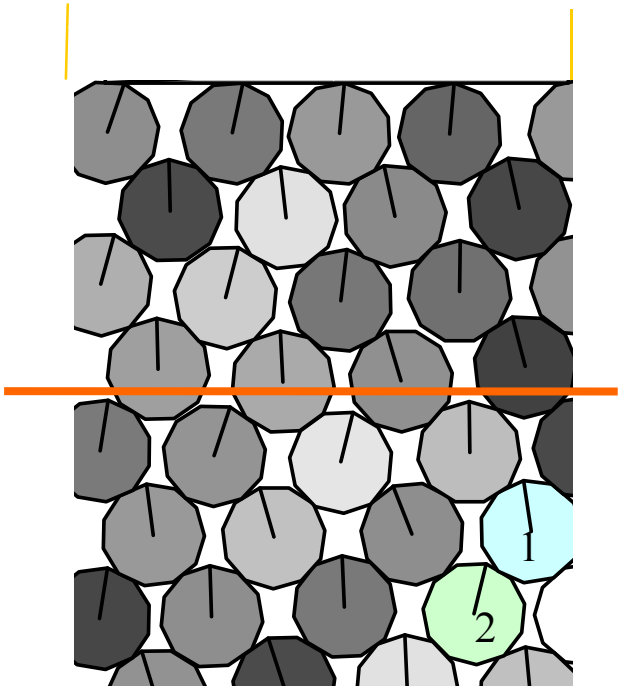
$$\sigma' = \frac{\sum P_{svi}}{A}$$

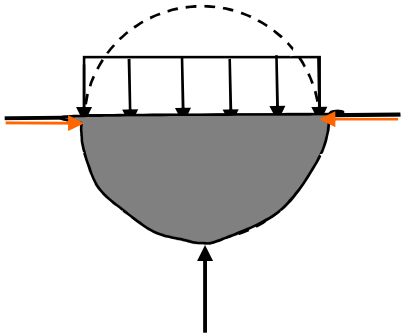


土颗粒之间为点接触，接触面积可以忽略$\alpha_c \to 0$。

$$\sigma = \sigma' + u$$

P167





$$\sigma = \sigma' + u$$

$$P_1 = \sum \sigma_{si} A_{si} = \sum (P_{svi} + uA_{si}) = \sum P_{svi} + Au(1-n)$$

$$P_2 = Aun$$

$$\sum A_{si} = A(1-n)$$

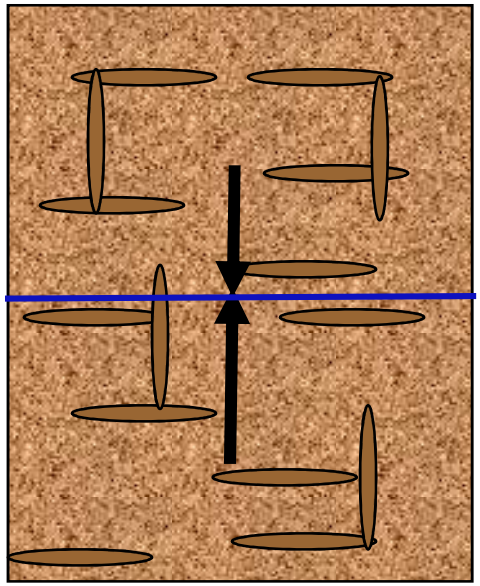
$$P = P_1 + P_2 = \sum P_{svi} + Au(1-n) + Aun$$

$$\frac{P}{A} = \frac{\sum P_{svi}}{A} + u$$

P168

多孔介质的有效应力原理的适用范围

岩石与混凝土、非饱和土有效应力原理形式不同。某些多孔介质的孔隙与固体可能都是连续的，固体的接触面积不可忽略。



强度问题

$$\sigma' = \sigma - (1 - \frac{\alpha_c \tan\psi}{\tan\phi'})u$$

$$\sigma' = \sigma - (1 - \frac{C_s}{C})u$$

图3－55 某些多孔介质的孔隙

孔隙水压力系数

三轴应力状态的孔压系数A与B

$$\Delta u = \Delta u_0 + \Delta u_1$$
$$= B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$

P169

孔隙流体小→0（饱和）

$$B=\frac{1}{1+n\dfrac{C_v}{C_s}}$$

土骨架—压缩系数大

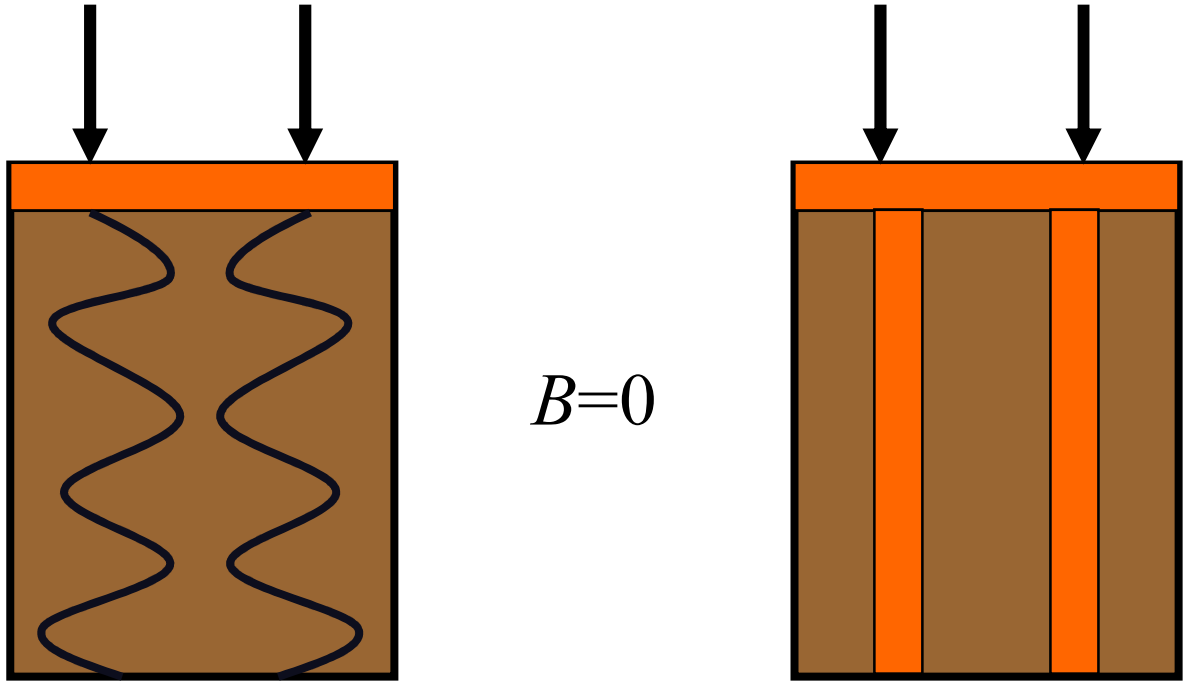


图3—56 孔压系数B

$$B=\frac{1}{1+n\frac{C_v}{C_s}}$$

块石或土	C_s $10^{-4}\times kPa^{-1}$	n（%）	B
巴斯石灰岩	0.06	15	0.468
滑　石	0.25	30	0.647
密　砂	15	40	0.988
硬黏土	80	42	0.997
软黏土	400	55	0.999

不同岩土的孔压系数***B***

P170

非饱和黏土的孔压系数B

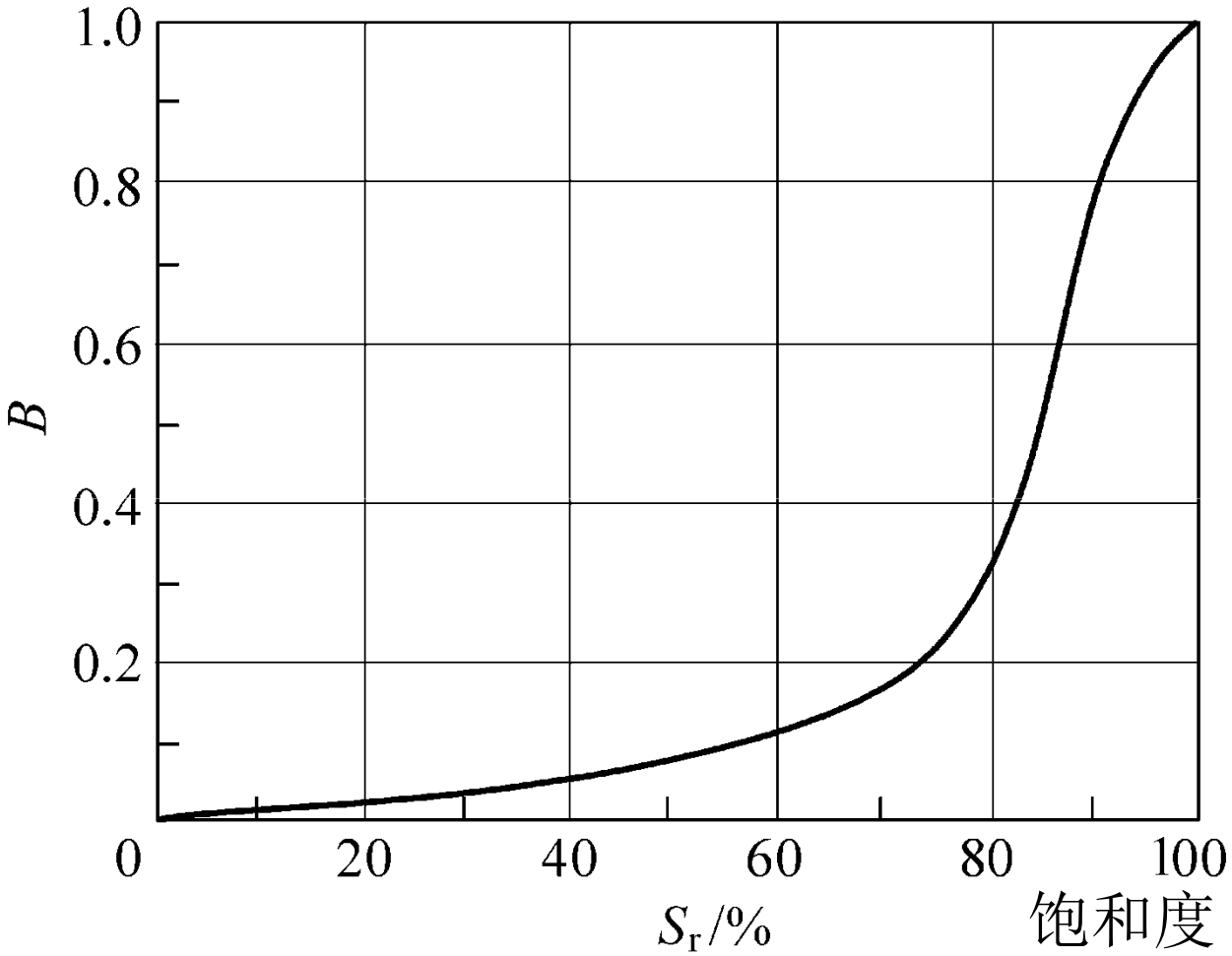


图3－78 饱和度与孔压系数B

P170

一般应力状态下： $\mathrm{d}u = B(\mathrm{d}p + a\mathrm{d}q + cq\mathrm{d}\theta)$

对于弹塑性模型，相适应流动规则：

$$f(p', q, \theta, H) = 0 \qquad H = H(\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}} \bar{\varepsilon}^{\mathrm{p}})$$

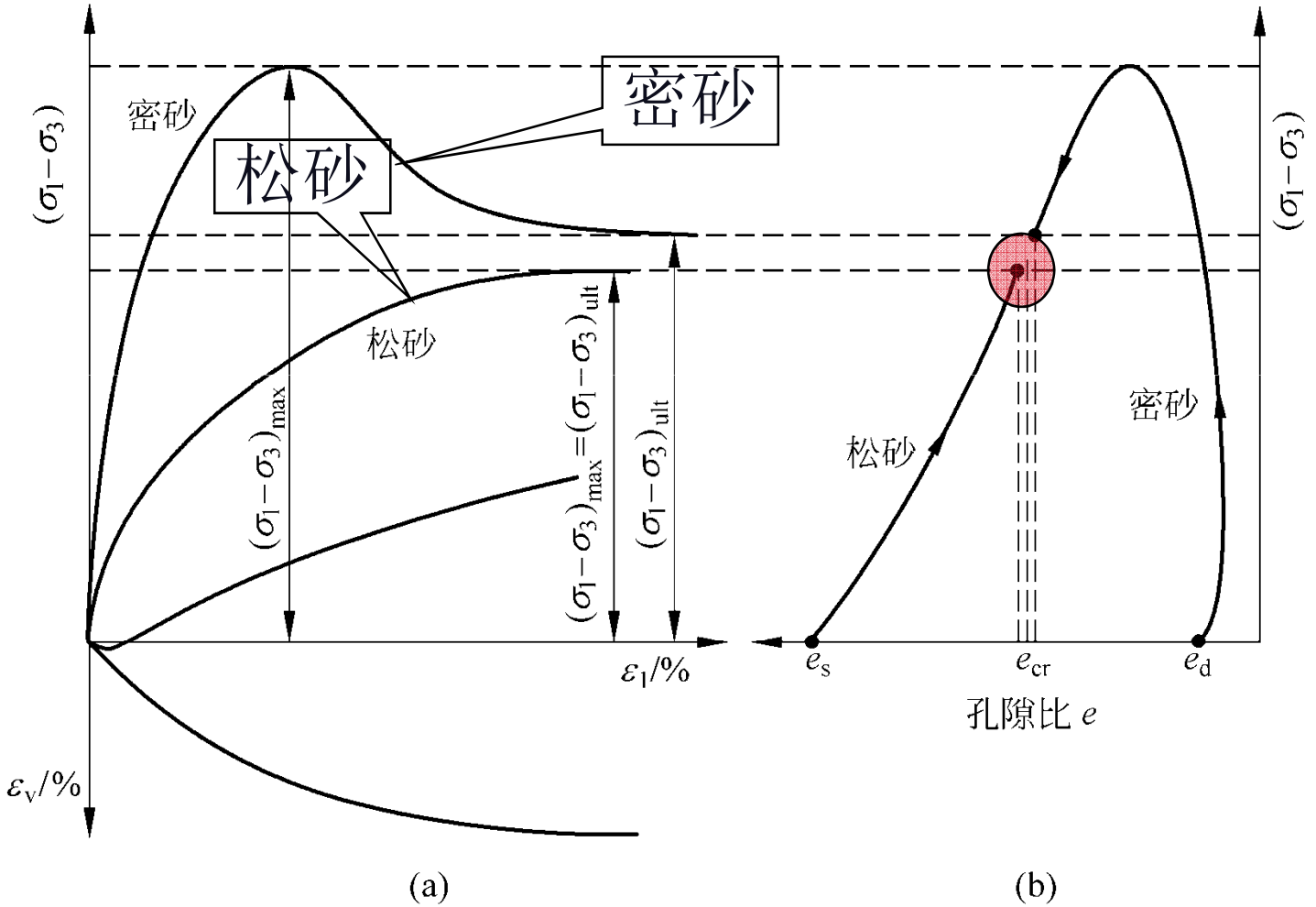
B=1.0

孔压系数 a： $a = K\dfrac{\partial f}{\partial q}\dfrac{\partial f}{\partial p'} / (A^* + K\dfrac{\partial f}{\partial p'} \cdot \dfrac{\partial f}{\partial p'})$

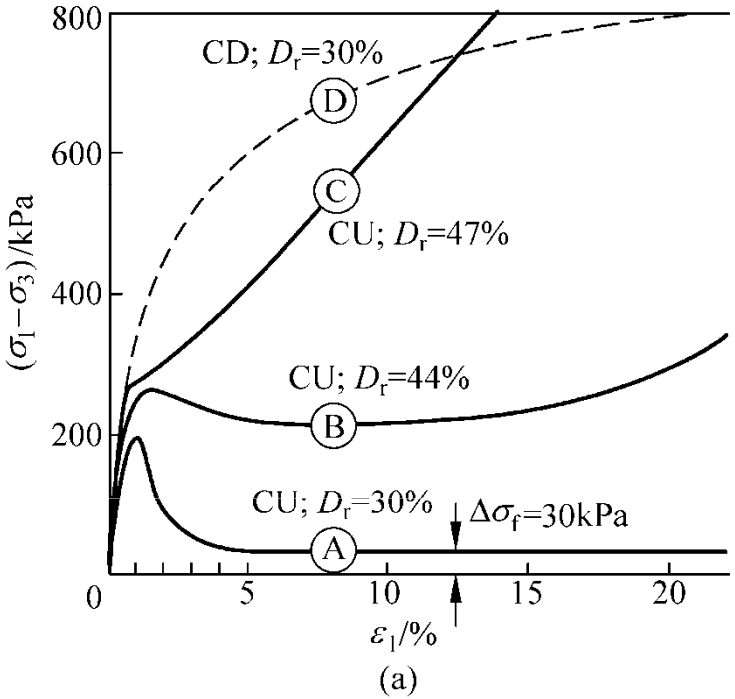
孔压系数 c： $c = K\dfrac{1}{q}\dfrac{\partial f}{\partial \theta}\dfrac{\partial f}{\partial p'} / (A^* + K\dfrac{\partial f}{\partial p'}\dfrac{\partial f}{\partial p'})$

其中 $A^* = -\dfrac{\partial f}{\partial H}(\dfrac{\partial f}{\partial p'}\dfrac{\partial H}{\partial \varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}} + \dfrac{\partial f}{\partial q}\dfrac{\partial H}{\partial \bar{\varepsilon}^{\mathrm{p}}})$

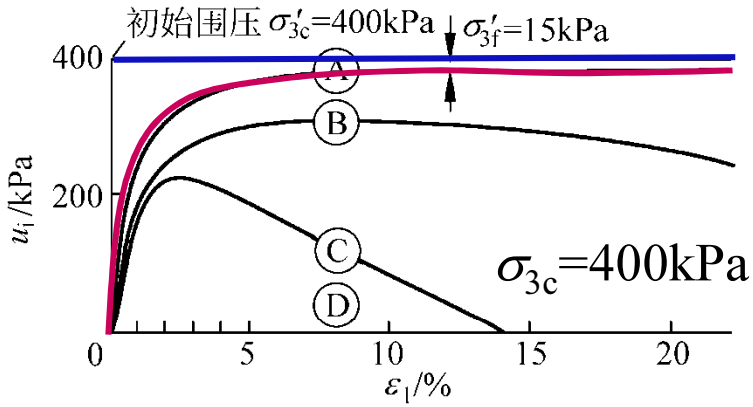
3.5.2 砂土的排水和不排水强度



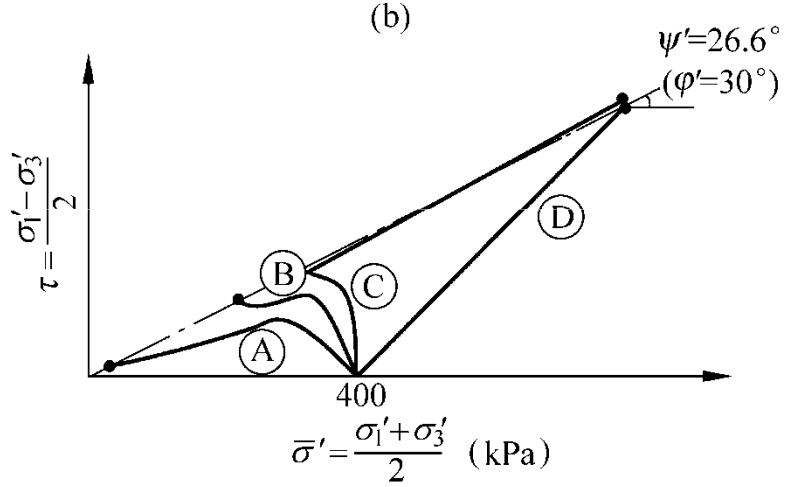
P174



(a)



(b)



(c)

C: CU, D_r = 47%， D: CD, Dr = 30%

图3－58 不同密度砂土的三轴试

P175

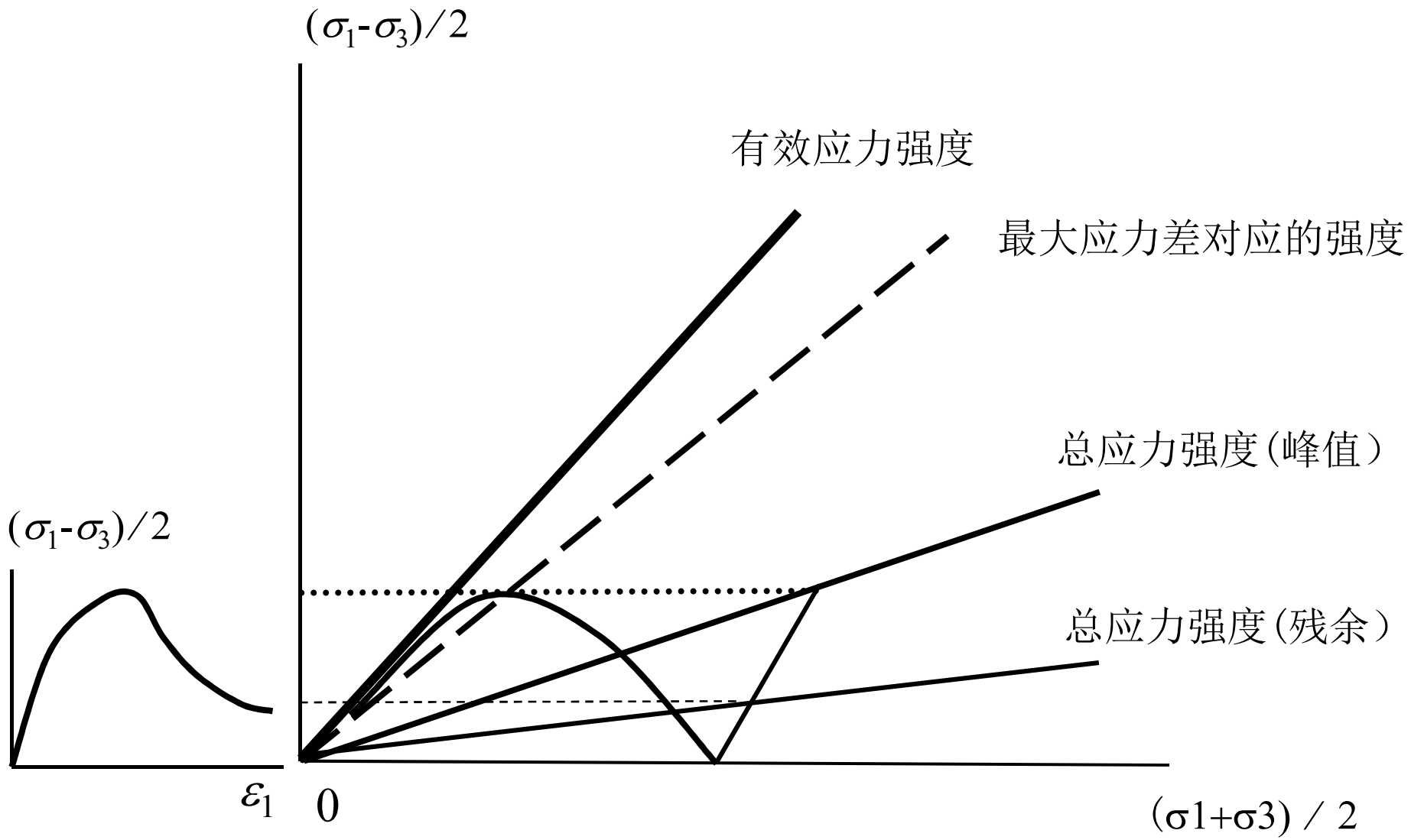


图3－59 松砂土的最大应力差与最大应力比

P175

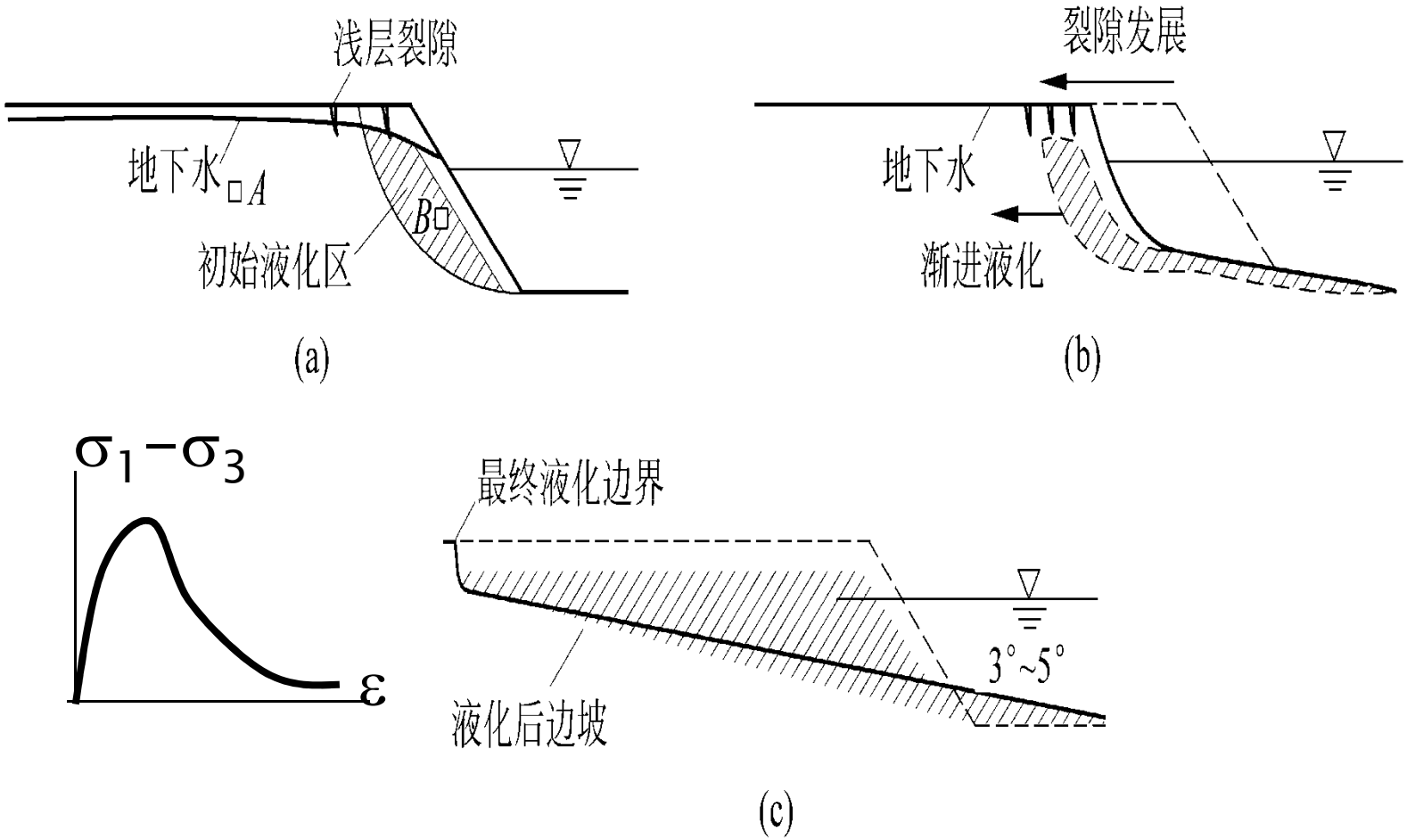


图3－60 水松砂岸坡的流滑（液化）

P175

砂土的流滑试验

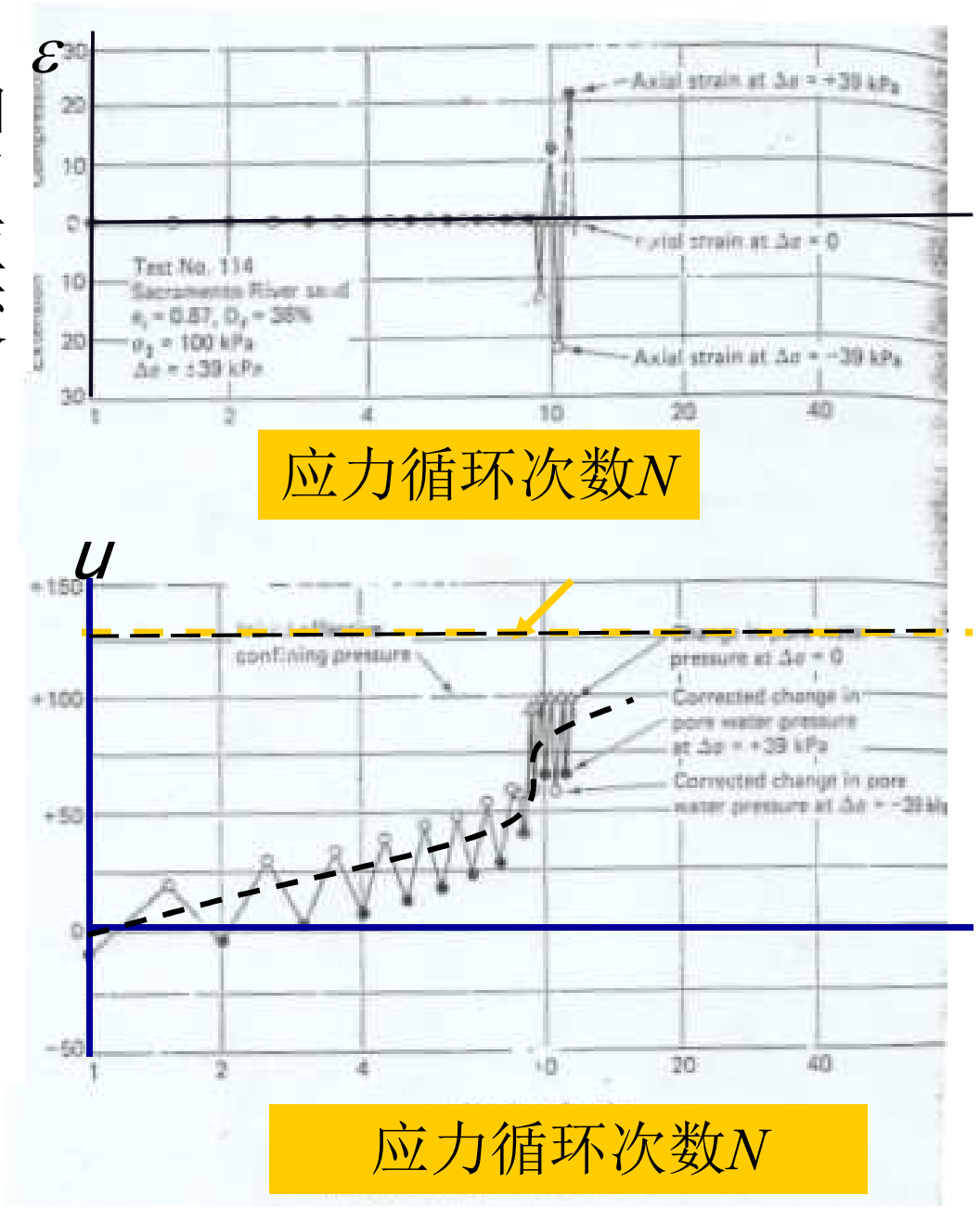
振动荷载下的饱和砂土排水试验

饱和松砂：

$\Delta\sigma_d$= 39kPa

σ_1/σ_3=2

随着循环次数的增加，孔隙水压力增加，达到极限平衡状态—轴向应变突然加大，土样破坏。



3.5.3 黏土的排水与不排水强度

1. 饱和黏土的排水试验CD
2. 饱和黏土的三轴固结不排水试验CU
3. 固结不排水试验（CU）确定的强度指标
4. 黏土的不固结不排水试验（UU）
5. 排水和不排水强度指标的工程应用
6. 非饱和土的强度与强度理论

P176

三轴排水与不排水试验

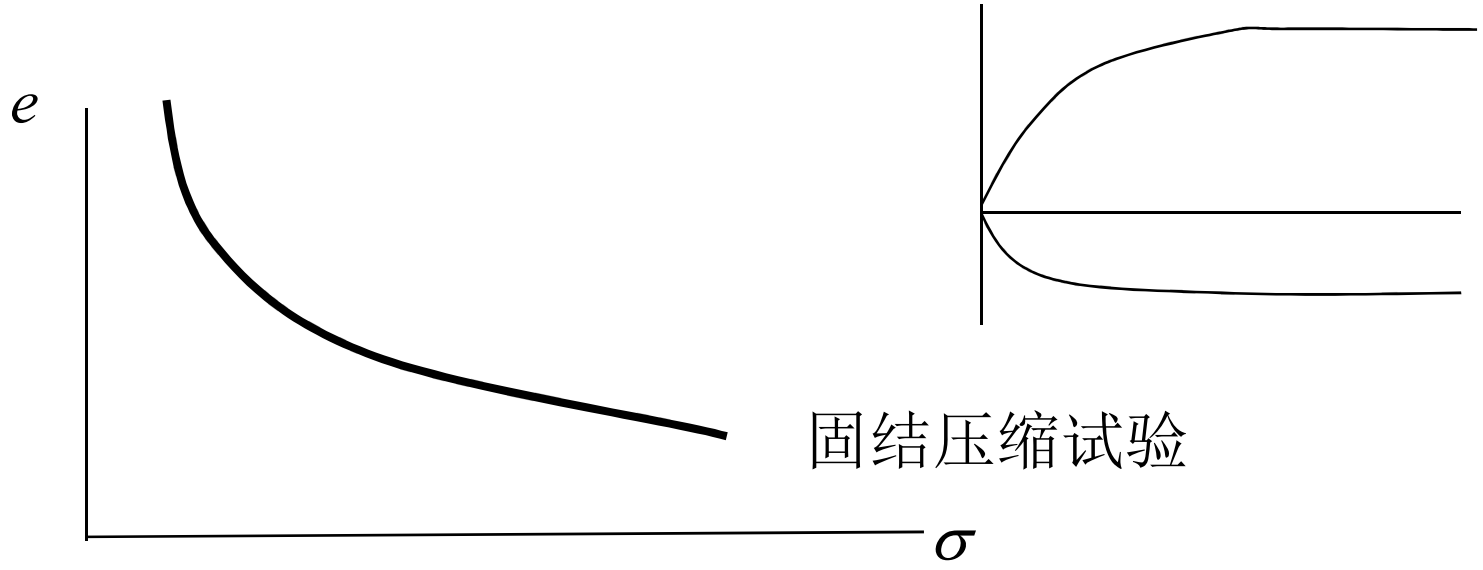
不固结不排水(UU)：unconsolidated undrained

固结不排水(CU)：consolidated undrained

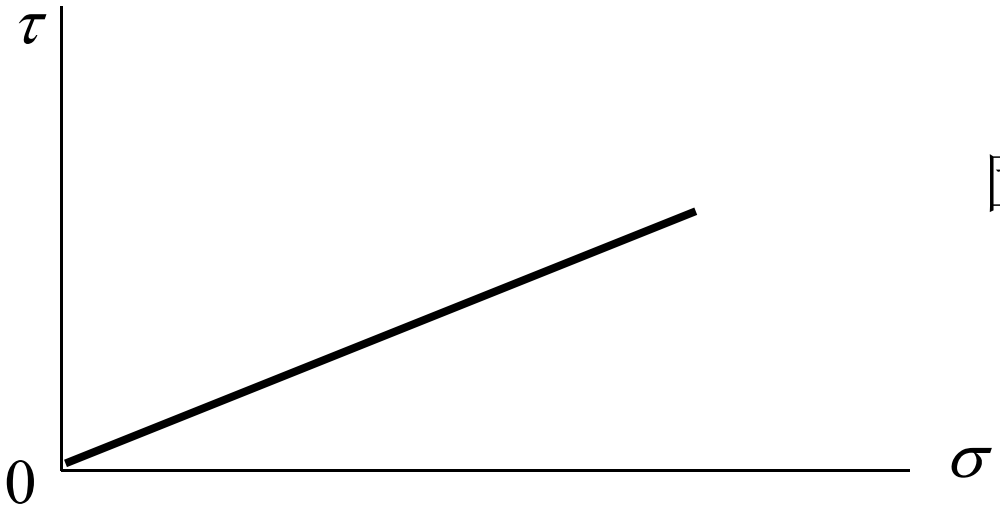
固结排水(CD)：consolidated drained

1.饱和黏土的排水试验CD

正常固结黏土



固结压缩试验



固结排水试验强度包线

（过原点）

图3－61 正常固结黏土的压缩曲线与强度包线

1. 饱和黏土的排水试验CD

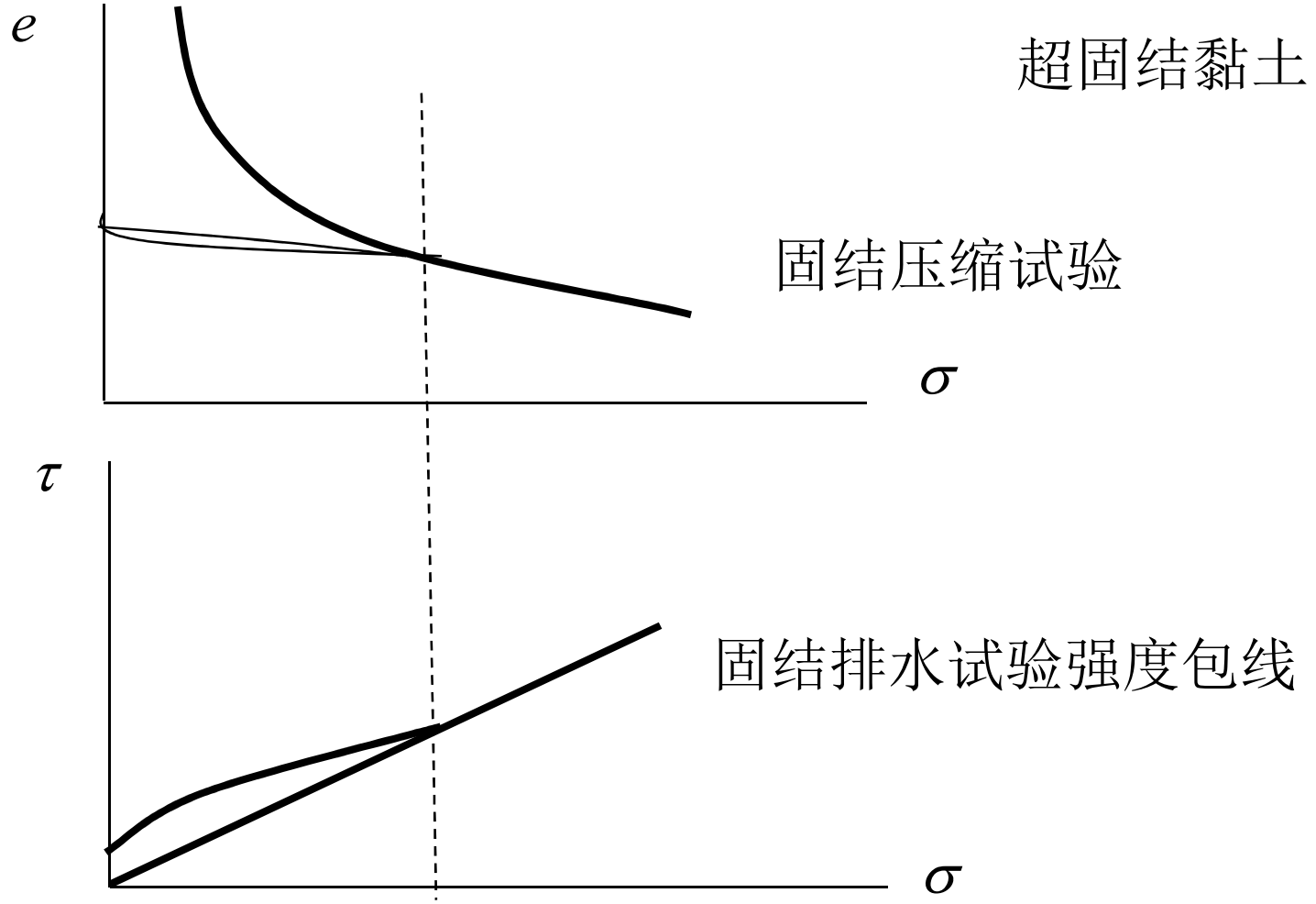


图3－62 超固结黏土的压缩曲线与强度包线

2. 饱和黏土的三轴固结不排水试验CU

正常固结土—剪缩（正孔压）　　超固结土—剪胀（负孔压）

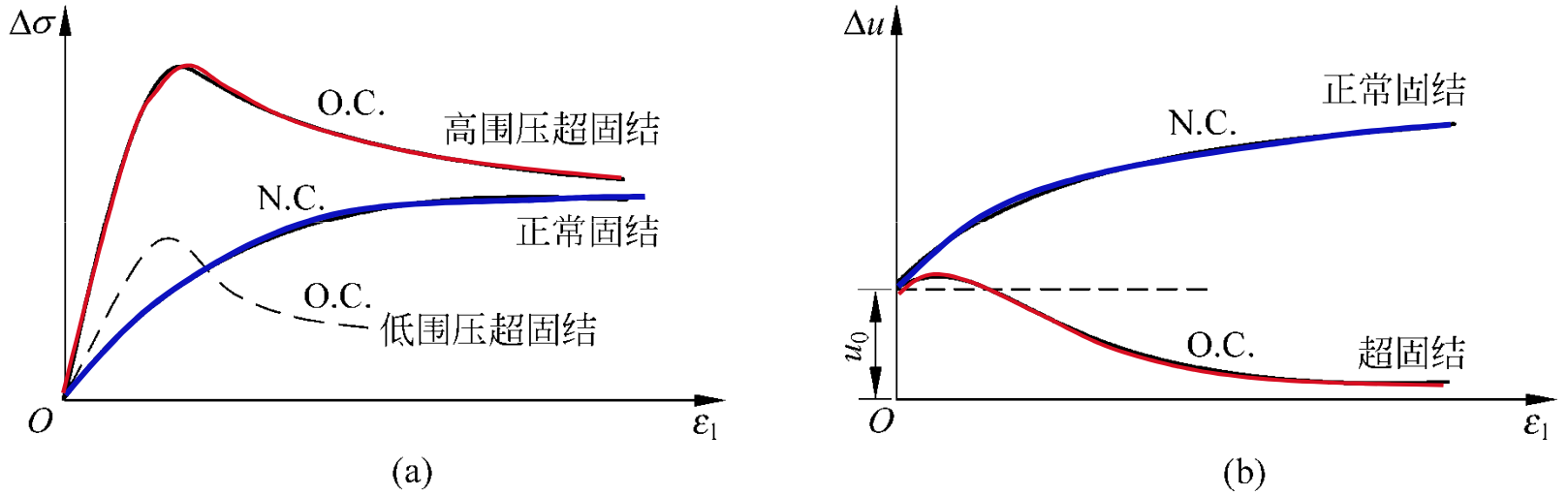


图3—63 黏土的三轴固结不排水试验

P176

3. 固结不排水试验（CU）确定的强度指标

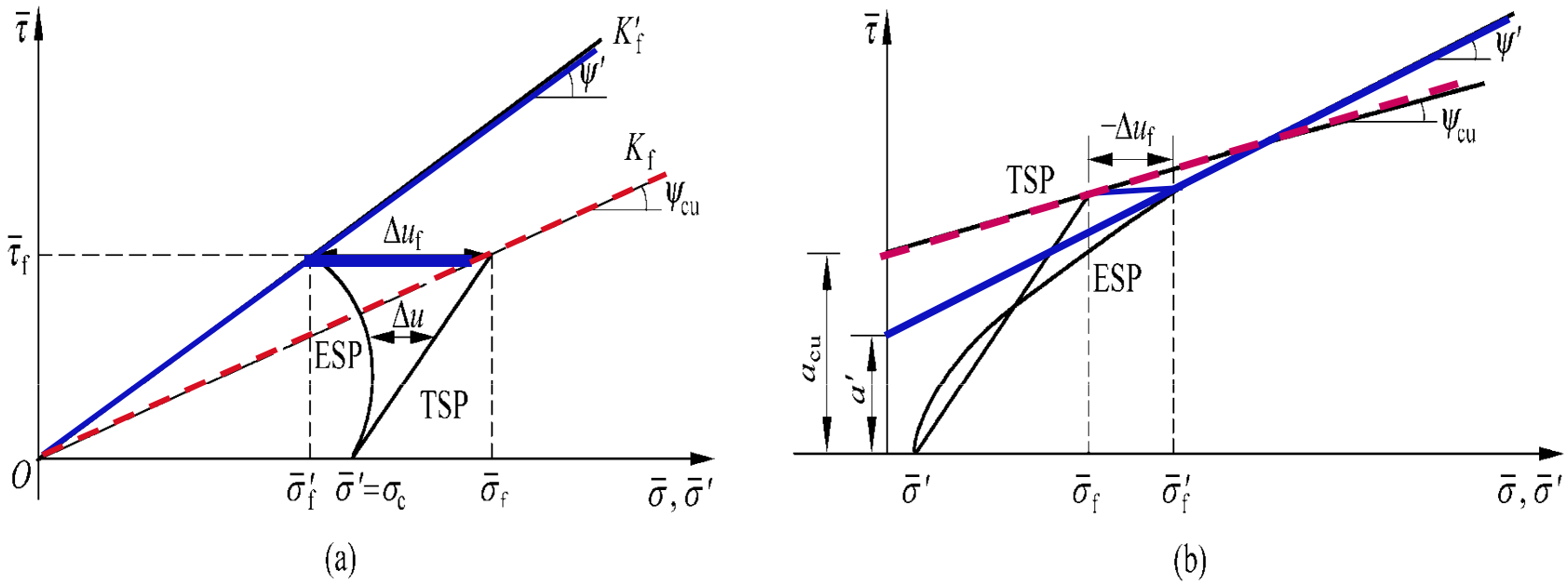


图3－64 总应力路径与有效应力路径

超固结土

P177

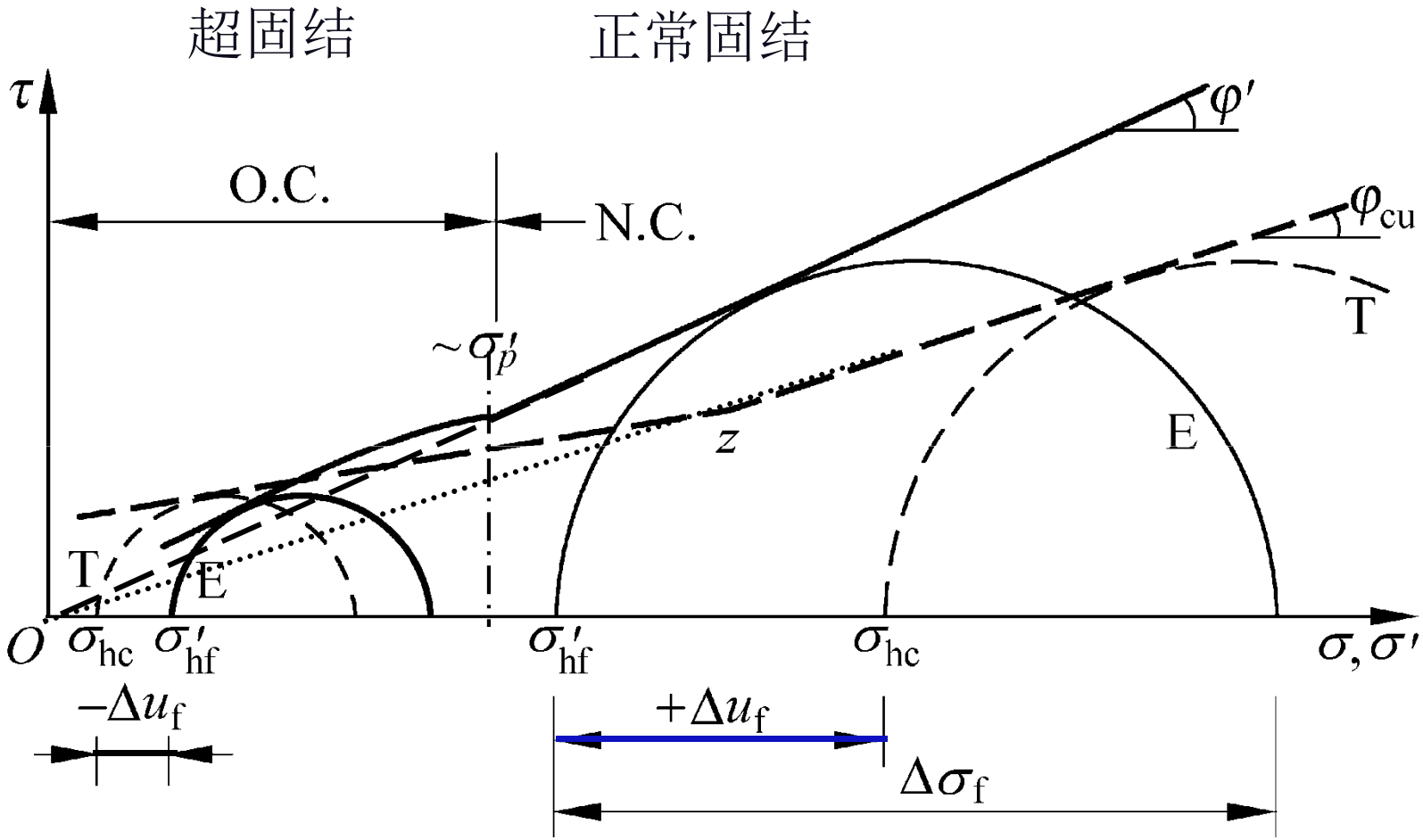


图3－65 先期固结压力σ′p附近的包线

P177

4.黏土的不固结不排水试验（UU）

P176

原状土的不扰动取样过程

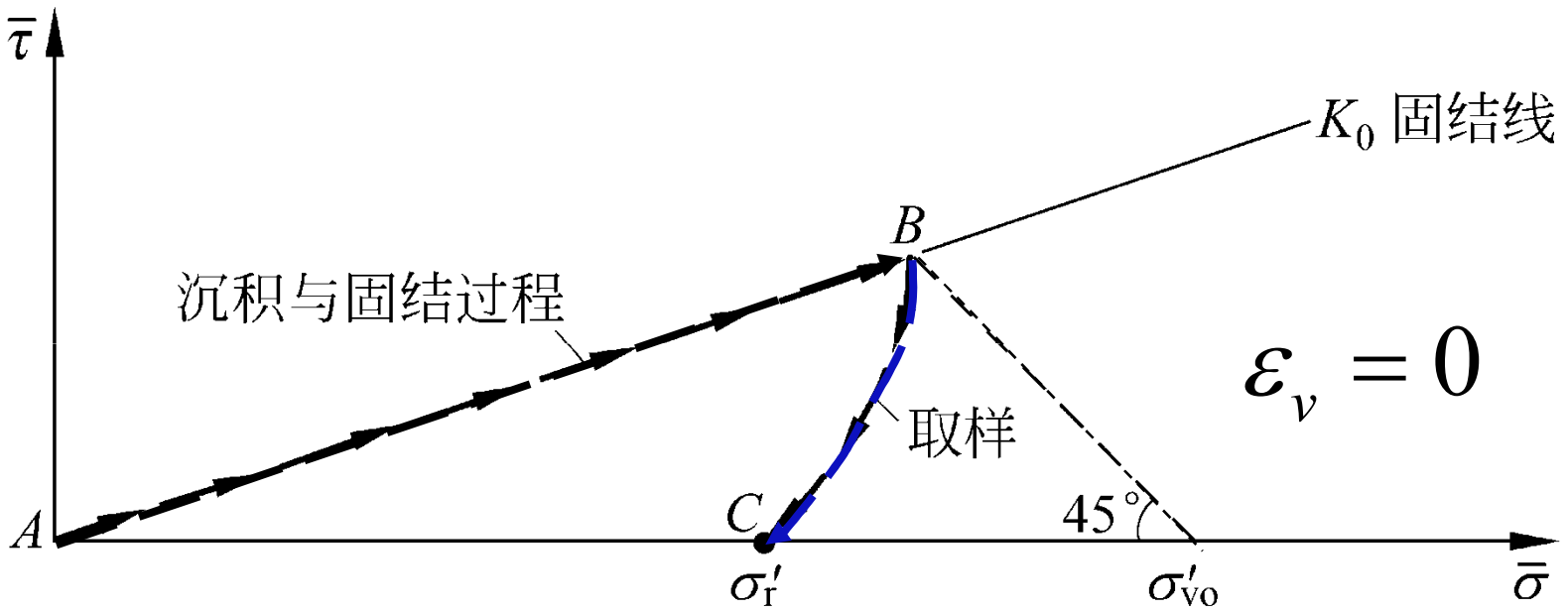


图3－66 正常固结黏土的沉积、固结与取样过程应力路径

（1）正常固结土的原位应力状态（不计静水压力）

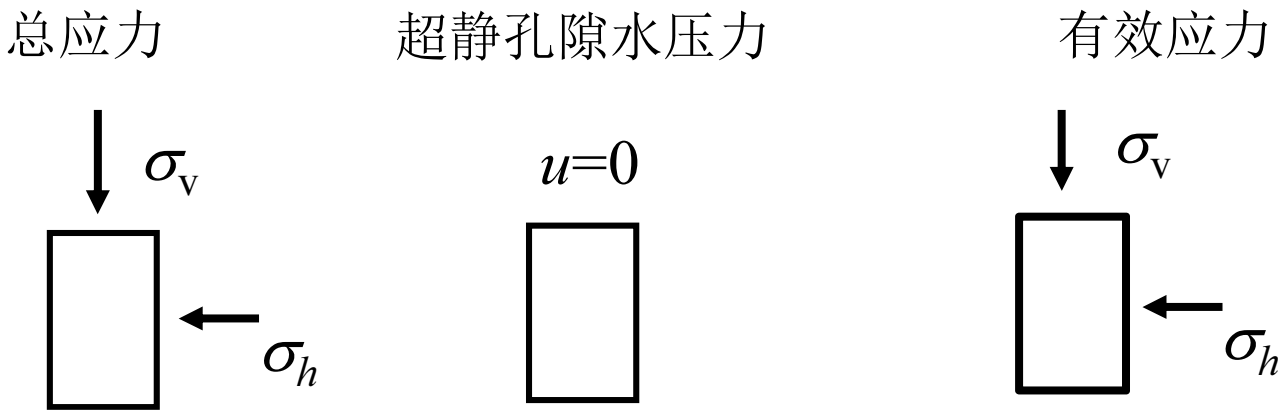
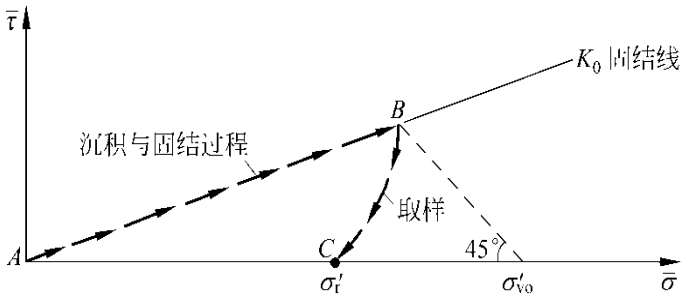


图3－67 原位应力状态

$$\sigma_h = K_0 \sigma_v$$

（2）取样以后的应力状态



总应力　　孔压　　有效应力

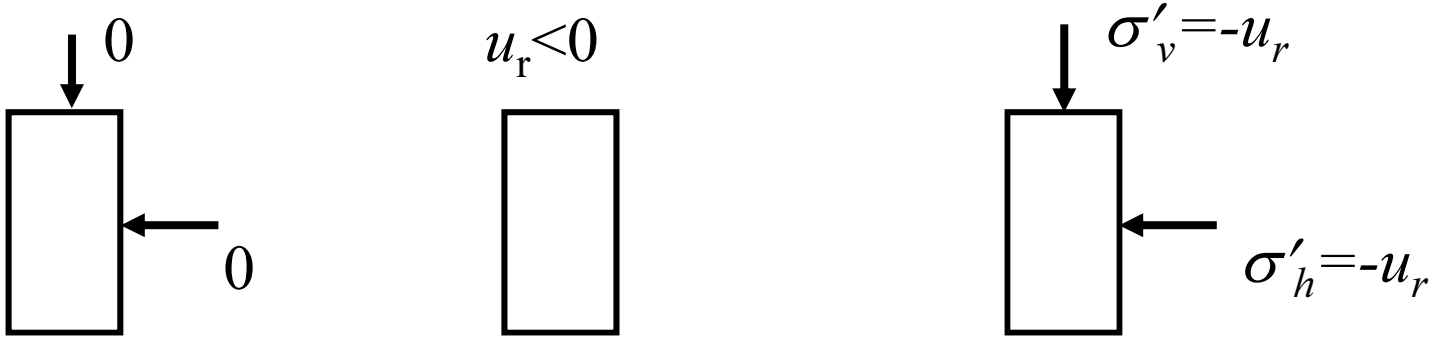
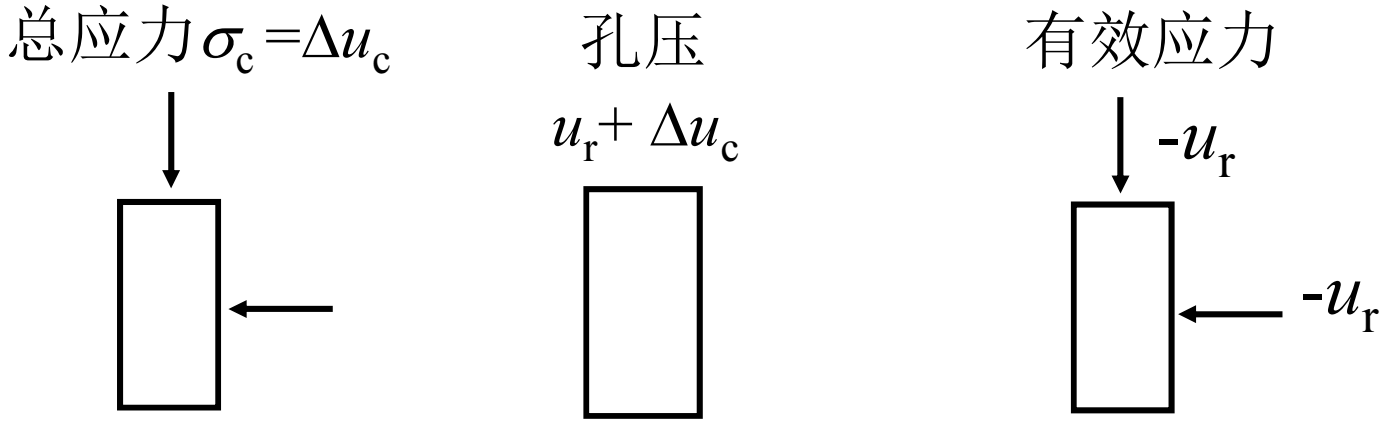


图3－68 原状土取样以后

放入压力室以前：体积不变,负孔压 u_r

（3）施加围压后



$$\sigma'_{vc}=\sigma'_{hc}=\sigma_c-u_r-\Delta u_c=-u_r$$

图3－69 施加围压σ_c产生超静孔压$\Delta u_c=\sigma_c$

如果：$\sigma_c=\Delta u_c=-u_r$，则：$u=0$, $\sigma'=\sigma_c$

（4）剪切过程

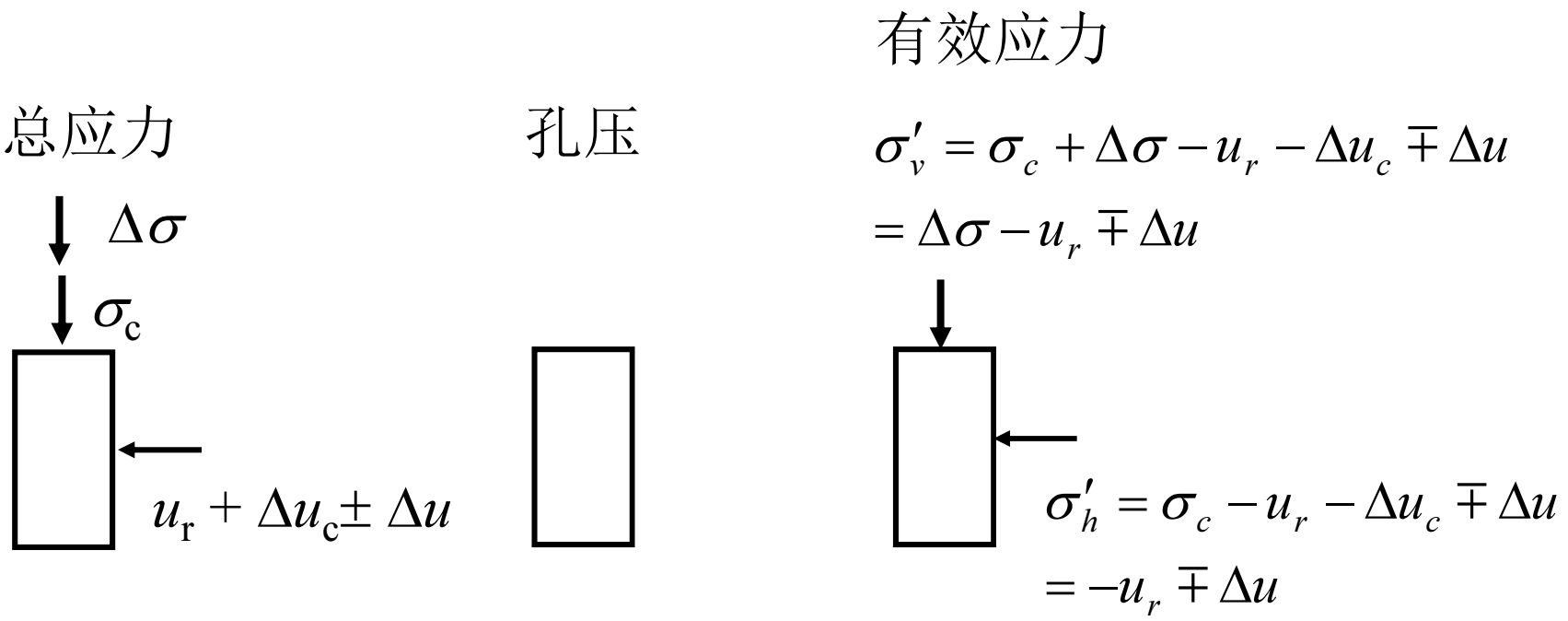


图3－70 施加轴向应力Δσ=σ1–σ3 产生超静孔压±Δu

（5）试样破坏时情况

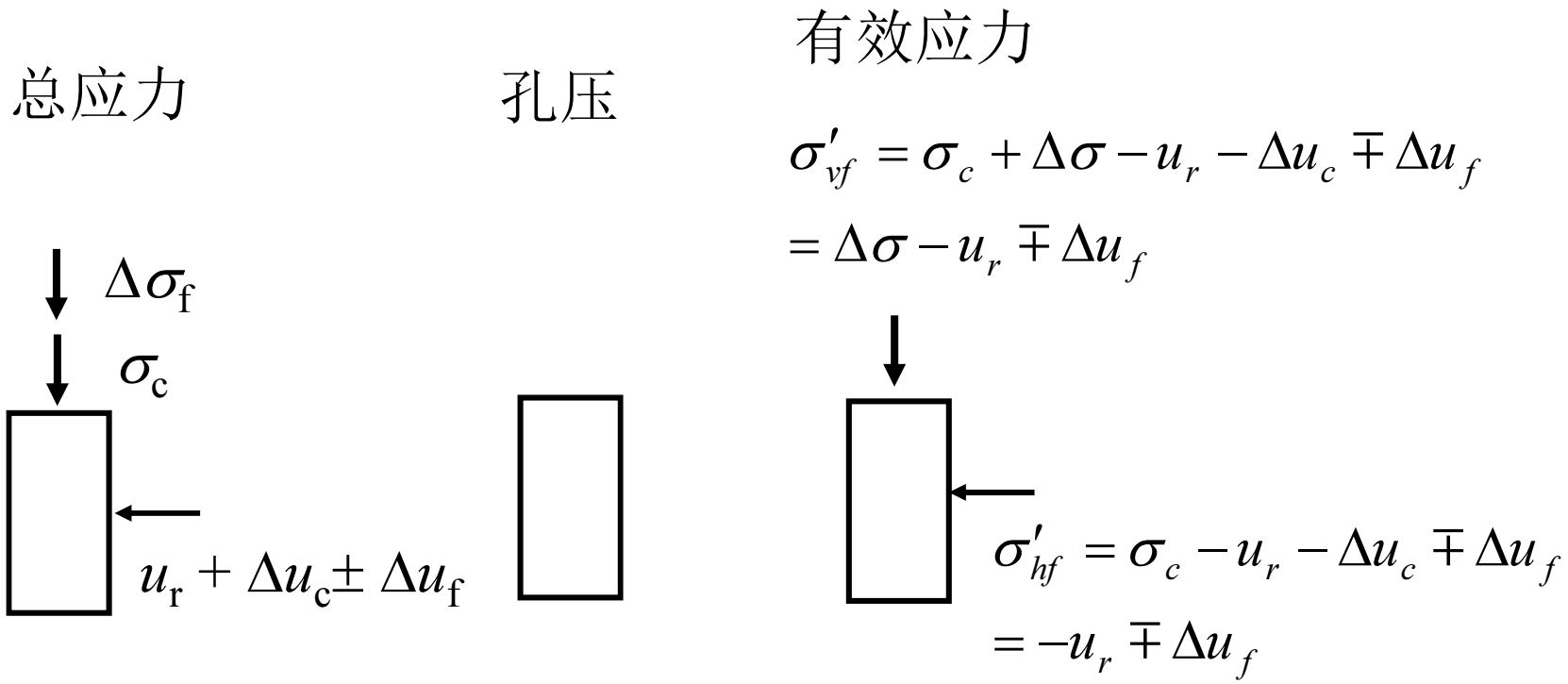
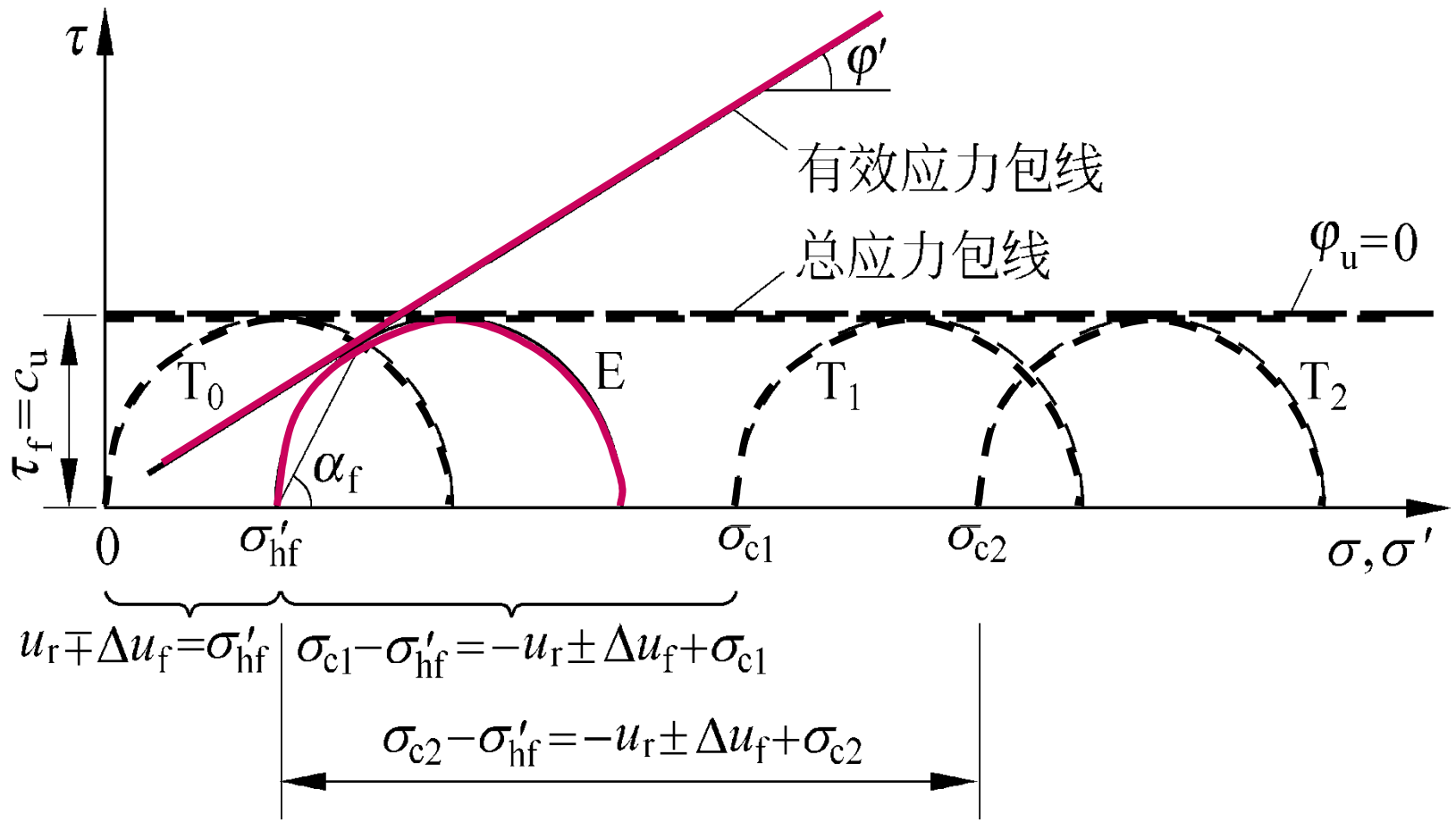


图3－71 试样破坏时的应力状态Δu_f

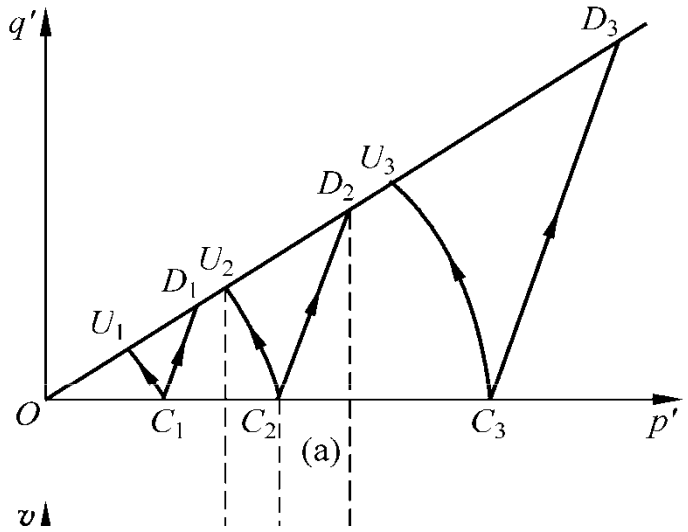


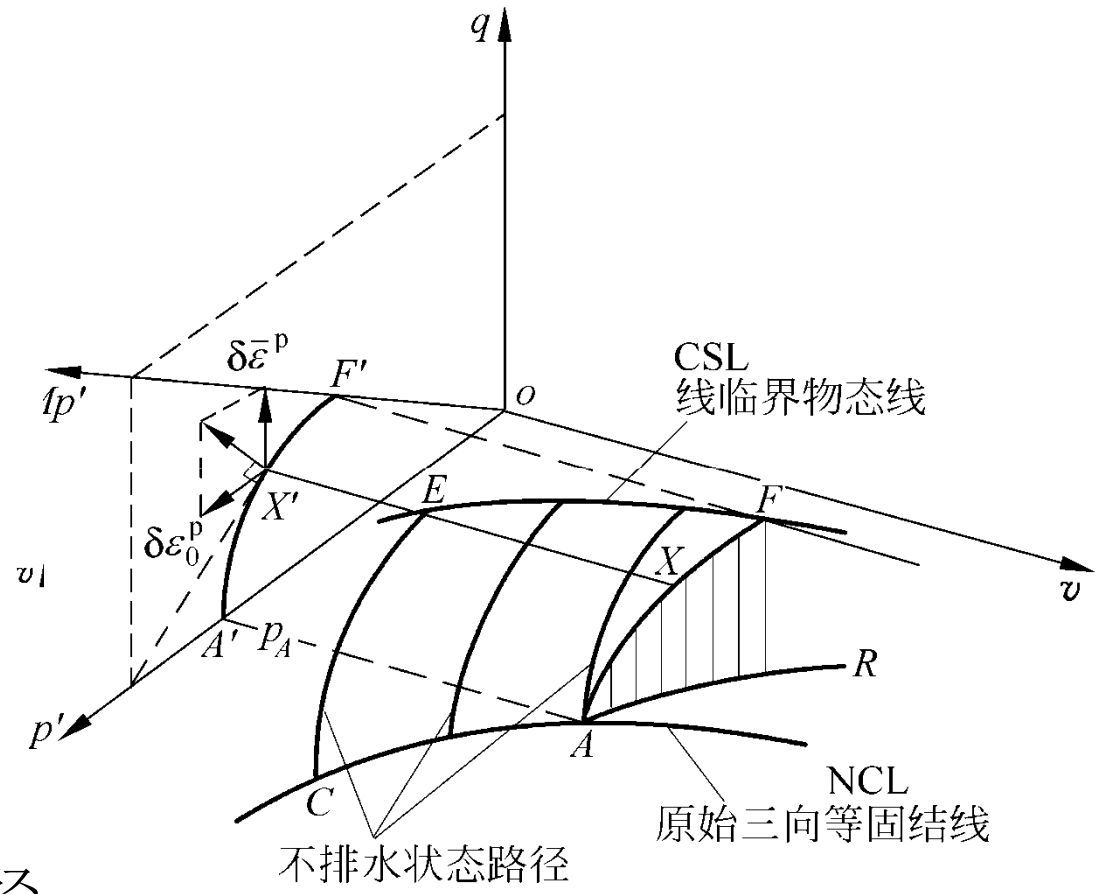
饱和土的不排水包线是一条水平线，其斜率$\varphi_{uu}=\varphi_u=0$。

图3－72 UU的强度包线

P180

剑桥模型与*p*,*q*,*e*间的唯一性关系



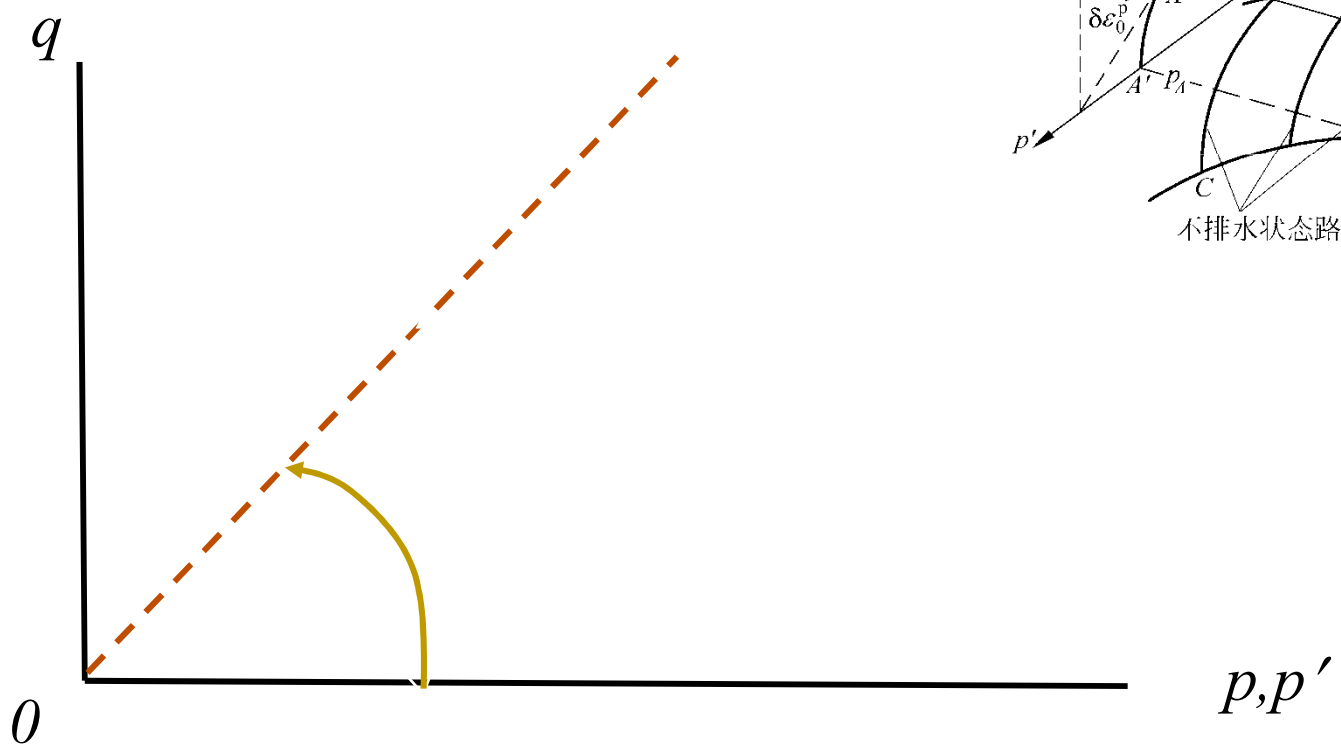


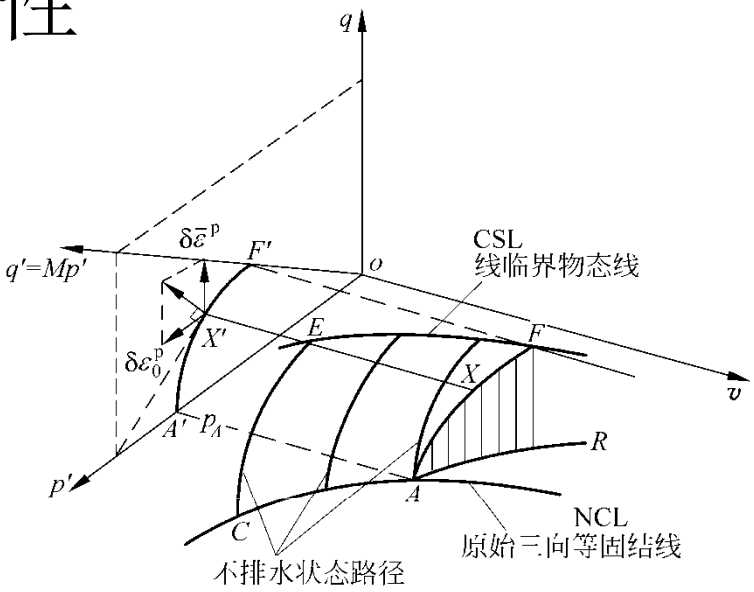
有效应力路径的唯一性，
物态边界面的唯一性；
相同围压，不同总应力路径的CU试验有效应力路径和强度的唯一性。

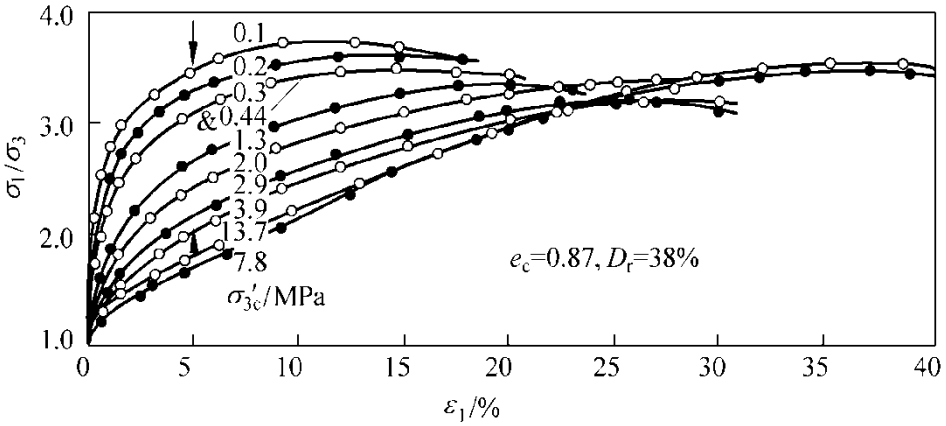
$$f(v,q,p')=0$$

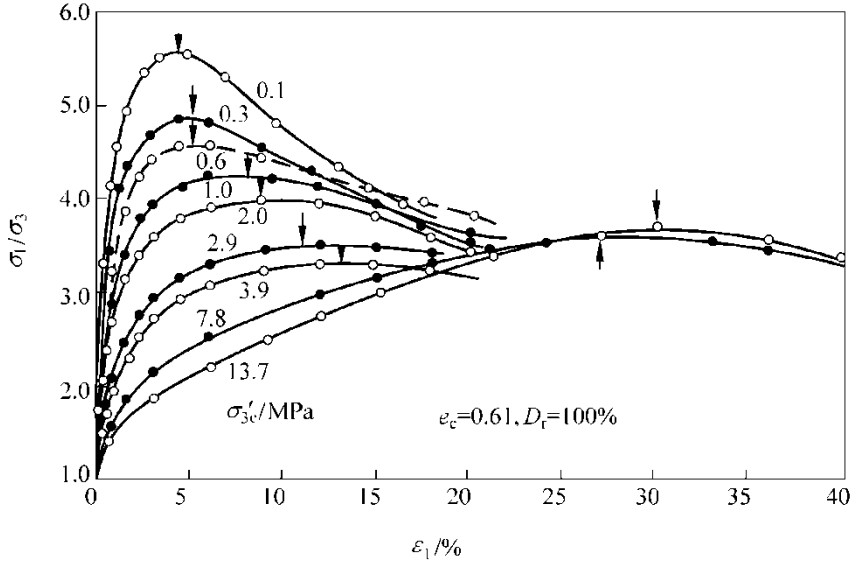
CU试验有效应力路径的唯一性

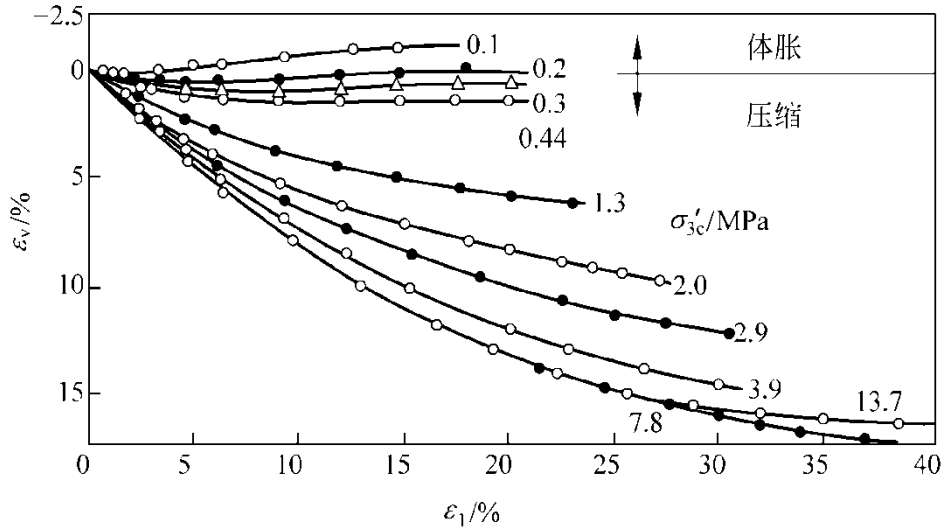
$$f(v,q,p')=0$$



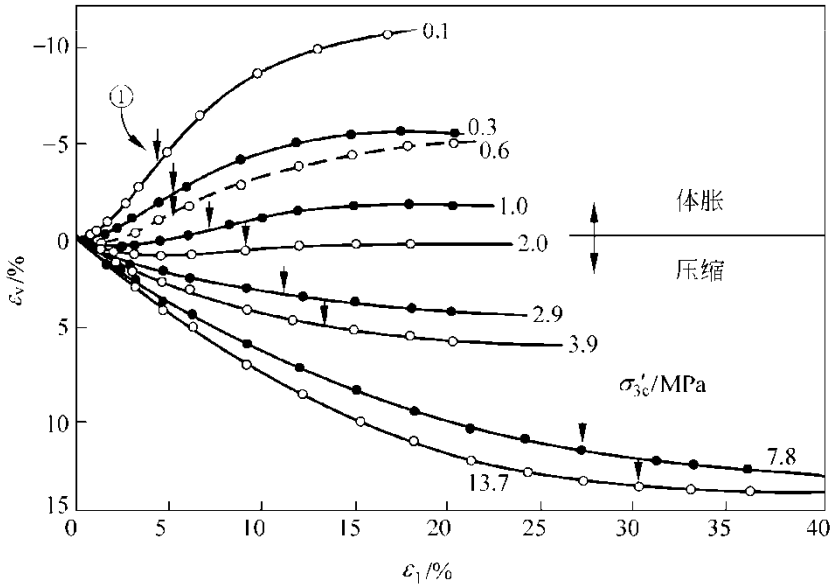



σ_1/σ_3
ε_1/%
0.1
0.2
0.3
&0.44
1.3
2.0
2.9
3.9
13.7
7.8
σ_{3c}'/MPa
e_c=0.87, D_r=38%


σ_1/σ_3
ε_1/%
0.1
0.3
0.6
1.0
2.0
2.9
3.9
7.8
13.7
σ_{3c}'/MPa
e_c=0.61, D_r=100%


ε_v/%
ε_1/%
体胀
压缩
0.1
0.2
0.3
0.44
1.3
2.0
2.9
3.9
7.8
13.7
σ_{3c}'/MPa

(a)


ε_v/%
ε_1/%
①
体胀
压缩
0.1
0.3
0.6
1.0
2.0
2.9
3.9
7.8
13.7
σ_{3c}'/MPa

(b)

非饱和黏土的三轴不排水试验强度包线

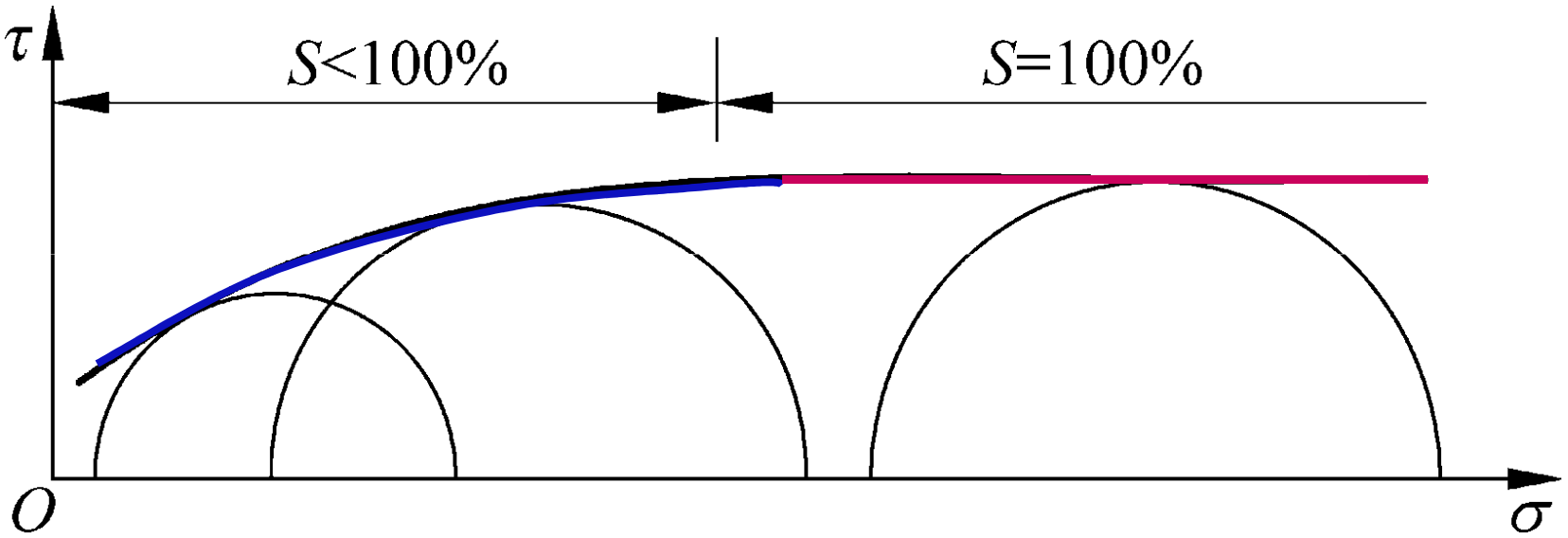


图3－73 非饱和黏土UU的强度包线

P180

5. 排水和不排水强度指标的工程应用（1）

有效应力强度指标(CD)

①对于砂土，在一般加载的速率下，用有效应力强度指标进行分析——CD。

②对于黏性土，如果在计算中，超静孔压已经全部消散(加载很慢），或者土中的孔隙水压力可以准确地确定，也可以用有效应力强度指标。

③有效应力强度指标可以通过排水试验或者CU+孔压量测来确定。

（2）固结不排水（CU）强度指标

在一定的围压下固结已经完成，很快施加剪应力，不能排水。

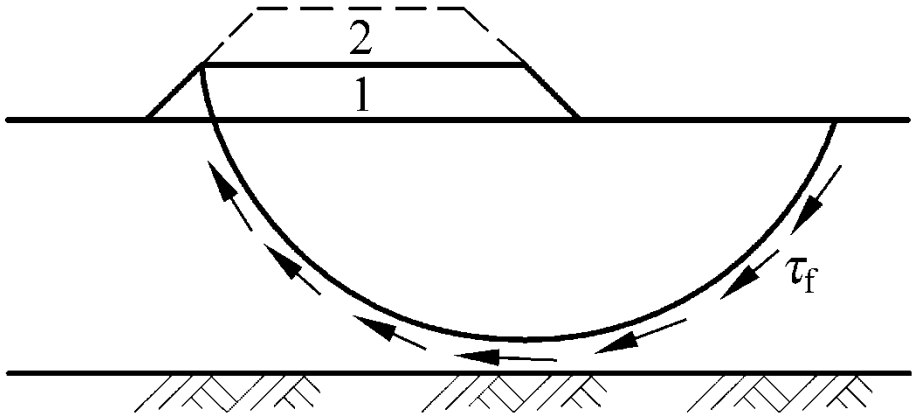
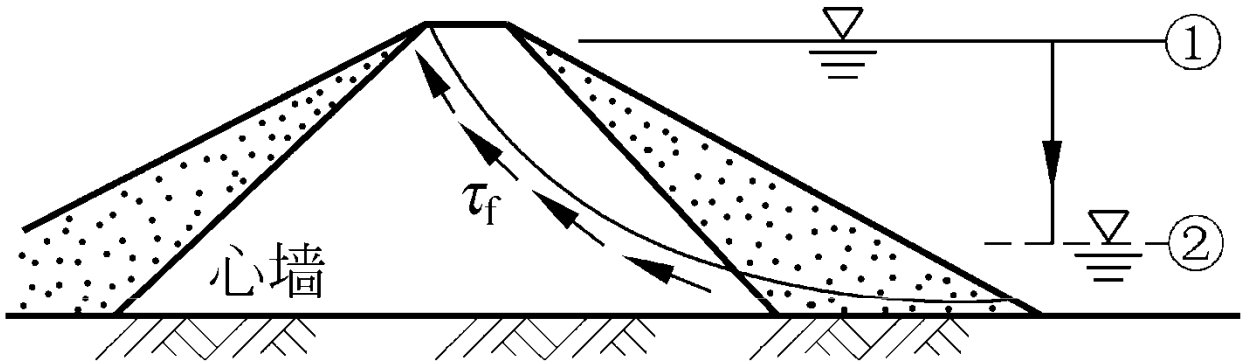


图3－74 软黏土上分期填筑的土方工程

CU指标：

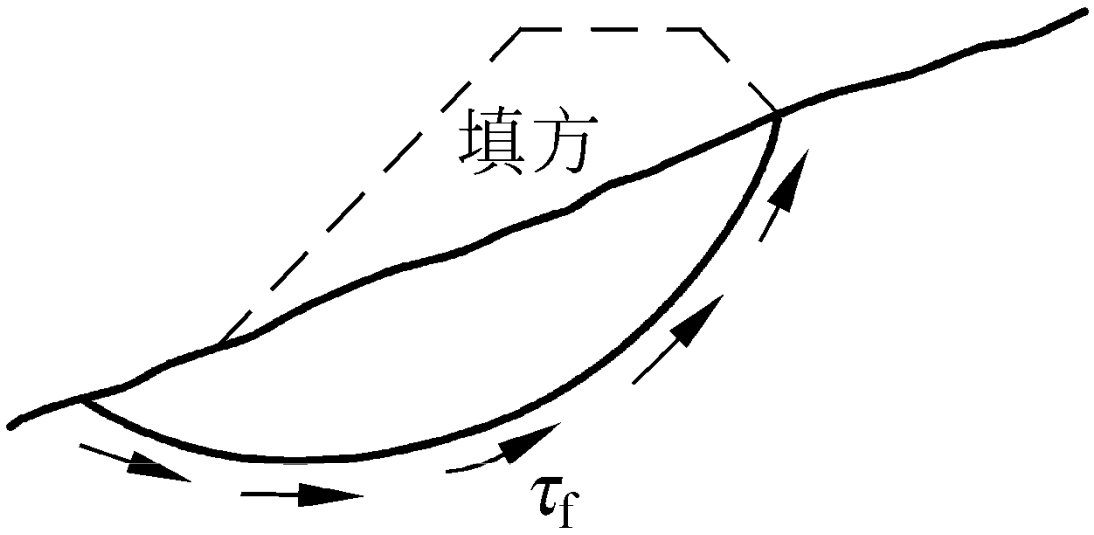
软黏土上（1）部分完成很长时间；(2)部分快速施工的填方工程

P181



(b)

图3—75 土坝水位骤

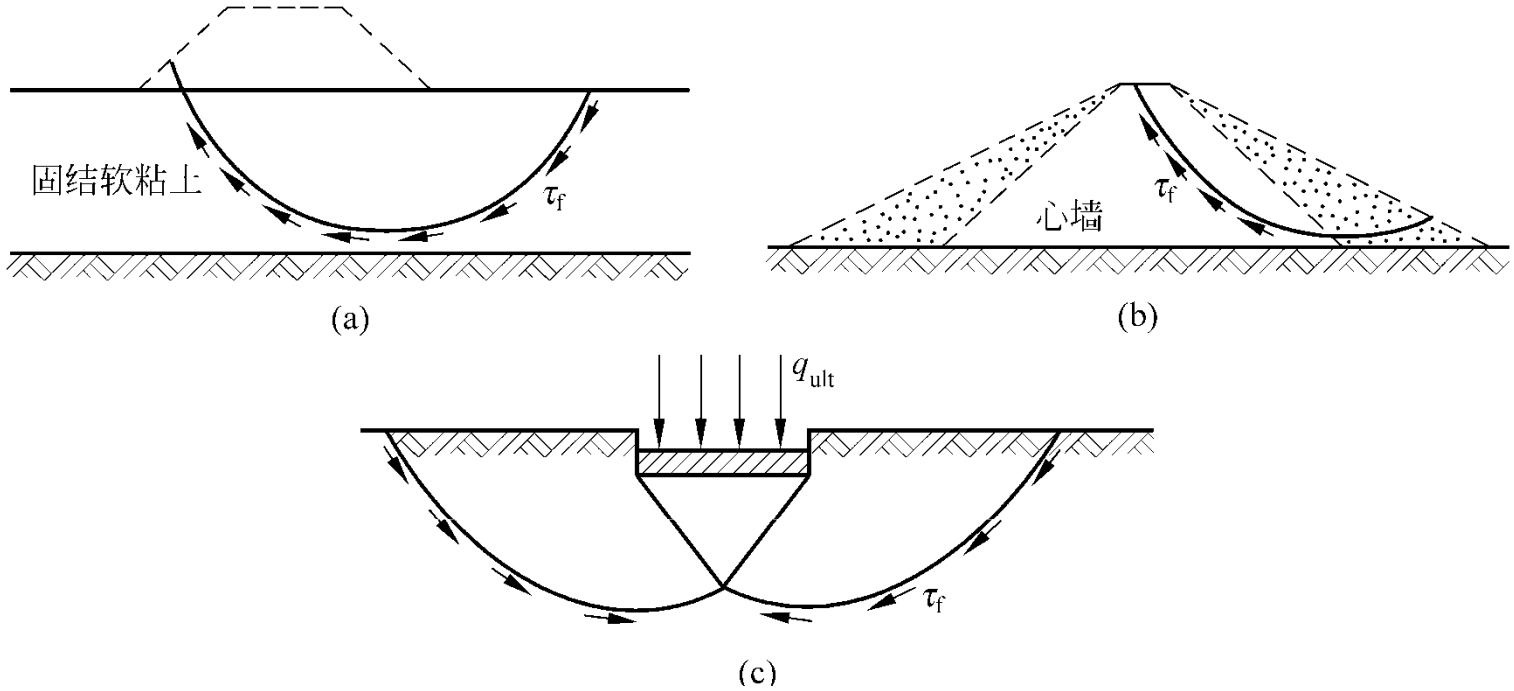


(c)

图3—76 天然土坡上快速填方

（3）不排水（UU）强度指标

在原来的应力状态上，施加围压σ_3和剪应力$\sigma_1-\sigma_3$时，都不会排水，存在超静孔压。



(a)在软黏土地基上快速施工的填方　(b)土坝快速施工,竣工后,心墙未固结

(c)黏土地基上，快速施工的建筑物

图3－77 UU强度指标的应用

P182

选择指标要考虑一下因素：

土质
排水条件
施工速度
考虑的工况

——根据对工程情况的了解，经验判断

6. 非饱和土的排水强度

Bishop非饱和土的有效应力原理及强度准则：

$$u = u_a - \chi(u_a - u_w)$$

$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi(u_a - u_w)$$

$$\tau_f = c' + [\sigma - u_a + \chi(u_a - u_w)]\mathrm{tg}\varphi'$$

其中χ是一个与土的饱和度有关的参数，一般不易确定。

弗雷德伦德（D. G. Fredlund）非饱和土理论

- 双应力体系：
- 净应力，吸力。

$$\sigma - u_a$$

$$s = u_a - u_w$$

$$u_w < 0$$

弗雷德伦德（D. G. Fredlund）非饱和土的强度准则

$$\tau_{\mathrm{f}} = c' + (\sigma - u_{\mathrm{a}})\mathrm{tg}\varphi' + (u_{\mathrm{a}} - u_{\mathrm{w}})\mathrm{tg}\varphi''$$

$$\tau_{\mathrm{f}} = c'' + (\sigma - u_{\mathrm{a}})\mathrm{tg}\varphi$$

$$c'' = c' + (u_{\mathrm{a}} - u_{\mathrm{w}})\mathrm{tg}\varphi''$$

$$\tau_{\mathrm{f}} = c' + [\sigma - u_{\mathrm{a}} + \chi(u_{\mathrm{a}} - u_{\mathrm{w}})]\mathrm{tg}\varphi'$$

可见：$\chi\,\mathrm{tg}\varphi' = \mathrm{tg}\varphi''$，$\varphi''$同样不易确定。

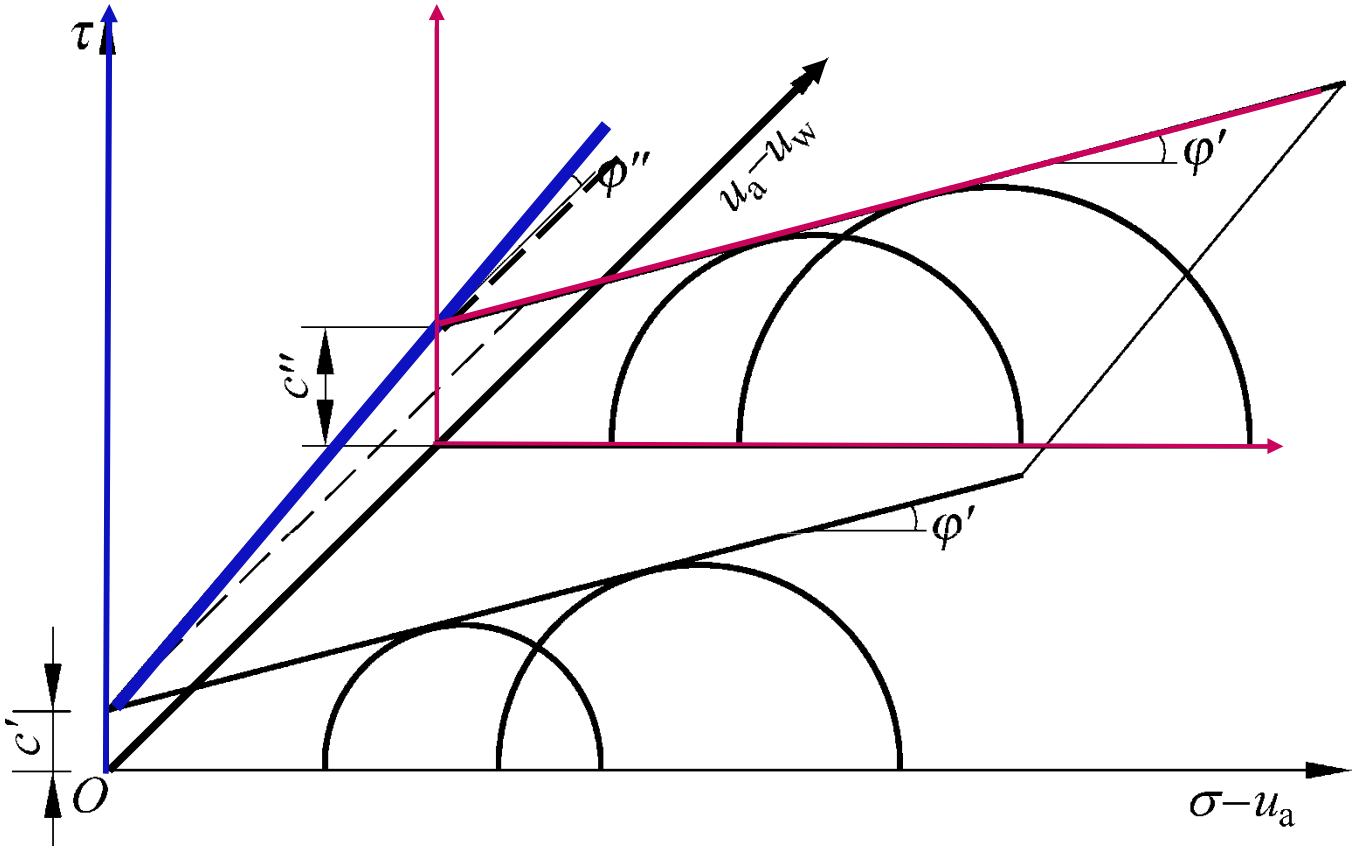


图3－79 非饱和土的强度包线

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a)\mathrm{tg}\varphi' + (u_a - u_w)\mathrm{tg}\varphi''$$

P182

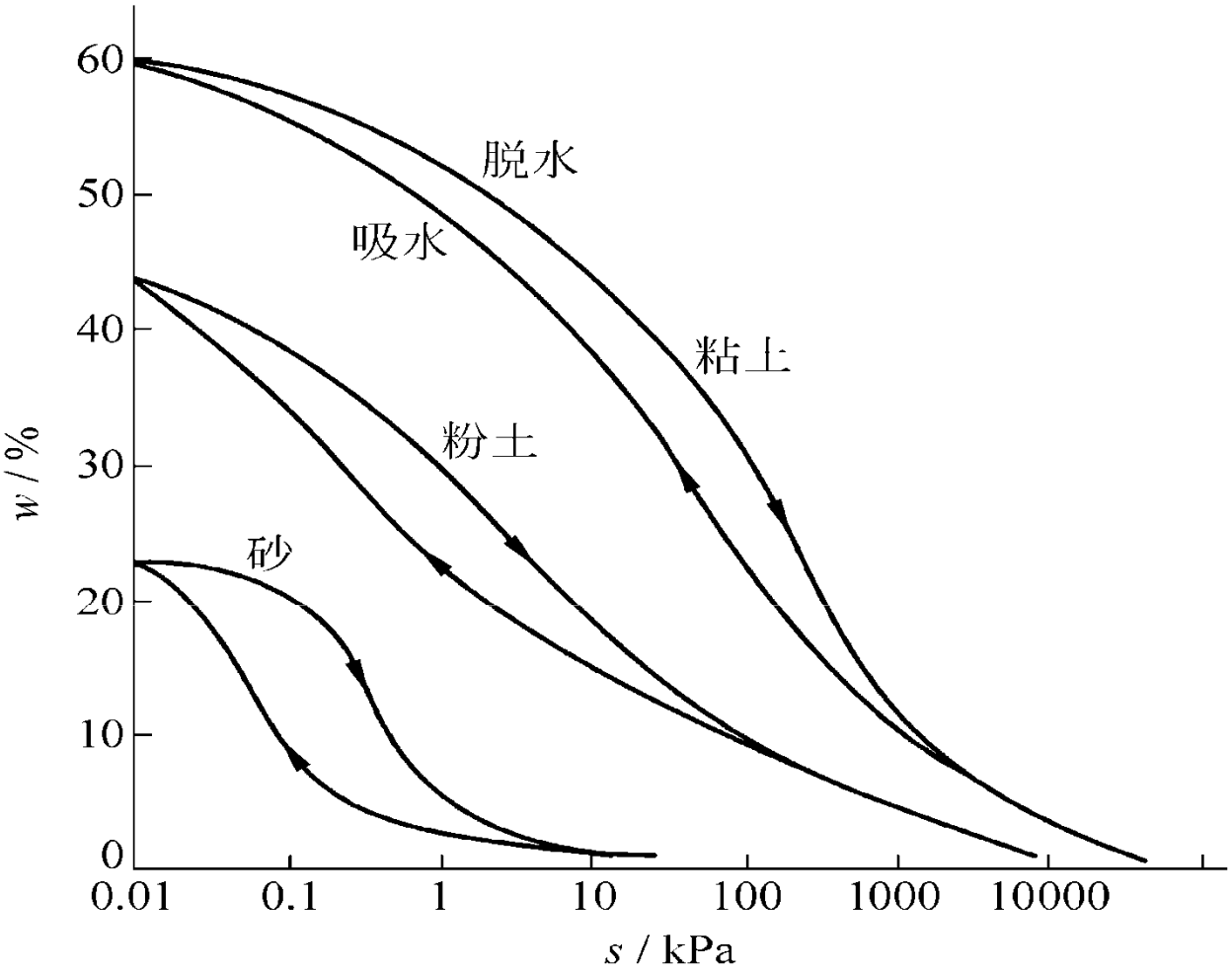
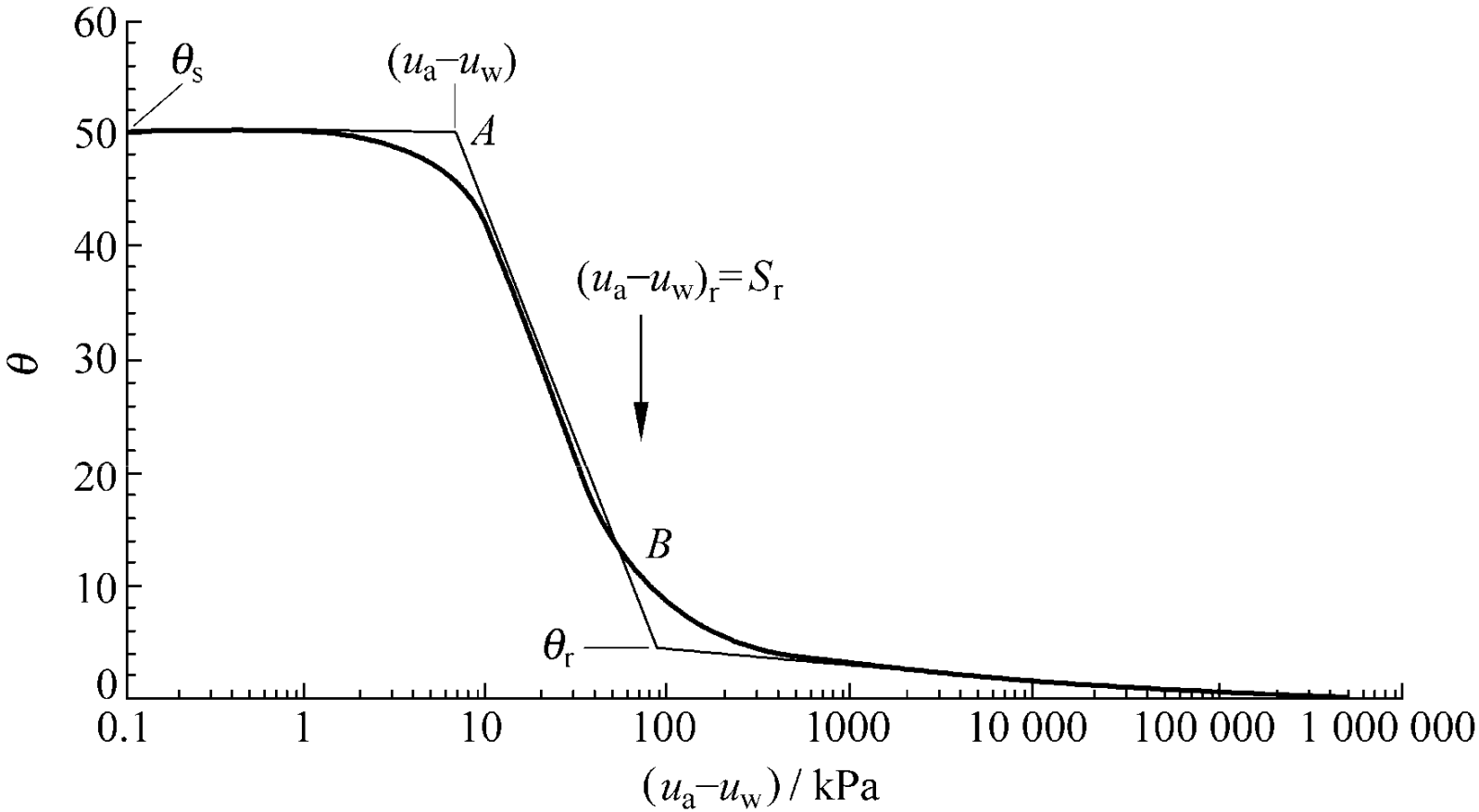


图3－80非饱和土的土水特征曲线

$$\tau_{\mathrm{f}} = c' + (\sigma - u_{\mathrm{a}})\tan\varphi' + (u_{\mathrm{a}} - u_{\mathrm{w}})\tan\varphi''$$


60
50
40
30
20
10
0
θ
θs
(ua−uw)
A
(ua−uw)r=Sr
B
θr
0.1
1
10
100
1000
10 000
100 000
1 000 000
(ua−uw) / kPa

习题：3-26，3-37

- 习题 1：
- 饱和砂土 $\varphi'=30°$ 初始应力状态：$\sigma_1=200\text{kPa},\sigma_3=100\text{kPa}$,进行不排水动三轴循环加载试验，问该试样是否会液化？孔隙水压力达到多少时，试样破坏？
- 习题2:
- 黏土$c'=30\text{kPa}$，$\varphi'=20°$，进行三轴减压的压缩试验(RTC)，问初始固结压力σ_c小于多少时，试样不会破坏。

- 习题 1：50kPa
- 习题 2：86kPa

3. 6 土的强度理论

3.6.1 概述

3.6.2 土的古典强度理论

3.6.3 近代的强度理论

3.6.4 关于强度理论的讨论

P183

3.6.1概述

（1）材料的**强度**是指材料破坏时的(应力)状态。

（2）定义破坏的方法（数学表达式）是**破坏准则**。破坏准则常常是应力状态的组合。

$$f(\sigma_{ij}, k_n) = 0$$

（3）**强度理论**是揭示土破坏的机理的理论，它也以一定的应力状态的组合来表示。因而强度理论与破坏准则的表达式是一致的。

P183

3.6.1 概述

一般表达式 $f(\sigma_{ij}, k_n) = 0$

对于各向同性材料 $f(I_1, I_2, I_3, k_n) = 0$

或者 $f(p, q, \theta, k_n) = 0$

四大古典强度理论

最大正（拉）应力理论（第一强度理论）；
最大正（拉）应变理论（第二强度理论）；
最大剪应力理论（第三强度理论）；
最大变形能理论（第四强度理论）。

对于土，这些强度理论不适用。

3.6.2 土的经典强度理论

1. 特雷斯卡（Tresca）准则及其广义理论
2. 米泽斯（Von Mises）准则及其广义理论
3. 莫尔－库仑（Mohr-Coulomb)强度理论
4. 三个强度准则的理论

1. 特雷斯卡（Tresca）准则与广义特雷斯卡（extended Tresca）准则

$$\sigma_1-\sigma_3=2k \qquad \sqrt{J_2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-k=0$$

$\sigma_1=3,\ \sigma_2=2,\ \sigma_3=1,\ k=(\sigma_1-\sigma_3)/2=1$

$\theta=0°$ $\quad J_2=\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}=\frac{1}{6}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right]=1$

广义形式 $\quad (\sigma_1-\sigma_3)=2k+\alpha I_1 \qquad \boldsymbol{K=1}$

$$\sqrt{J_2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-k-\frac{1}{2}\alpha I_1=0$$

六棱柱的表面：

$$\sqrt{J_2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-k=0$$

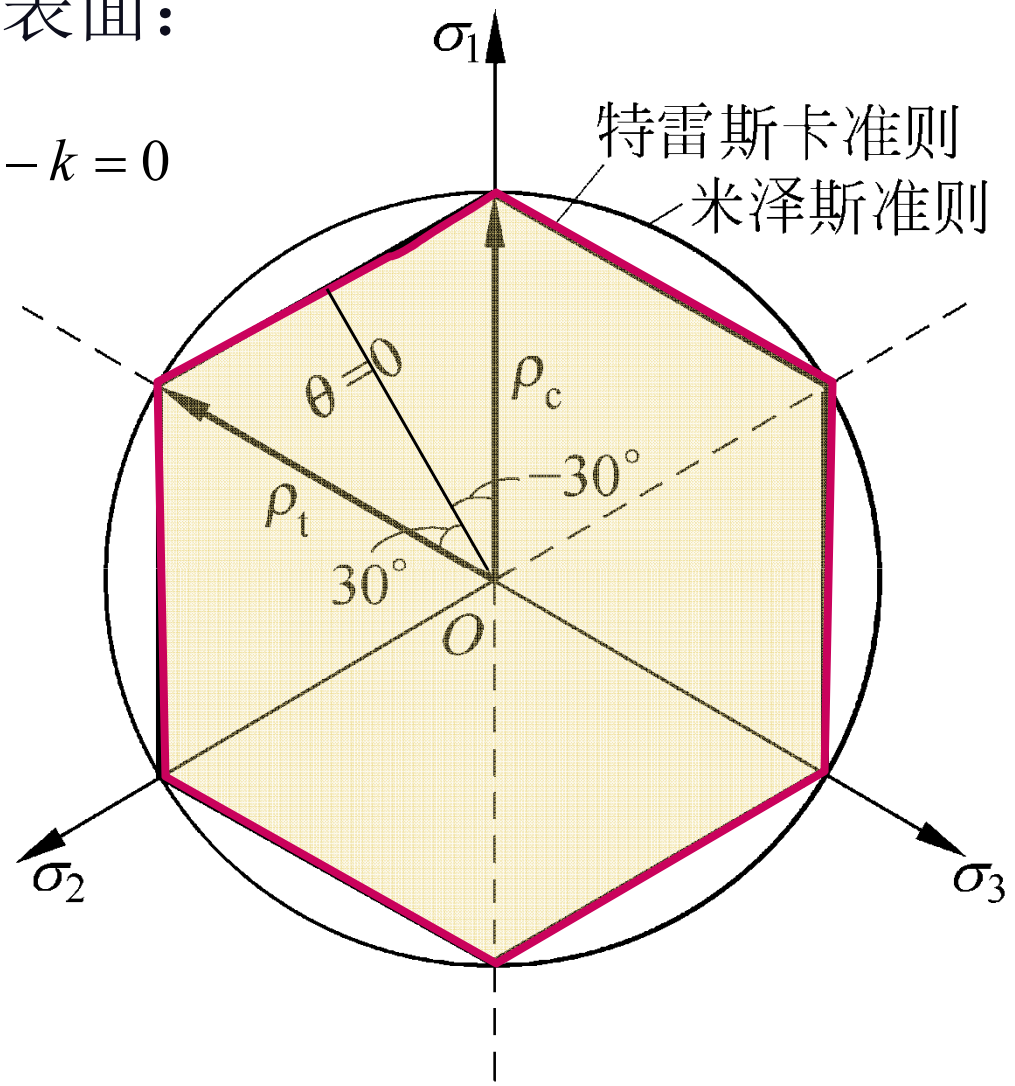


图3—79 特雷斯卡与米泽斯准则

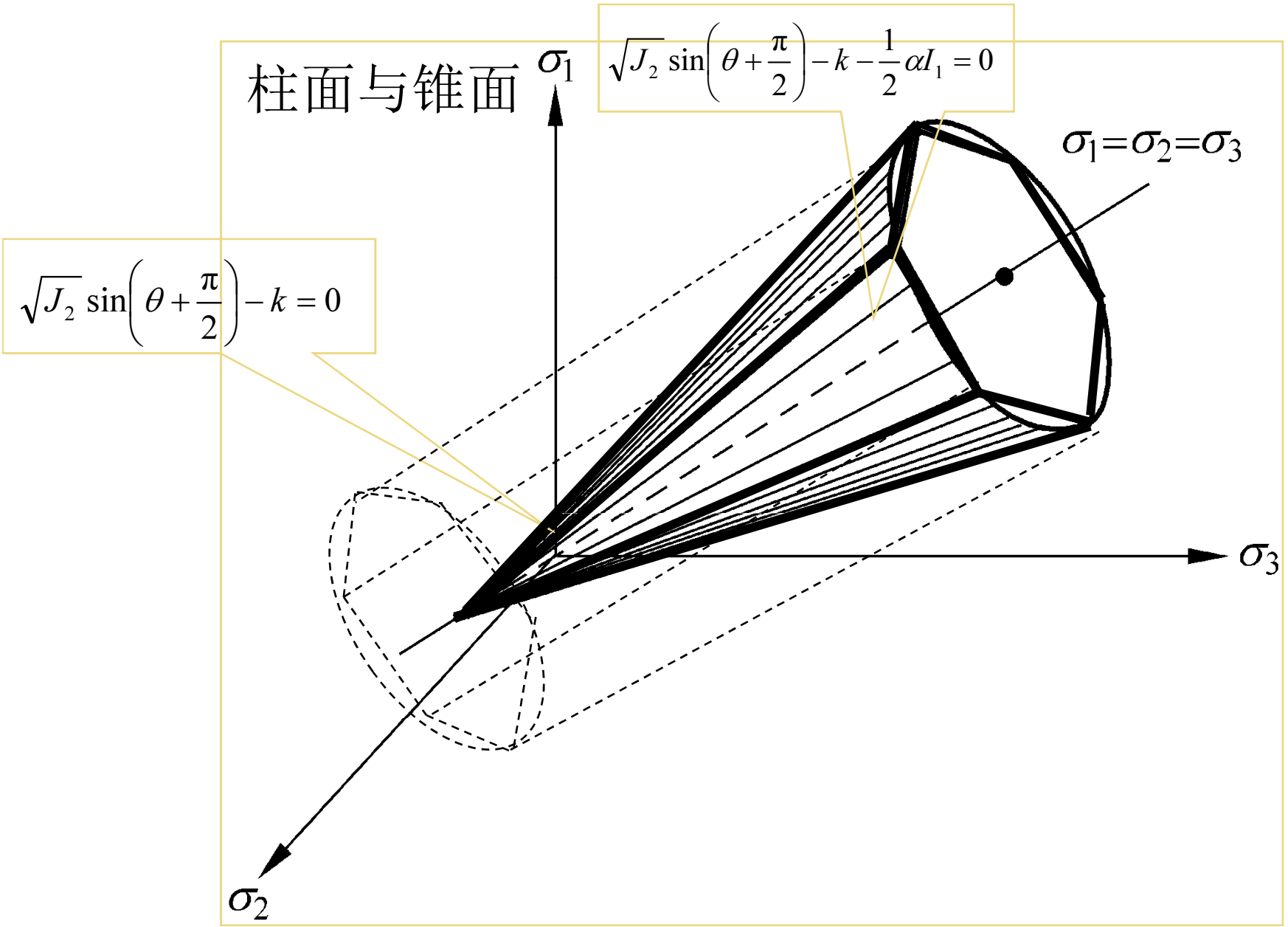

柱面与锥面
σ_1
σ_2
σ_3
$\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$
$\sqrt{J_2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-k-\frac{1}{2}\alpha I_1=0$
$\sqrt{J_2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-k=0$

图3—80 广义的形式

2. 米泽斯（Von Mises）和广义米泽斯（extended Von Mises）准则

$$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2=6k^2$$

$$J_2=k^2 \qquad \sqrt{J_2}=k$$

$$q=\sqrt{3}k \qquad \tau_{\text{oct}}=\sqrt{\frac{2}{3}}k$$

广义米泽斯——Drucker-Prager准则

$$\sqrt{J_2} - \alpha I_1 - k = 0$$

$$q - \frac{\sqrt{3}}{3}\alpha p - \sqrt{3}k = 0$$

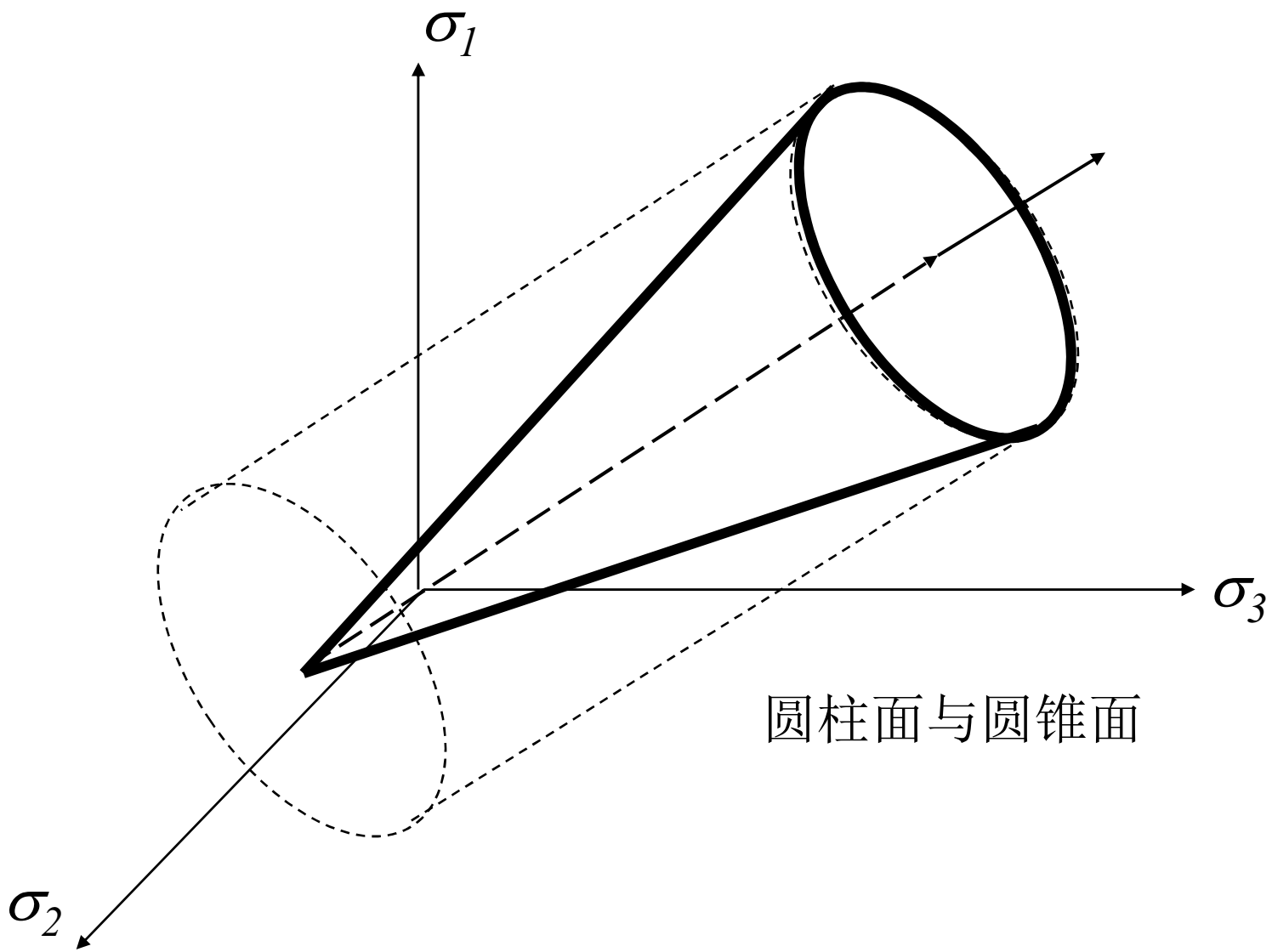


图3－81 米泽斯和广义米泽斯准则

3. 莫尔—库仑强度准则

$$\tau_f = f(\sigma_n)$$

莫尔（Mohr）

单值函数

$$\tau_f = c + \sigma \operatorname{tg}\varphi$$

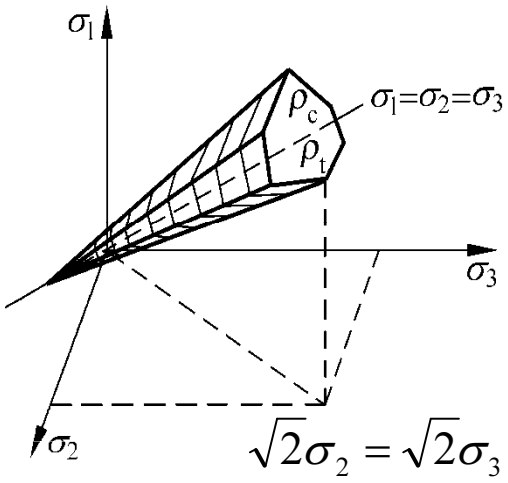
$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2c \operatorname{ctg}\varphi} = \sin\varphi$$

在一定的应力范围，线性关系—库仑公式

P186

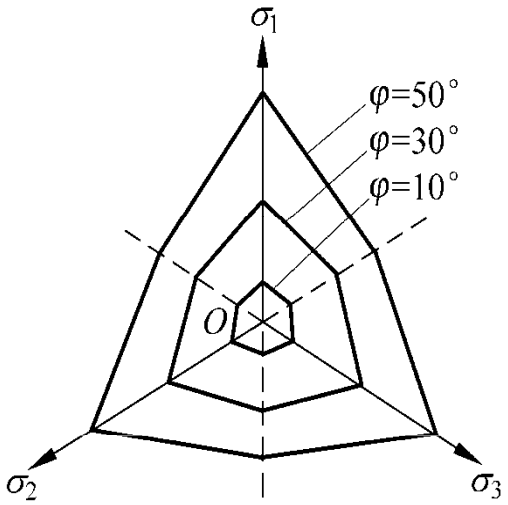
$$\frac{I_1}{3}\sin\varphi+\sqrt{J_2}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta\sin\varphi-\cos\theta\right]+c\cos\varphi=0$$

$$p\sin\varphi+\frac{1}{\sqrt{3}}q\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta\sin\varphi-\cos\theta\right]+c\cos\varphi=0$$



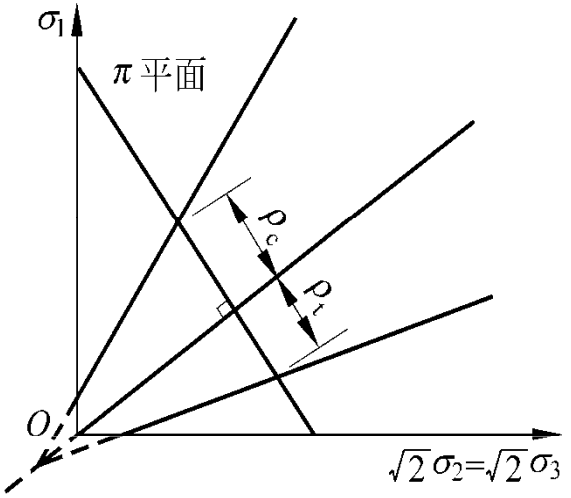
(a)

三维空间



(b)

π平面

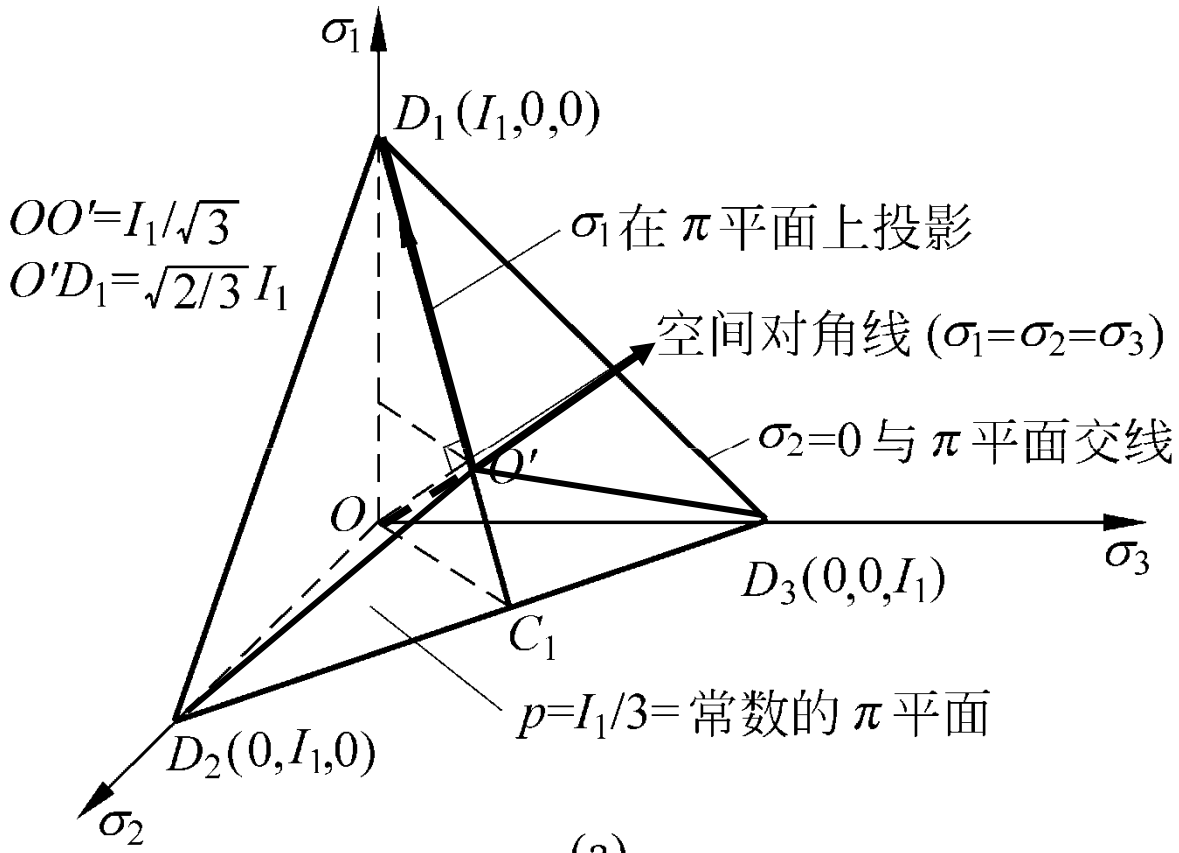


(c)

三轴平面

图3－83 莫尔－库仑强度准则

4. Tresca、Mises和Mohr-Coulomb三个强度准则的讨论


σ_1
$D_1(I_1,0,0)$
$OO'=I_1/\sqrt{3}$
$O'D_1=\sqrt{2/3}\,I_1$
σ_1在π平面上投影
空间对角线($\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$)
$\sigma_2=0$与π平面交线
O'
O
σ_3
$D_3(0,0,I_1)$
C_1
$p=I_1/3=$常数的π平面
$D_2(0,I_1,0)$
σ_2

(a)

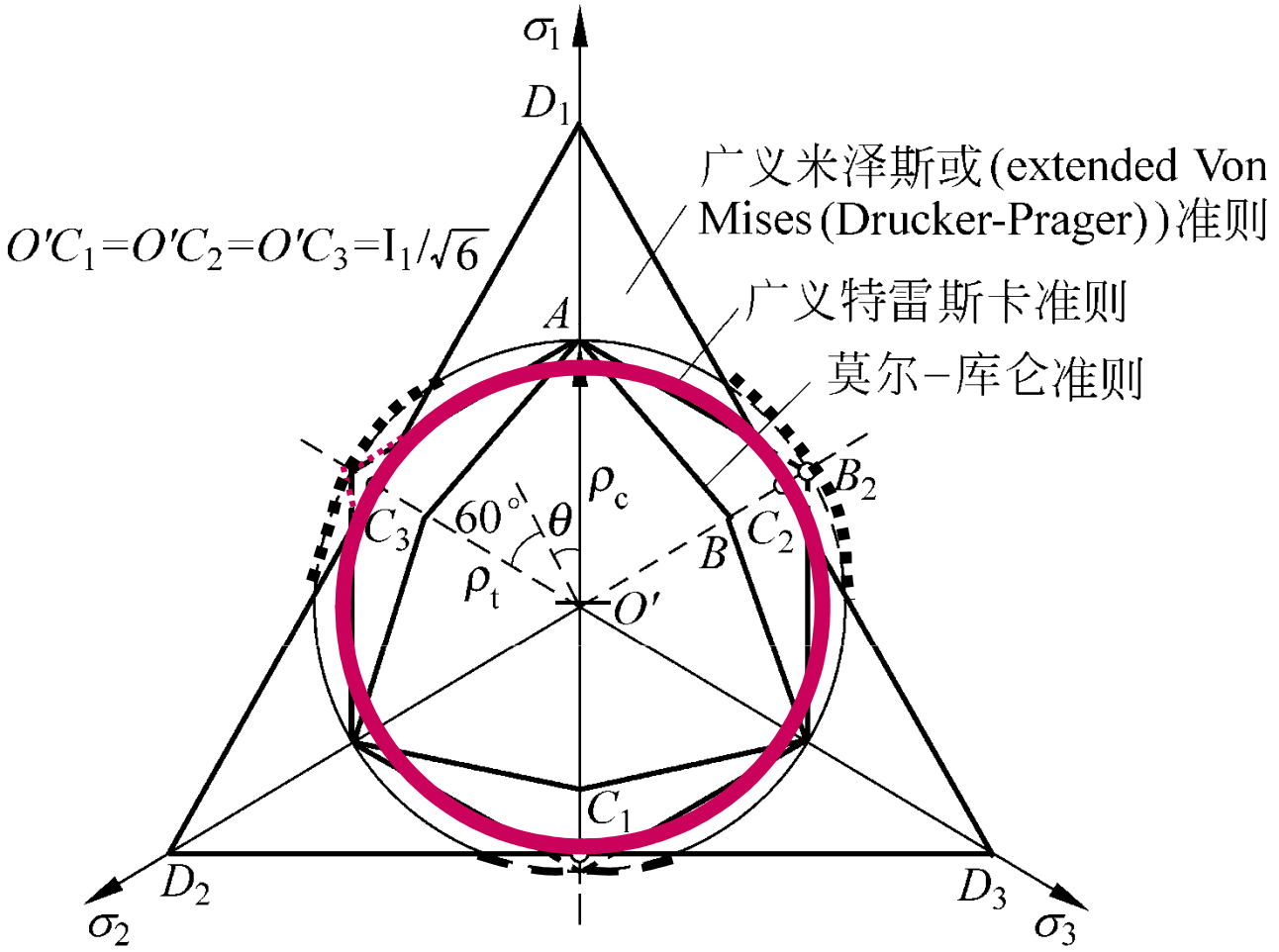


图3－85 π平面

对于广义米泽斯及特雷斯卡准则，将有一个主应力为拉应力（<0）

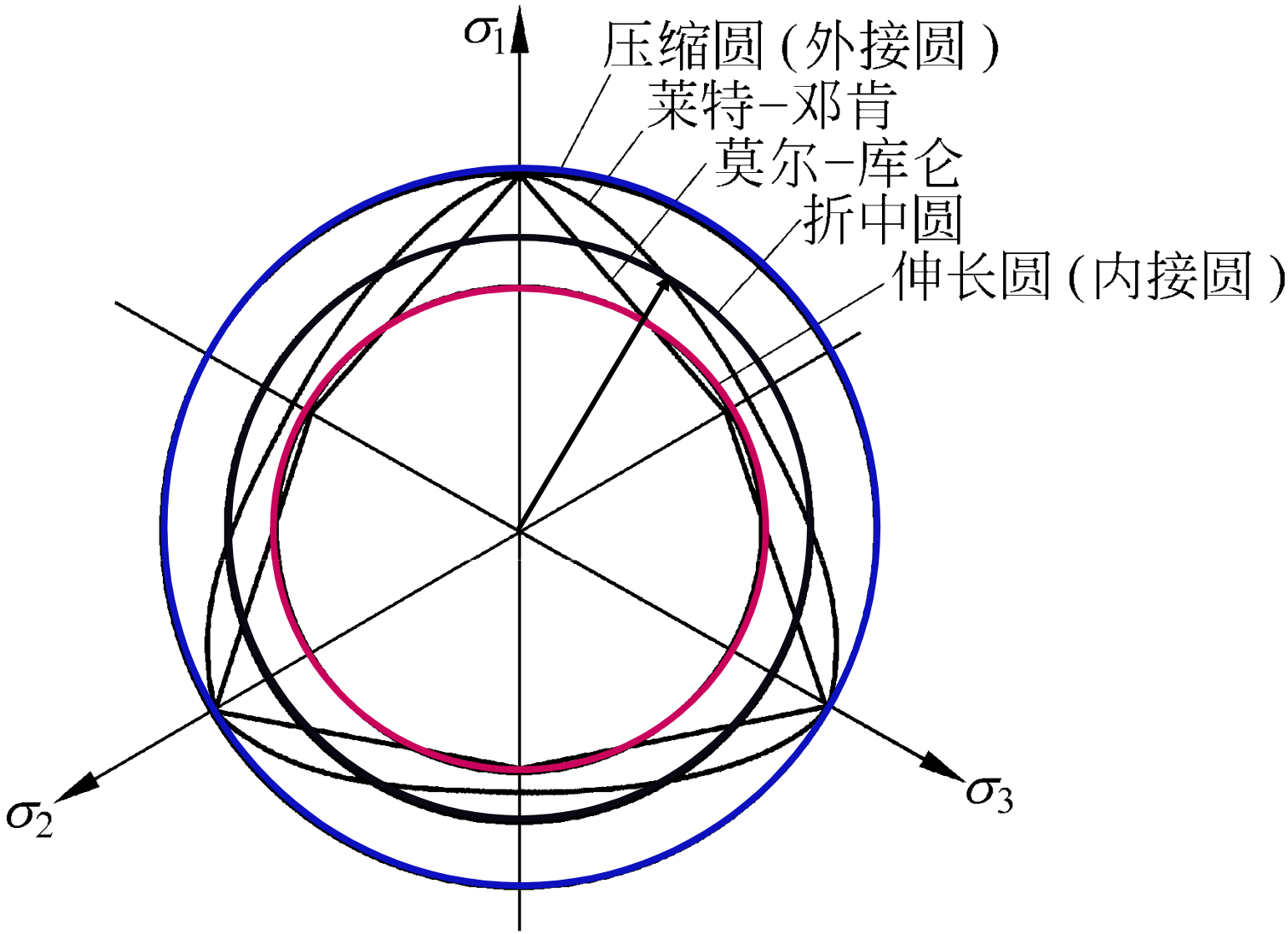


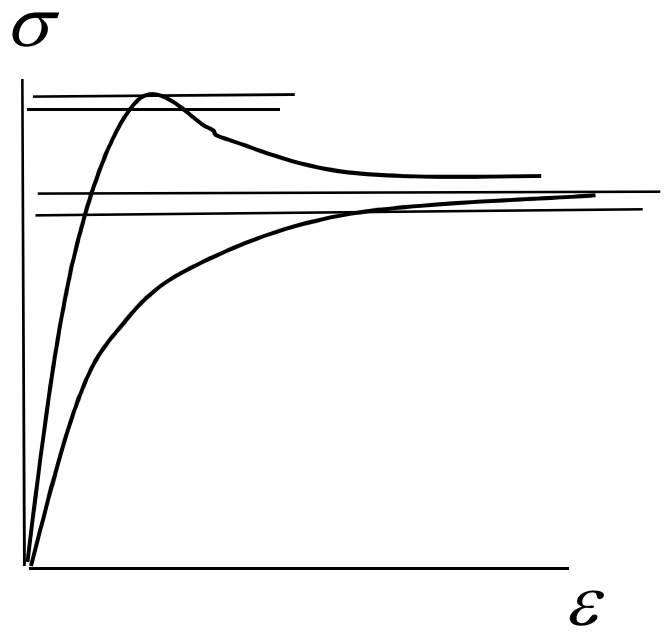
图3－82 π平面上的各强度准则

3.6.3 近代的强度理论

1. 莱特－邓肯(Lade-Duncan)破坏准则
2. 松冈元-中井照夫 （Matsuoka- Nakai）强度理论
3. 双剪应力强度理论
4. 隐式的破坏准则

本构关系－应力应变与强度关系

- 土的强度，或者破坏是其应力应变过程的最后阶段，即在微小的应力增量下，会产生很大（或者不可控制）的应变增量。因而破坏是应力应变关系的最后阶段。



1. 莱特－邓肯(Lade-Duncan)强度准则

$$f\left(I_1, I_3\right) = I_1^{\,3} - k_f I_3 = 0 \qquad \frac{I_1^{\,3}}{I_3} = k_{\mathrm{f}}$$

$$f\left(I_1, J_2, \theta\right) = -\frac{2}{3\sqrt{3}} J_2^{3/2} \sin 3\theta - \frac{1}{3} I_1 J_2 + \left(\frac{1}{27} - \frac{1}{k_{\mathrm{f}}}\right) I_1^{\,3} = 0$$

$$f\left(p, q, \theta\right) = -2q^3 \sin 3\theta - 9q^2 p + 27\left(1 - \frac{27}{k_{\mathrm{f}}}\right) p^3 = 0$$

1. 莱特－邓肯(Lade-Duncan)强度准则

$$\frac{\left[\alpha\left(1+b\right)+\left(2-b\right)\right]^3}{b\alpha^2+\left(1-b\right)\alpha}=k_{\mathrm{f}} \qquad \alpha=\sigma_1/\sigma_3$$

$$b=\frac{\sigma_2-\sigma_3}{\sigma_1-\sigma_3}$$

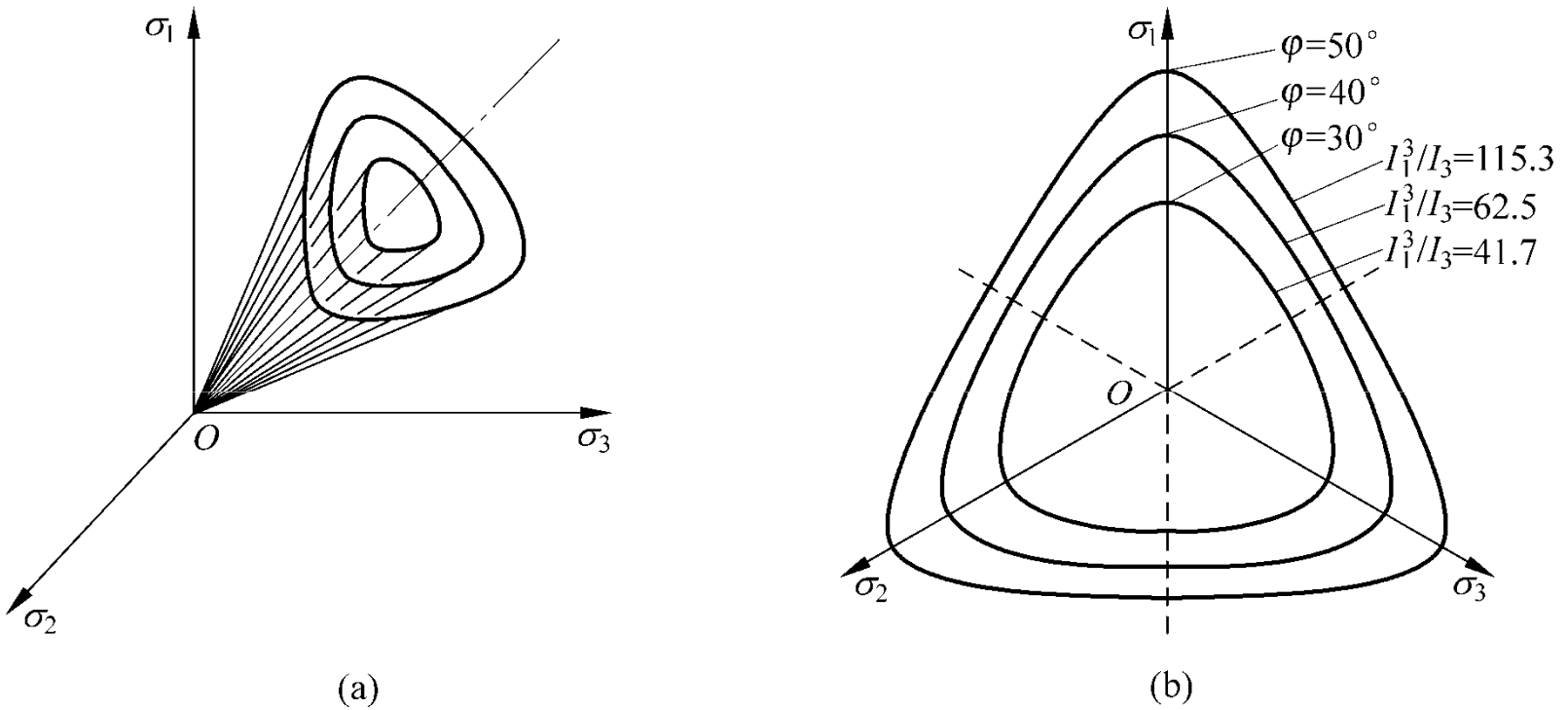


图3－86 Lade-Duncan 破坏准则

P190

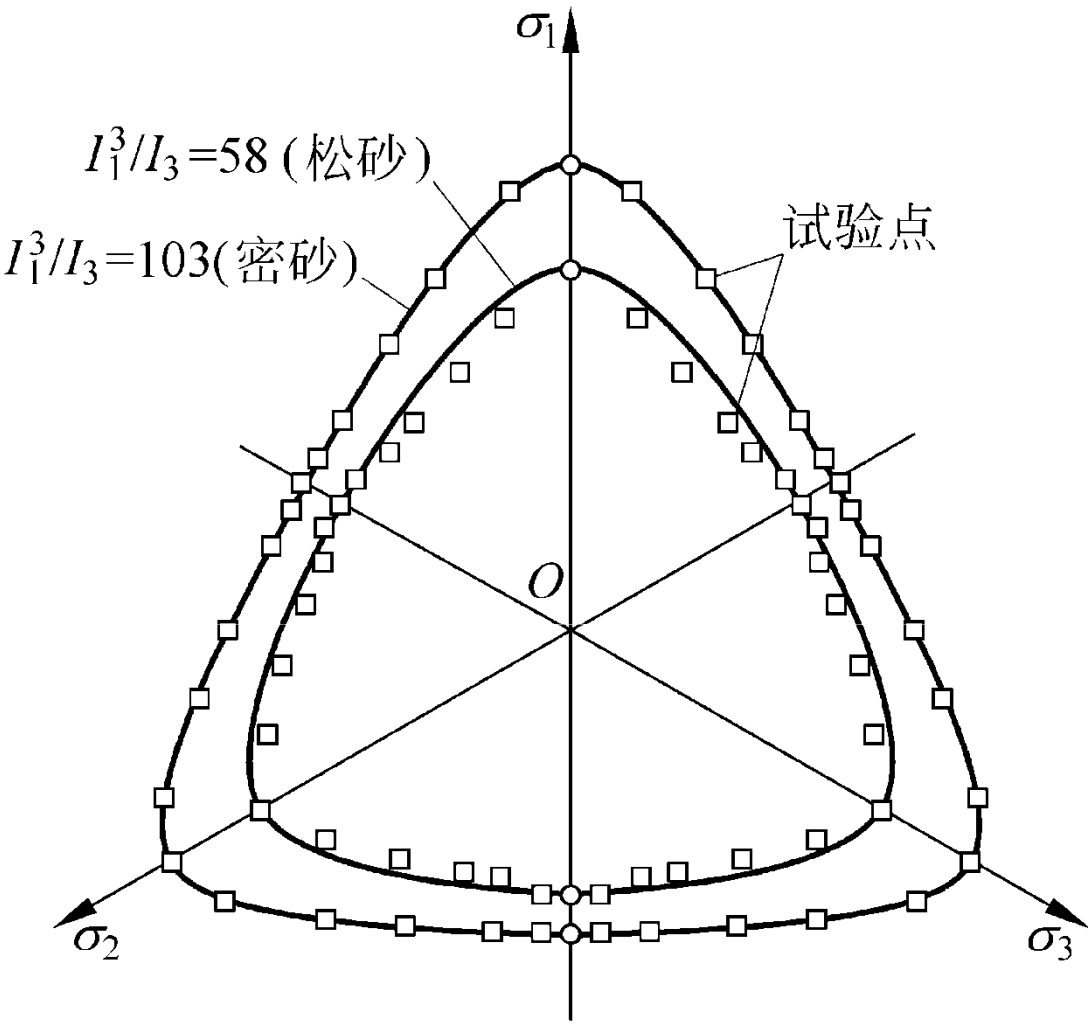


图3－87 与试验结果的比较

修正的Lade-Duncan破坏准则——微弯的破坏轨迹

$$f(I_1, I_3) = \left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27\right)\left(\frac{I_1}{p_a}\right)^m - k_f = 0$$

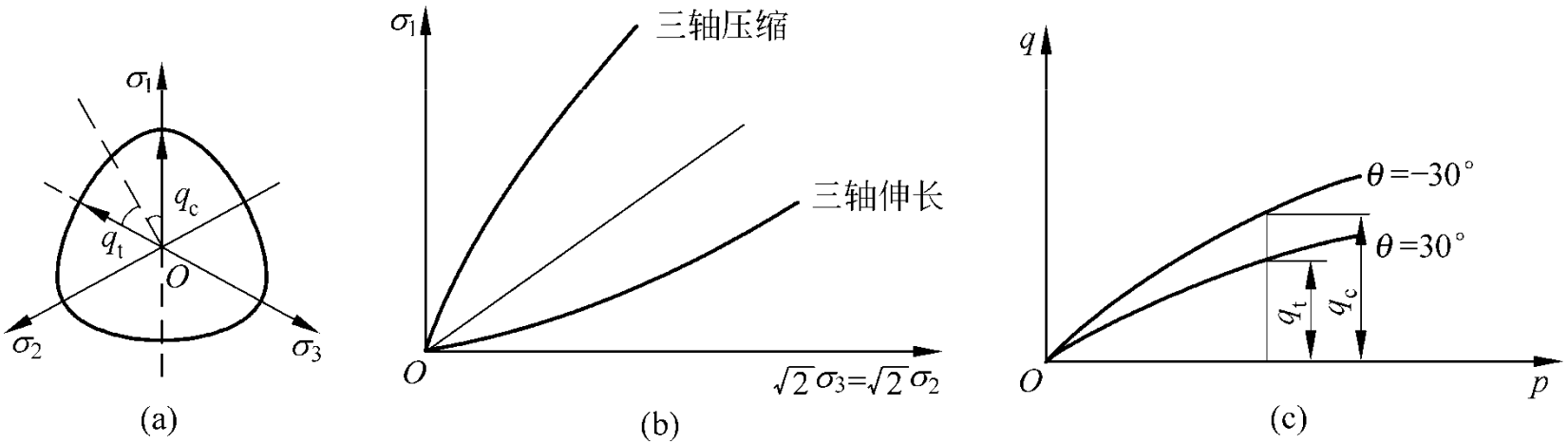


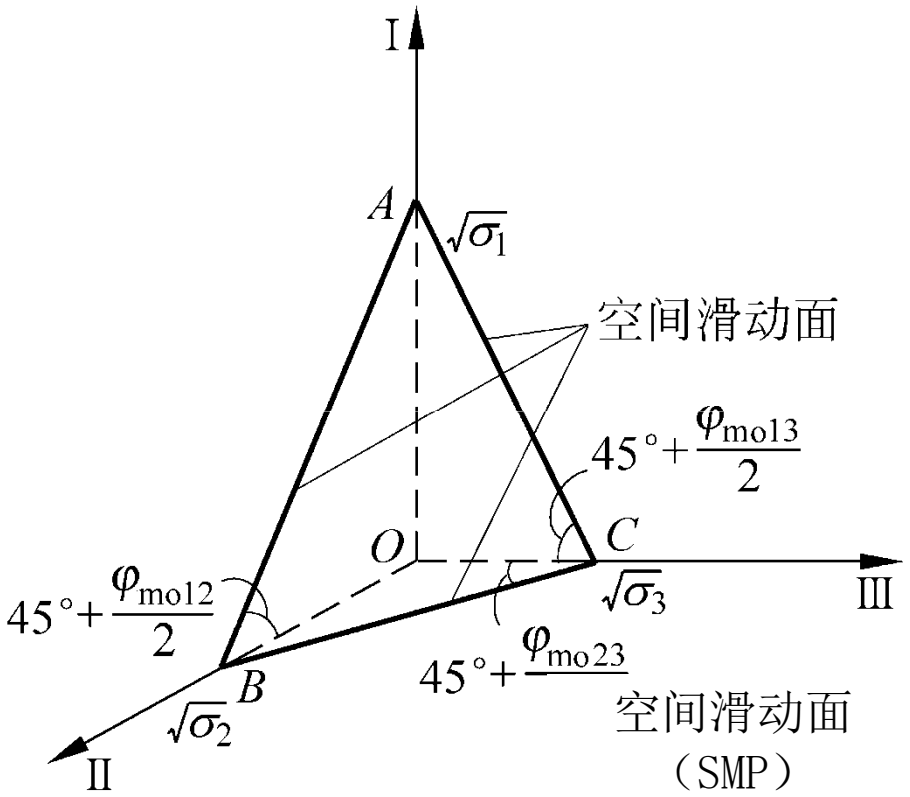
图3－88 修正的Lade-Duncan破坏准则

P191

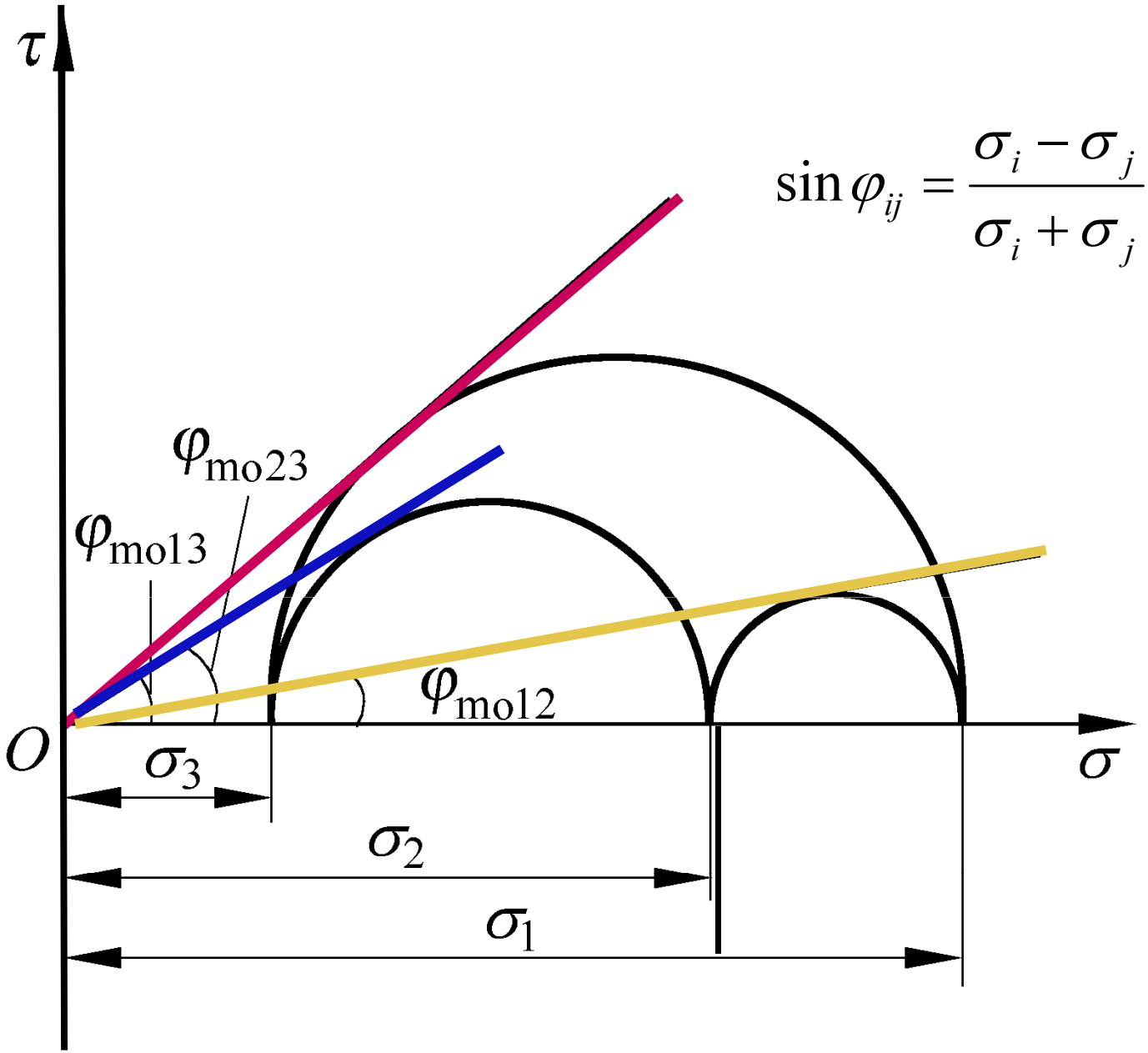
2. 松冈元-中井照夫 （Matsuoka- Nakai）破坏准则

基于空间滑动面（SM
spatial mobilized plane
的概念

$$\sin\varphi_{ij}=\frac{\sigma_i-\sigma_j}{\sigma_i+\sigma_j}$$



(b)



$$\sin\varphi_{ij}=\frac{\sigma_i-\sigma_j}{\sigma_i+\sigma_j}$$

图3－89 空间滑动面模型

P192

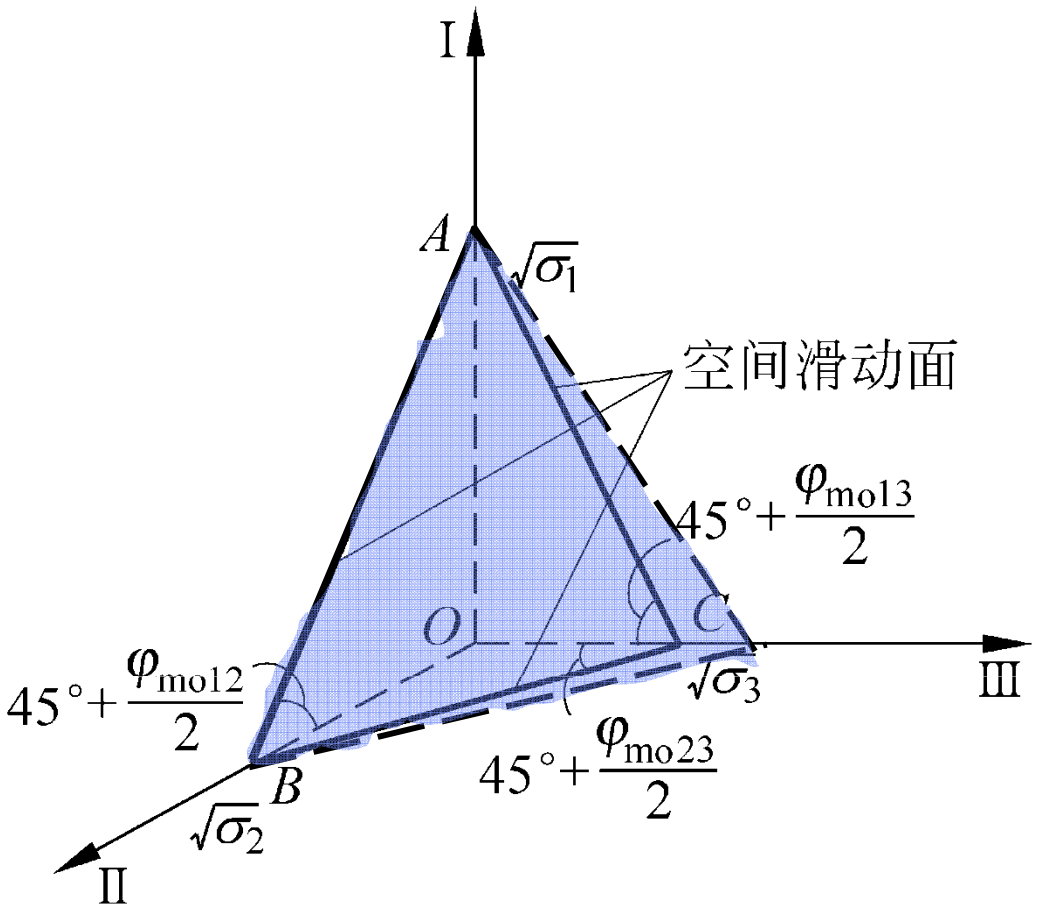


图3－90 空间滑动面模型

$\sigma_2=\sigma_3$时，倾角为$45°+\varphi_{mo13}$，$\varphi_{mo23}=0$，$\varphi_{mo12}=\varphi_{mo13}=\varphi'$，与莫尔－库仑准则一致

P192

2. 松冈元-中井照夫 （Matsuoka- Nakai）破坏准则

$$\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_3)^2}{\sigma_1\sigma_3}+\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{(\sigma_2-\sigma_3)^2}{\sigma_2\sigma_3}\right]=k_{\mathrm{f}}-9$$

$$\tan^2\varphi_{12}+\tan^2\varphi_{23}+\tan^2\varphi_{13}=k_{\mathrm{f}}$$

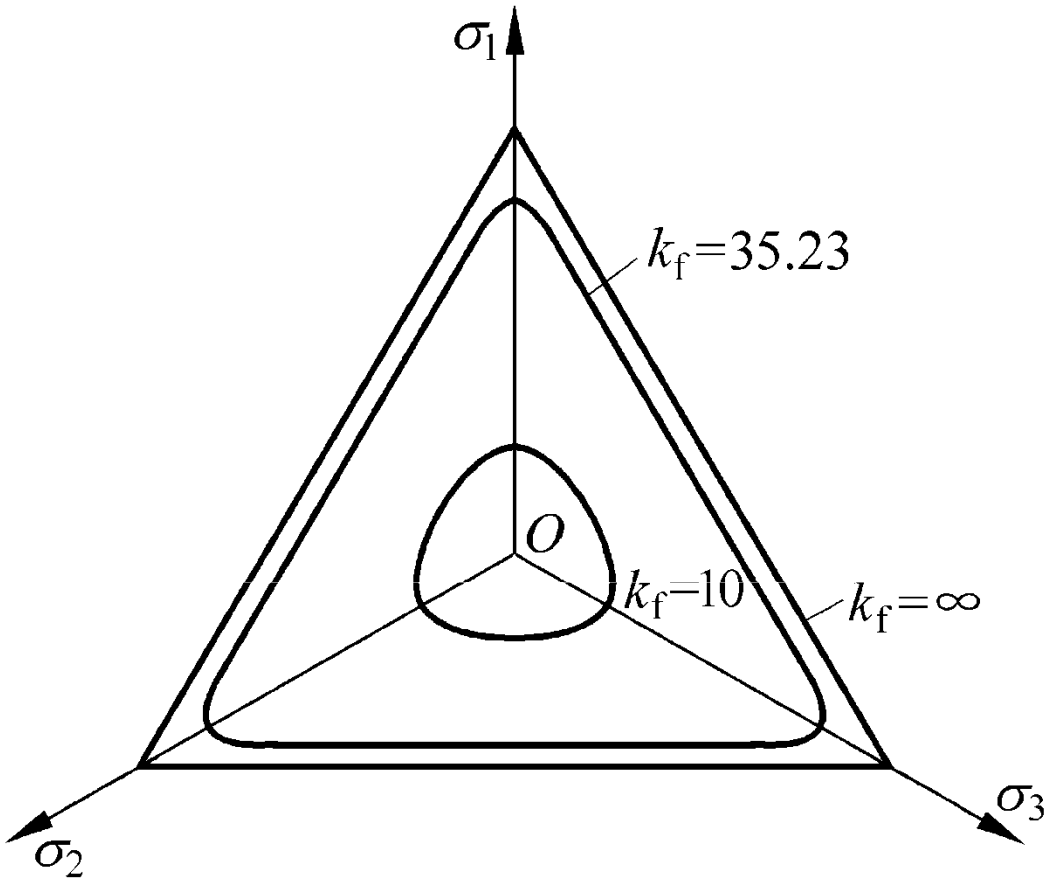


图3－91 不同强度参数π平面上的强度轨迹

P192

3. 双剪应力强度理论

12面体应力的概念

$$\sigma_{13}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3) \qquad \tau_{13}=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)$$

$$\sigma_{12}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2) \qquad \tau_{12}=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)$$

$$\sigma_{23}=\frac{1}{2}(\sigma_2+\sigma_3) \qquad \tau_{23}=\frac{1}{2}(\sigma_2-\sigma_3)$$

主正应力　　主剪应力

P192

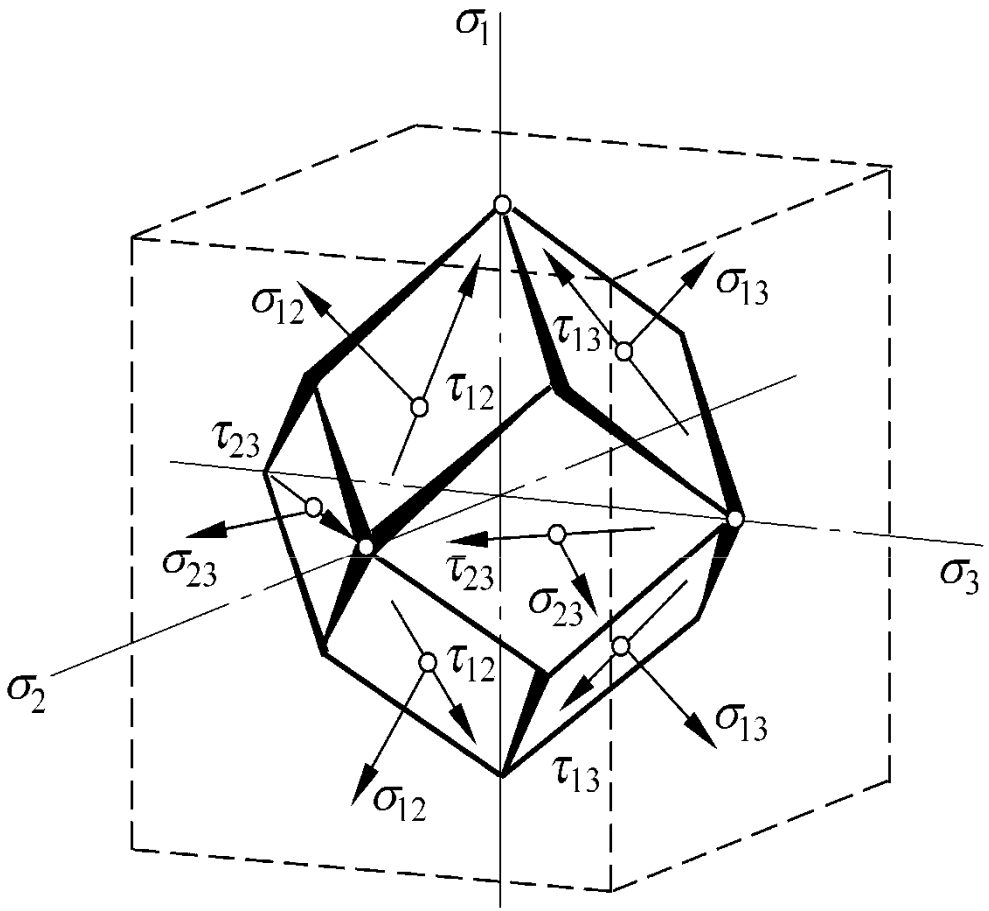


图3—92 12面体应力的概念

$$\sigma_{13}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)$$

$$\sigma_{12}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)$$

$$\sigma_{23}=\frac{1}{2}(\sigma_2+\sigma_3)$$

$$\tau_{13}=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)$$

$$\tau_{12}=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)$$

$$\tau_{23}=\frac{1}{2}(\sigma_2-\sigma_3)$$

P193

$$\begin{cases} F=\tau_{13}+b\tau_{12}+\beta\left(\sigma_{13}+b\sigma_{12}\right)-c=0 \\ (\text{当}\tau_{12}+\beta\sigma_{12}\geq\tau_{23}+\beta\sigma_{23}\text{时}) \\ \\ F=\tau_{13}+b\tau_{23}+\beta\left(\sigma_{13}+b\sigma_{23}\right)-c=0 \\ (\text{当}\tau_{12}+\beta\sigma_{12}\leq\tau_{23}+\beta\sigma_{23}\text{时}) \end{cases}$$

b、c和β为三个试验常数。

某土单元上的两个占主导地位的主剪应力及相应的主正应力的函数达到某一极限值时，土单元发生破坏。

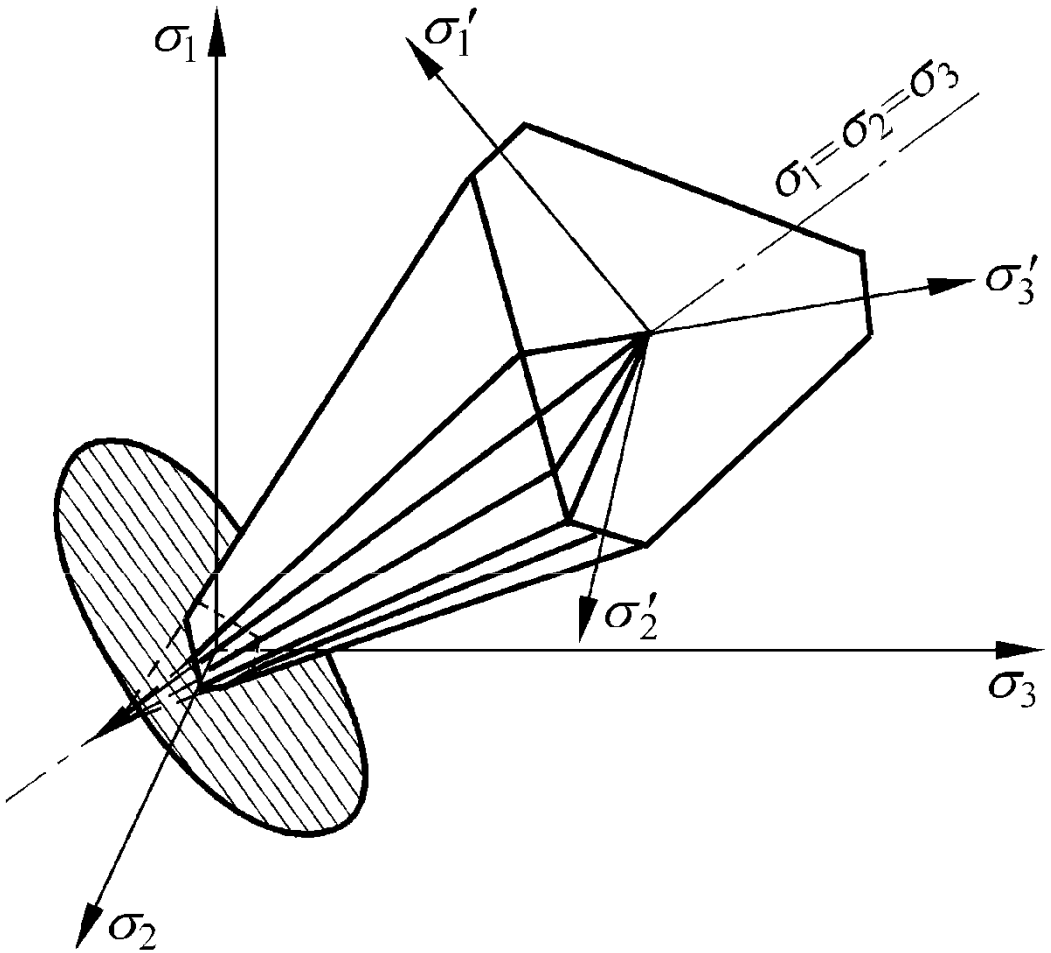

σ_1
σ_1'
$\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$
σ_3'
σ_2'
σ_3
σ_2

图3—93　强度极限面

$$\begin{cases} F=\tau_{13}+b\tau_{12}+\beta\left(\sigma_{13}+b\sigma_{12}\right)-c=0 \\ (\text{当}\tau_{12}+\beta\sigma_{12}\geq\tau_{23}+\beta\sigma_{23}\text{时}) \\ \\ F=\tau_{13}+b\tau_{23}+\beta\left(\sigma_{13}+b\sigma_{23}\right)-c=0 \\ (\text{当}\tau_{12}+\beta\sigma_{12}\leq\tau_{23}+\beta\sigma_{23}\text{时}) \end{cases}$$

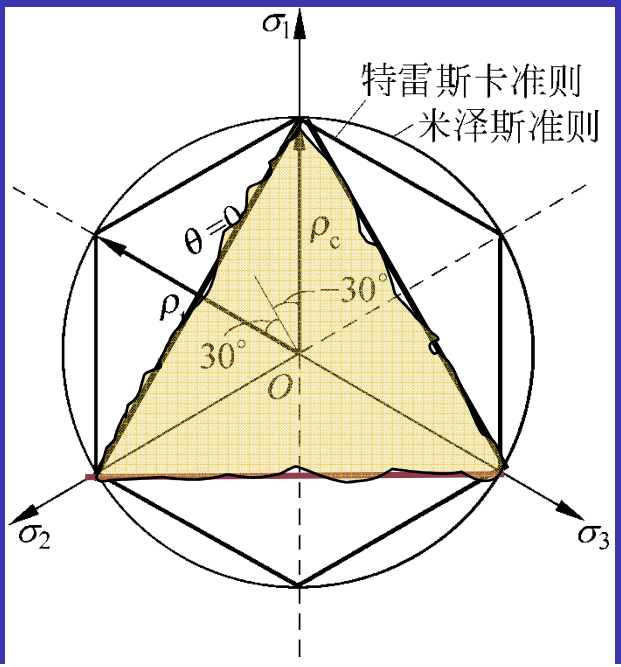
当$b=\beta=0$时，退化成特雷斯卡强度准则。

$$\tau_{13}=\frac{1}{2}\left(\sigma_1-\sigma_3\right)=c$$

当$b=0$时，退化为莫尔－库仑强度准则。

$$\frac{1}{2}\left(\sigma_1-\sigma_3\right)+\frac{1}{2}\beta\left(\sigma_1+\sigma_3\right)=c$$

- 如果三轴试验得到φ=0°与φ=90°时，则：
  - 摩尔-库仑强度准则、
  - Lade-Duncan准则、
  - 松冈元准则、
- 以及教材中的式（2-239）-（2-241）准则
- 在π平面上的形状分别为圆和等边三角形。



4. 隐式的破坏准则

破坏：加微小应力增量$d\sigma_{ij}$，会产生不可控制的或很大的应变增量。

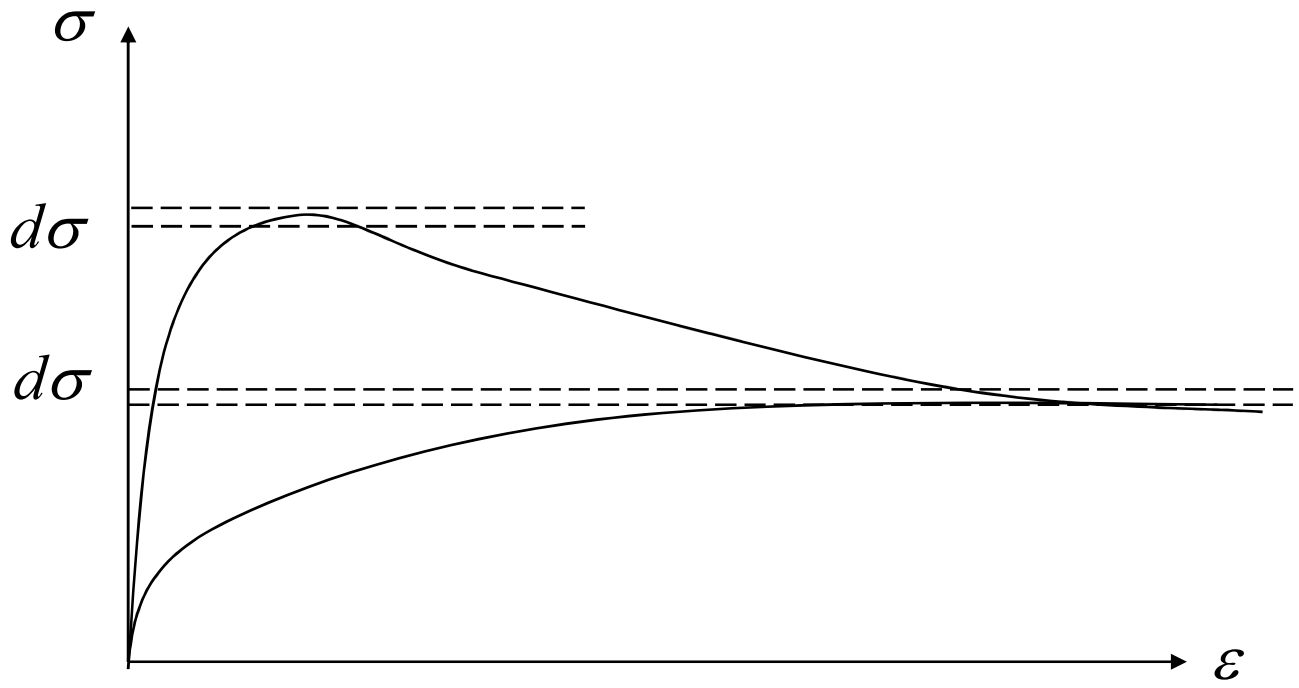


图3－94 强度与应力应变关系

P193

4. 隐式的破坏准则

$$E_{\mathrm{t}} = E_i \left[1 - R_{\mathrm{f}} \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{\mathrm{f}}} \right]^2$$

Duncan-Chang

$$\mathrm{d}\bar{\varepsilon} = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \cdot \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} \left(\frac{2\eta \mathrm{d}\eta}{M^2 + \eta^2} + \frac{\mathrm{d}p'}{p'} \right)$$

Cam-Clay

$$\eta = q / p = M$$

应力达到强度时，$E_{\mathrm{t}} \approx 0$或者$\mathrm{d}\varepsilon_1 \approx \infty$

弹塑性模型：

$$\mathrm{d}\varepsilon = \mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{p}} + \mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{e}} \qquad \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}} = \mathrm{d}\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \qquad \mathrm{d}\lambda \to \infty$$

$$\mathrm{d}\lambda = \frac{1}{A}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\sigma_{ij}}\mathrm{d}\sigma_{ij} = -\frac{1}{A}\frac{\partial f}{\partial H}\mathrm{d}H \qquad A \to 0$$

$$A = (-)\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}\frac{\partial f}{\partial H}\frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}}$$

破坏条件隐含在H中

$$H = H\left(\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}\right)$$

5. 土的各向异性的强度的表示

$$f(\varphi_1, \varphi_2) = k$$

$$\varphi_1 = \sigma_{11} + \alpha(\sigma_{22} + \sigma_{33})$$

$$\varphi_2 = \frac{\beta}{6}\left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2\right] + \frac{(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2}{6} + \gamma(\sigma_{12} + \sigma_{13})^2 + \frac{\beta + 2}{2}\sigma_{23}^2$$

横向各向同性：等效应力不变量

DEL

3.6.4 关于强度理论的讨论

（1）米泽斯和特雷斯卡：只有在饱和软粘土的不排水情况下，还可以使用。

（2）莫尔－库仑准则表达了破坏面上正应力与抗剪强度之间的关系。缺点：未考虑中主应力。

（3）土的强度是土的应力应变的一个特殊阶段。因而土的强度理论可被纳入土的本构模型之中——近代的强度理论。

例题 3-3

3.7 黏性土的抗拉强度

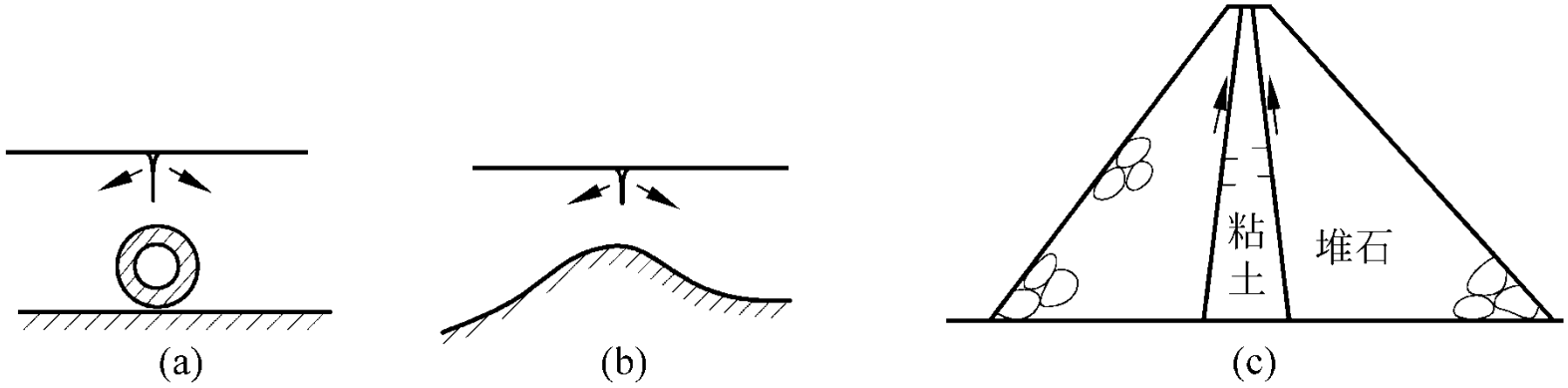
3.7.1 实际工程中的拉伸破坏与开裂

3.7.2 土的抗拉强度的测定

3.7.3 黏性土的联合强度理论

3.7.1 实际工程中的拉伸破坏与开裂

1. 不均匀沉降引起的拉伸破坏
2. 滑动中的拉伸裂缝
3. 水力劈裂



上埋式管道　　不均匀沉降　　由于沉降差的拱效应产生的拉应力

图3—95 土的几种张拉破坏

P198

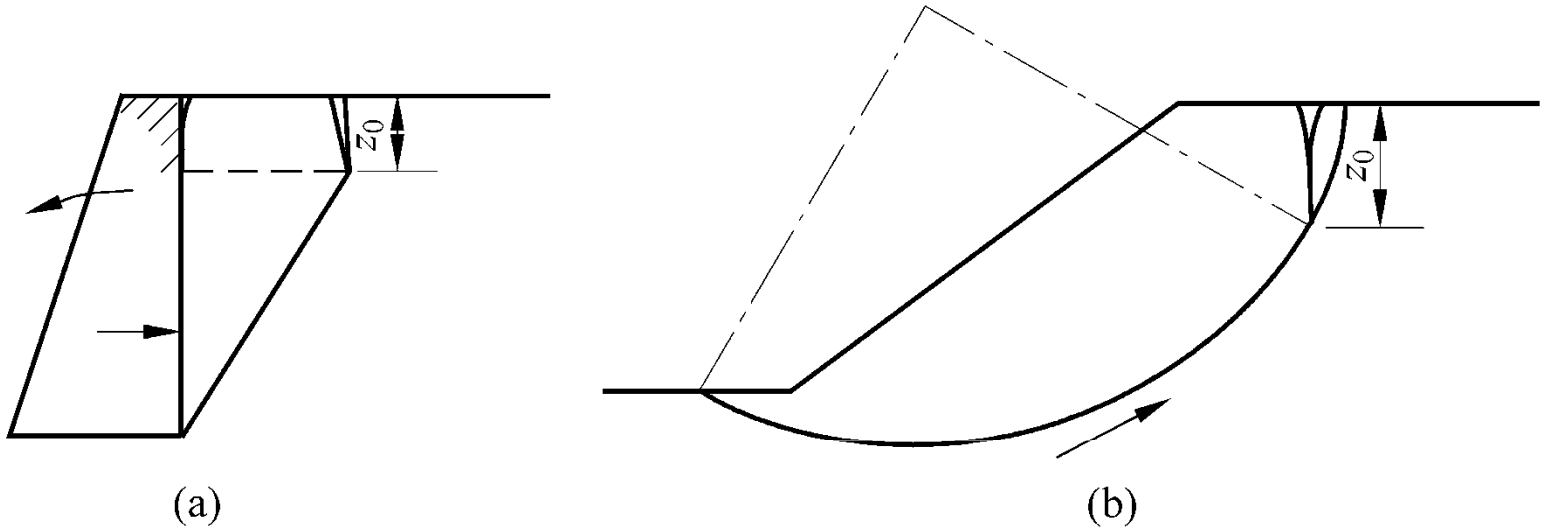
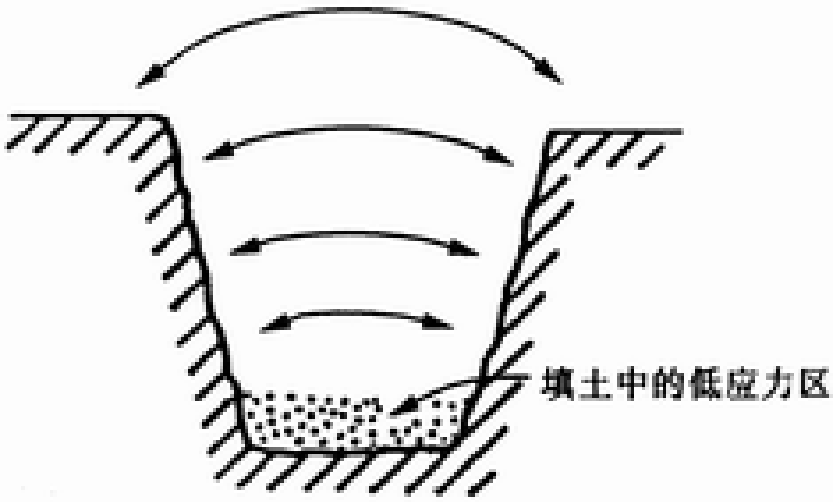
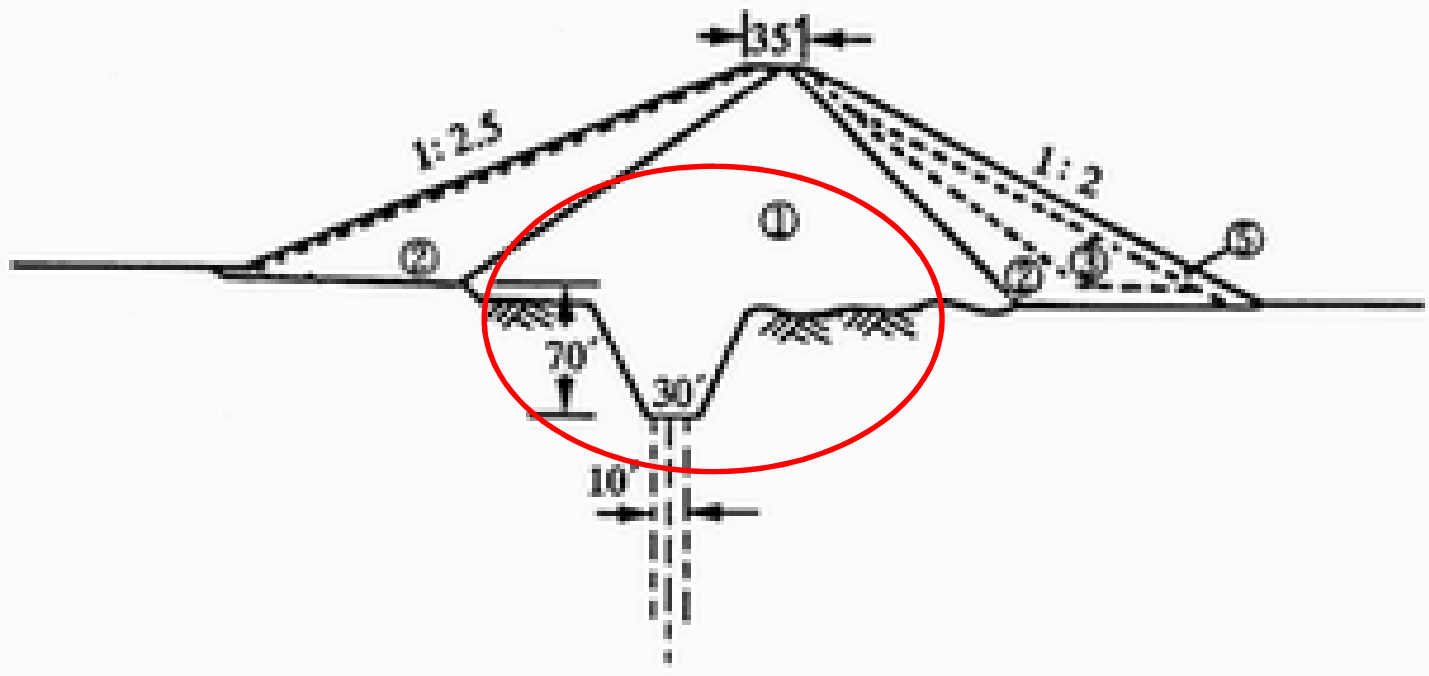


图3－96 滑动产生的局部拉应力

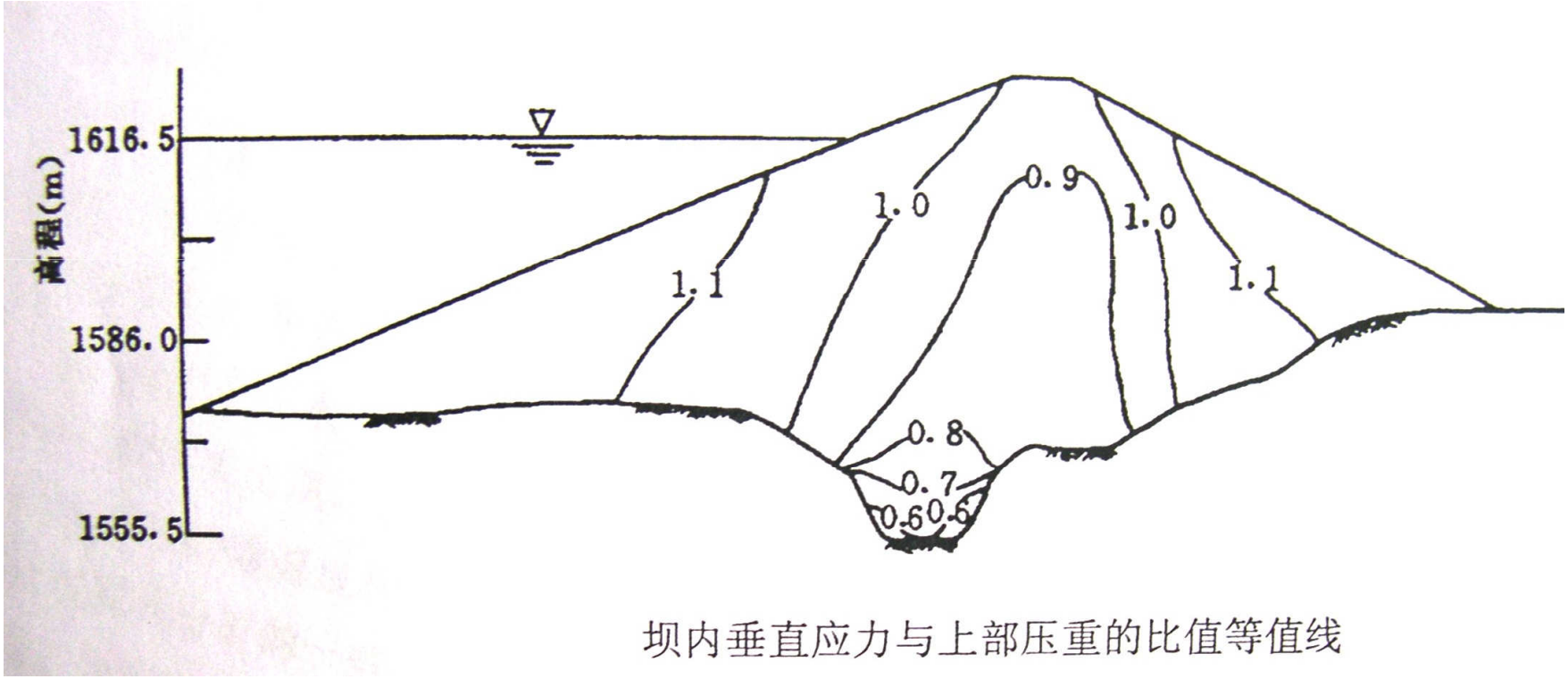
Teton坝　　水力劈裂

水力劈裂



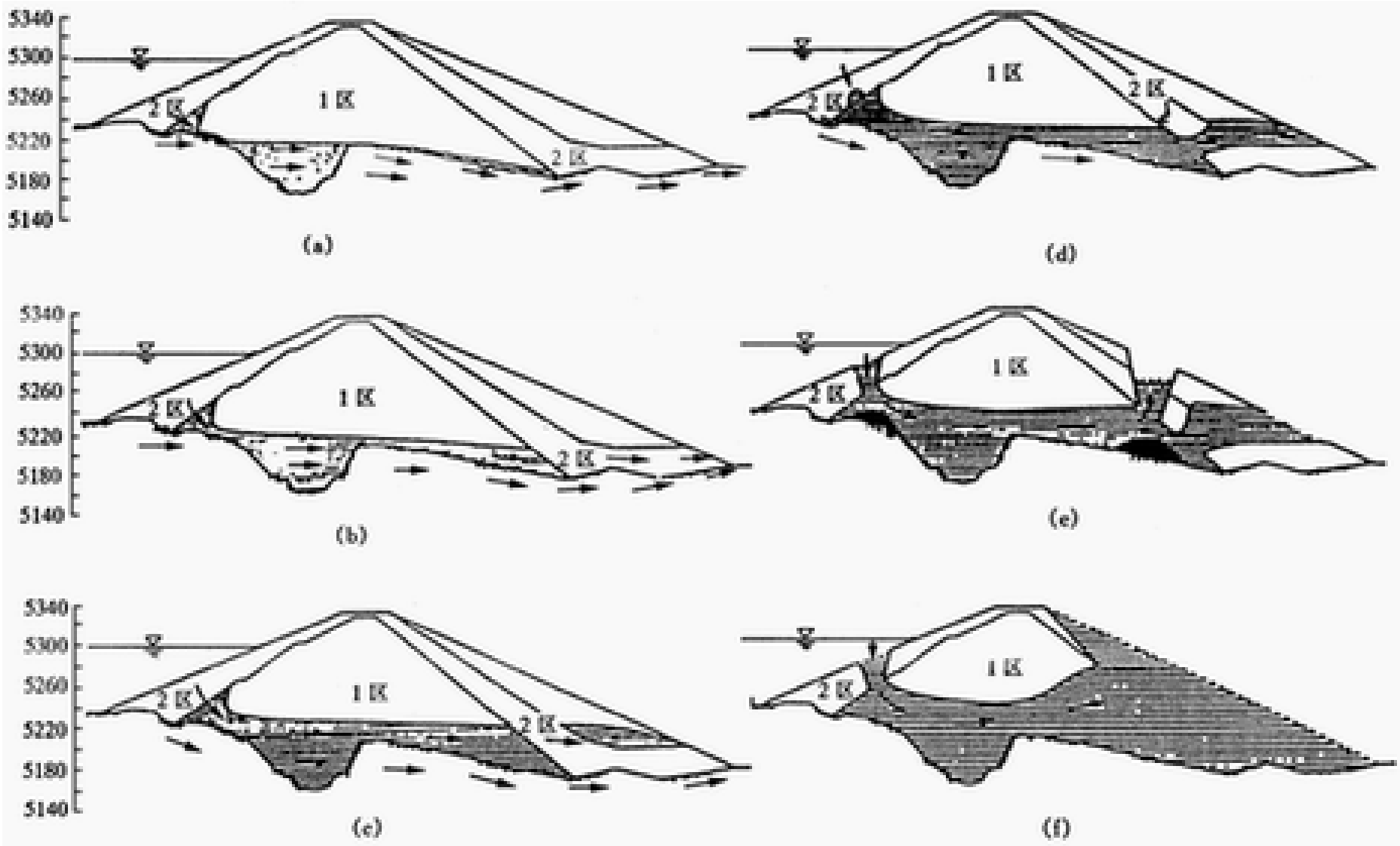


σ_z / γ_z



坝内垂直应力与上部压重的比值等值线

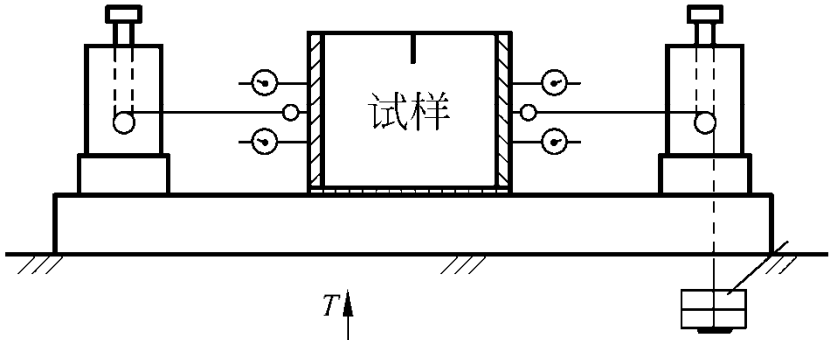
Teton坝失事原因分析

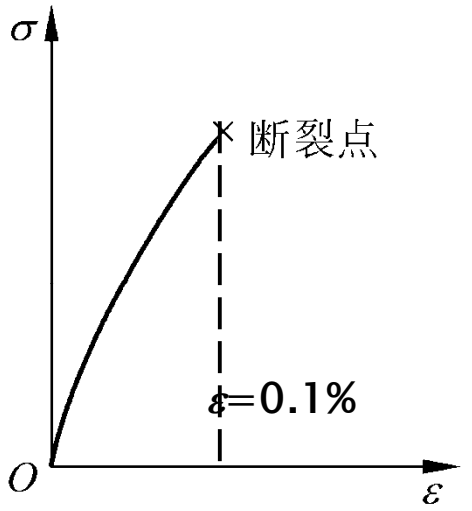


3.7.2 土的抗拉强度的测定

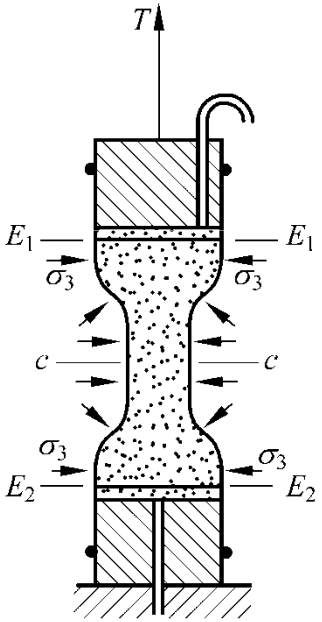
1. 单轴拉伸试验
2. 三轴拉伸试验
3. 土梁弯曲试验
4. 径向压裂法
5. 断裂韧度测定试验
6. 水力劈裂试验

1. 单轴拉伸试验

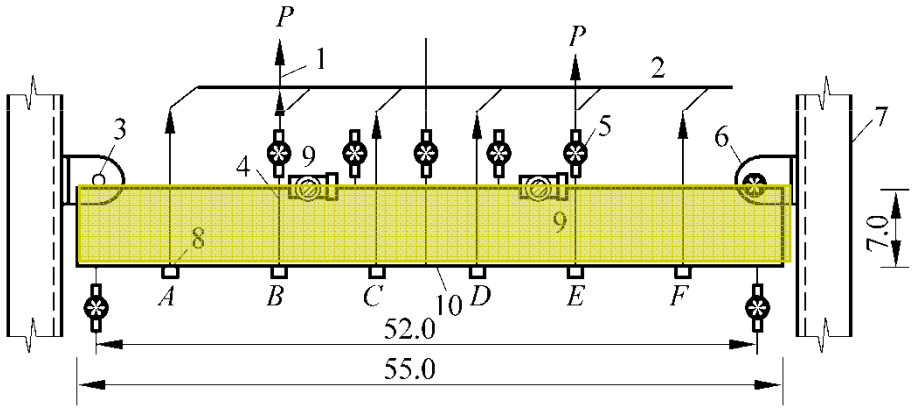




(b)



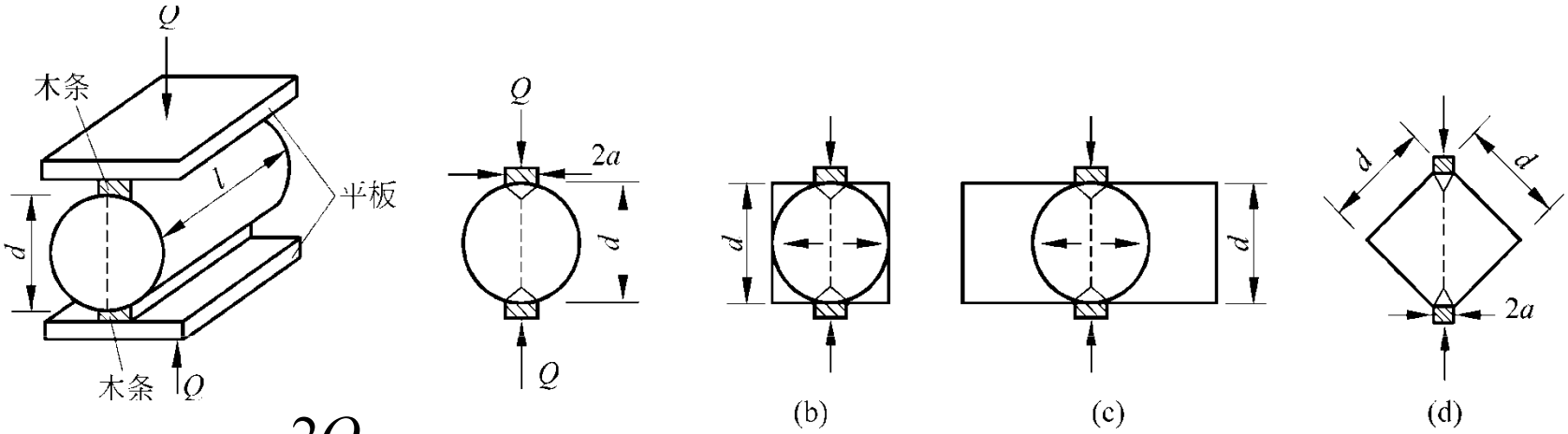
2. 三轴拉伸试验



3. 土梁弯曲试验

图3—97 土的拉伸试验

P200

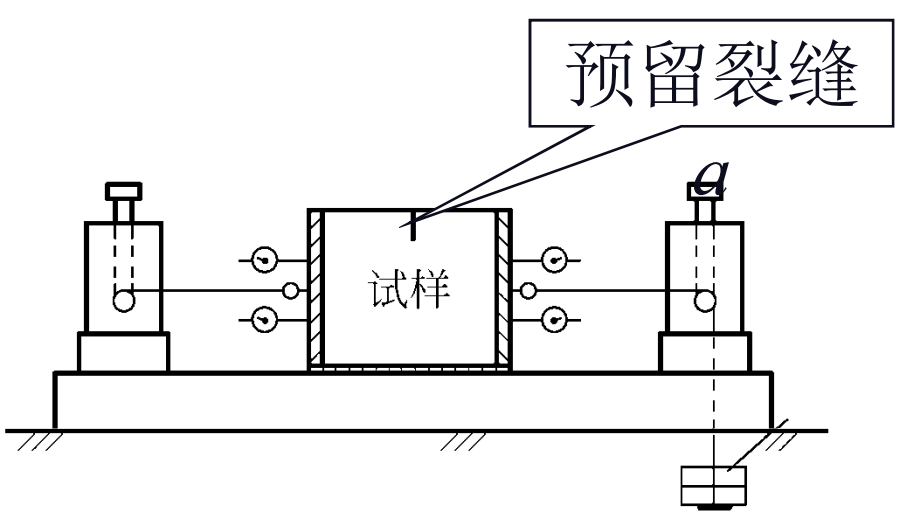


$$\sigma_t = \sigma_u = -\frac{2Q}{\pi l d}$$

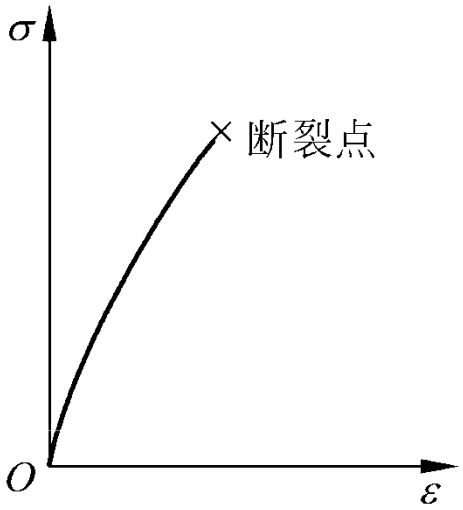
图3—98 径向压裂试验

P201

5. 断裂韧度试验



(a)



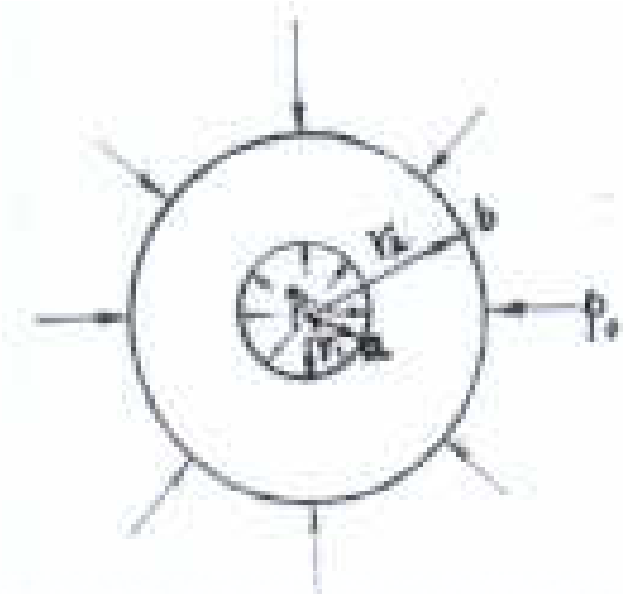
(b)

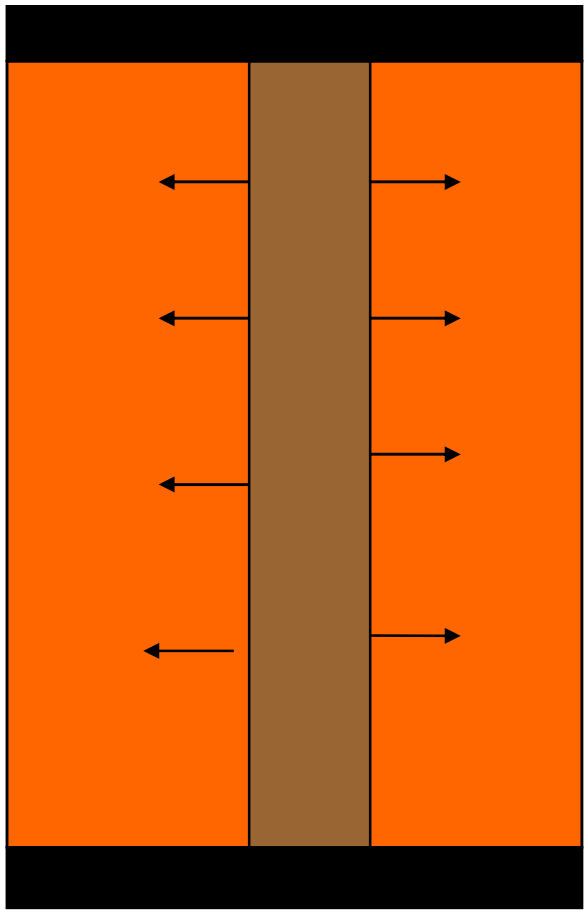
$$K_{\mathrm{I}} = \sigma\sqrt{\pi a}\,y\left(\frac{a}{w}\right)$$

σ：全断面平均应力；a：预留裂缝长度；

$y(a/w)$：形状参数，w:抗拉断面宽度。

图3—99 断裂韧度试验





6. 水力劈裂

$$\sigma_\theta - u = \sigma_3 - u \le -\sigma_t$$

图3－100 空心圆柱试验与水力劈裂试验

3.7.3黏性土的联合强度理论

剪切破坏与拉伸破坏

剪切：
$$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3+2c\,\mathrm{ctg}\,\varphi}=\sin\varphi$$

拉伸：
$$\sigma_3'=-\sigma_t$$

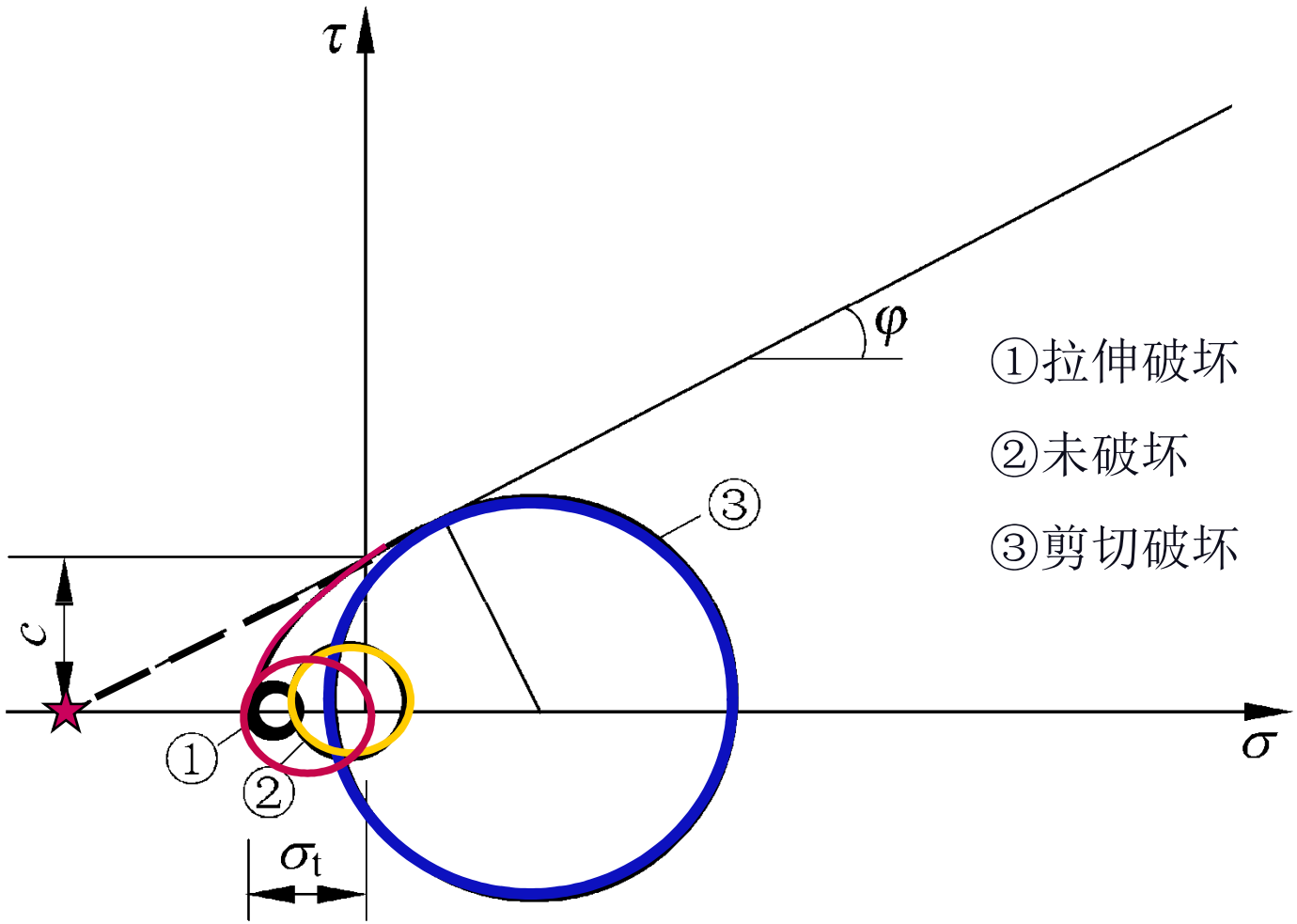


图3－101 拉伸破坏与剪切破坏

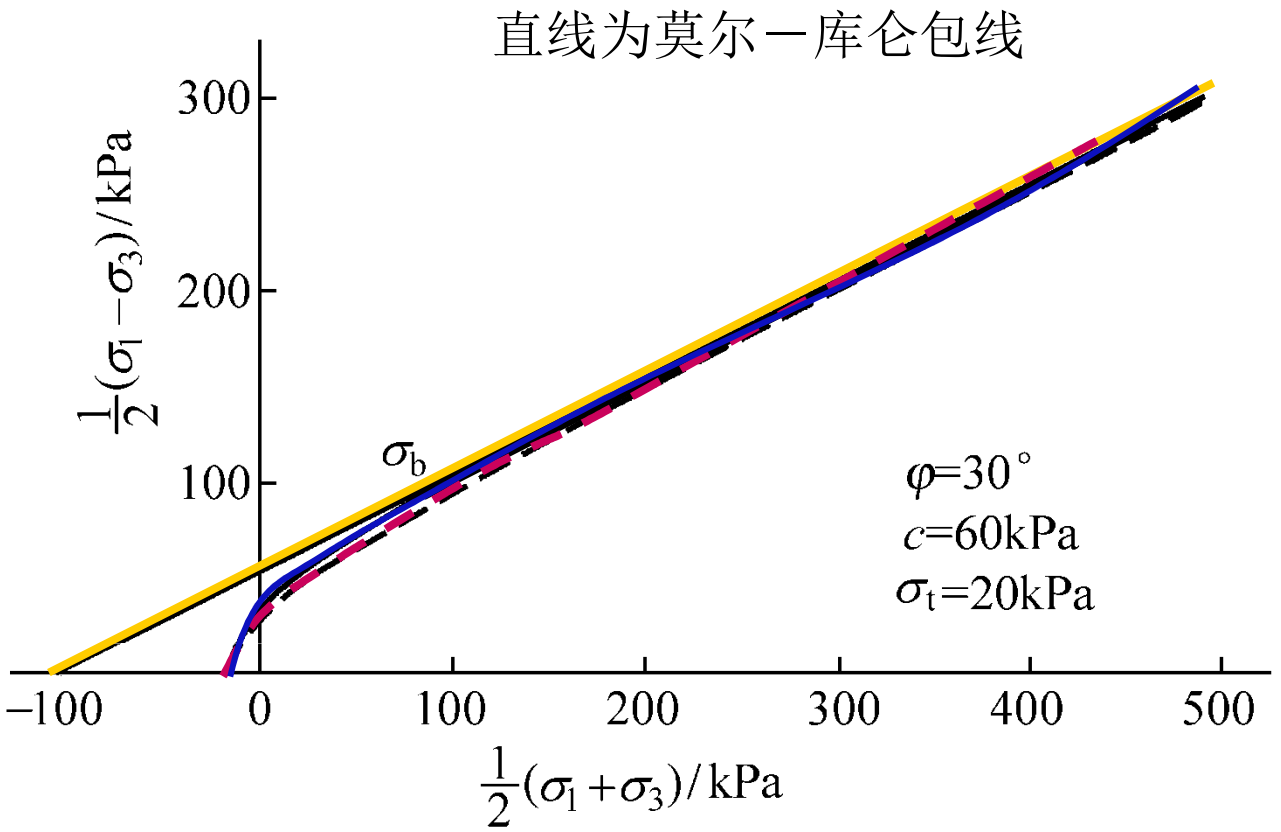


图3－102 联合强度理论

实线为：$\bar{\tau}^2 = 2\tau_b \sin\varphi\bar{\sigma} + \tau_b \sin\varphi\sigma_t + \frac{\sigma_t}{4}$　　抛物线+直线

虚线为：$\bar{\tau}^2 = \sin^2[(\bar{\sigma} + c\times\cot\varphi)^2 - (c\cot\varphi - \sigma_t)^2]$　　双曲线

P203

单轴压强度与单轴拉强度的关系——Griffith（实线）

$$\sigma_c = \frac{4\sigma_t}{\sqrt{1+\mu^2}-\mu}$$

μ为岩土中微裂缝的摩擦系数;σ_c为单轴抗压强度；σ_t为单轴抗拉强度

$$\bar{\tau}^2 = 2\tau_b \sin\varphi\bar{\sigma} + \tau_b \sin\varphi\sigma_t + \frac{\sigma_t}{4} \qquad (1)$$

为一段抛物线与一段直线相接τ_b 对应于σ_b, 后者为闭合应力。

$$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3+2c\,\mathrm{ctg}\,\varphi} = \sin\varphi \qquad (2)$$

直线

Ref: 李广信 高等土力学 第二版 清华大学出版社 2016

该PPT基本源于网络 请尊重原著者的版权!

The end

文件名格式：班级 学号 姓名 简略实验名称

邮件标题同文件名

Any questions please 发送至

xingzhengwu@163.com